



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

56

Soc 1991 d. 89
17c3

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCC. III.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,
pour la même Année.

Tirez des Registres de cette Academie.

Seconde Edition, revûë, corrigée & augmentée.

A P A R I S,
Chez CHARLES-ESTIENNE HOCHEREAU,
Quay des Augustins, au Phenix.

M. DCC. XX.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROY.

L'

D

Ar.

L

IR

OI

ES

91

89

100

109

's cordes,

110

114

129

130

Sciences en

134

157



T A B L E

POUR

L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

<i>Sur l'origine des Fontaines.</i>	Page 1
<i>Sur le nouveau Thermometre de M. Amontons.</i>	6
<i>Sur l'usage du Barometre pour mesurer la hauteur des Montagnes & de l'Atmosphere.</i>	11
<i>Sur le sens dont plusieurs corps se tournent.</i>	14
<i>Diverses Observations de Physique generale.</i>	16

A N A T O M I E.

<i>Sur un Cerveau petrifié.</i>	26
<i>Sur un Agneau, Fœtus monstrueux.</i>	28
<i>Sur la Circulation du Sang dans le Fœtus.</i>	32
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	36

C H I M I E.

<i>Sur l'Analyse des Grosfeilles fermentées.</i>	45
<i>Sur l'Analyse du Soufre commun.</i>	47
<i>Sur le Borax.</i>	49
<i>Observation Chimique.</i>	51

1703.

à ij

TABLE.

BOTANIQUE.

<i>Sur la Camphorata de Montpellier.</i>	53
<i>Observation Botanique.</i>	56

ARITHMETIQUE.

<i>Nouvelle Arithmétique Binaire.</i>	58
---------------------------------------	----

GEOMETRIE.

<i>Sur une infinité de portions de Cercles quarrables.</i>	63
<i>Sur les Tangentes & les Secantes des angles.</i>	64
<i>Sur les Courbes de la chûte des corps.</i>	65
<i>Sur l'Ellipse Astronomique de M. Cassini.</i>	67
<i>Sur les Caustiques.</i>	69
<i>Sur les Forces centrales.</i>	73

ASTRONOMIE.

<i>Sur deux Eclipses de Lune.</i>	77
<i>Sur l'Equinoxe du Printemps de 1703.</i>	85
<i>Nouvelle Methode de prendre les hauteurs en Mer avec une Montre ordinaire.</i>	87
<i>Sur une conjonction de Jupiter & de Saturne.</i>	89
<i>Sur le Calendrier.</i>	91

HYDROGRAPHIE.

<i>Sur les Cartes Réduites.</i>	92
---------------------------------	----

TABLE.

MECHANIQUE.

<i>Sur les Soupapes.</i>	95
<i>Sur le recul des Armes à feu.</i>	98
<i>Sur la force des Machines en general.</i>	100
<i>Sur les Frosemens.</i>	105
<i>Sur la route que tiennent plusieurs corps liés entre eux par des cordes, & tirés sur un plan horisontal.</i>	110
<i>Sur le centre de Balancement ou d'Oscillation.</i>	114
<i>Du mouvement des Eaux.</i>	125
<i>Sur l'intégralité des Pendules.</i>	130
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie des Sciences en 1703.</i>	133
<i>Eloge de feu M. Viviani.</i>	137



T A B L E

POUR

LES MEMOIRES.

<i>Observations tant sur la quantité de pluie qui est tombée à Paris à l'Observatoire Royal, que sur le Thermometre & sur le Barometre pendant l'année dernière 1702. Par M. DE LA HIRE.</i>	Page 1
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 3 Janvier 1703. Par Messieurs CASSINI.</i>	5
<i>Observations de l'Eclipse partielle de Lune, arrivée le 3 Janvier au matin en 1703. à l'Observatoire Royal. Par Messieurs DE LA HIRE.</i>	11
<i>Observation d'une Tache dans le Soleil. Par M. CASSINI le fils.</i>	15
<i>Observations d'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de Decembre 1702. à l'Observatoire. Par Messieurs DE LA HIRE.</i>	16
<i>Histoire des symptômes survenus à une Dame, à l'occasion d'un Remede appliqué pour des Dartres. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	18
<i>Maniere de trouver une infinité de Portions de Cercle, toutes quarrables, moyennant la seule Geometrie d'Euclide. Par M. VARIGNON.</i>	21
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 3 Janvier 1703, faite à Rome par Messieurs Bianchini & Maraldi, comparée à la nôtre de Paris. Par M. CASSINI.</i>	23
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 3 Janvier de cette année 1703, faite à Tours par M. Nonnet. Par M. DE LA HIRE le fils.</i>	27
<i>Observations de l'Eclipse de Lune du 3 Janvier 1703, faites à Bologne par Messieurs Manfredi & Stancari, comparées à celles de Paris & de Rome, avec les differences des Meridiens qui en resultent. Par M. CASSINI le fils.</i>	28
<i>Essay de l'Analyse du Soufre commun. Par M. HOMBERG.</i>	31
<i>Les Observations de l'Equinoxe du Printemps de cette année 1703, comparées avec les plus anciennes. Par M. CASSINI.</i>	41
<i>Le Thermometre réduit à une mesure fixe & certaine, & le moyen d'y rapporter les Observations faites avec les anciens Thermometres. Par M. AMONTONS.</i>	50
<i>Remarques sur l'Eau de pluie, & sur l'origine des Fontaines; avec</i>	

T A B L E.

<i>quelques particularitez sur la Construction des Cisternes.</i> Par M. DE LA HIRE.	56
<i>Réponse à l'Ecrit de M. David Gregorie, touchant les lignes appellées Robervalliennes, qui servent à transformer les Figures.</i> Par M. L'ABBÉ GALLOYS.	70
<i>Démonstration generale du centre de Balancement & d'Oscillation, tirée de la nature du Levier.</i> Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.	78
<i>Lettre du 13. Mars 1703.</i>	78
<i>Explication de l'Arithmetique Binaire, qui se sert des seuls caracteres 0 & 1; avec des Remarques sur son utilité, & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.</i> Par M. LEIBNITZ.	85
<i>Observation sur une Hydropsie particulière.</i> Par M. LITTRE.	90
<i>Construction nouvelle & Geometrique des Cartes réduites, & des Echelles de latitude.</i> Par M. DE LAGNY.	95
<i>Suite de la Construction nouvelle & Geometrique des Echelles de latitude & des Cartes réduites.</i> Par M. DE LAGNY.	99
<i>Que les nouvelles experiences que nous avons du poids & du ressort de l'air, nous font connoître qu'un degré de chaleur mediocre, peut reduire l'air dans un état assez violent pour causer seul de très-grands tremblemens & bouleversemens sur le Globe terrestre.</i> Par M. AMONTONS.	101
<i>Observation de deux Taches dans le Soleil.</i> Par M. CASSINI le fils.	109
<i>Suite des Observations de la Tache du Soleil.</i> Par M. CASSINI le fils.	110
<i>Observation du retour de la Tache qui a paru au mois de May de l'année 1703. dans le disque apparent du Soleil.</i> Par M. CASSINI le fils.	114
<i>Suite des Observations de la Tache qui a paru de nouveau dans le disque apparent du Soleil.</i> Par M. CASSINI le fils.	116
<i>Observations de plusieurs Taches qui ont paru dans le Soleil au mois de May 1703.</i> Par M. DE LA HIRE.	119
<i>Observations des Taches du Soleil qui ont paru aux mois de May & de Juin 1703.</i> Par M. DE LA HIRE.	120
<i>Suite des Observations de la Tache du Soleil qui a paru à la fin du mois de May, & au commencement du mois de Juin 1703.</i> Par M. DE LA HIRE.	123
<i>Suite des Observations de la Tache qui a paru dans le Soleil à la fin du mois de May, & dans le mois de Juin 1703.</i> Par M. DE LA HIRE.	124
<i>Observation d'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de Juillet 1703. à l'Observatoire Royal.</i> Par M. DE LA HIRE.	129
<i>Remarques sur les Lignes Geometriques.</i> Par M. ROLLÉ.	132

TABLE.

<i>Addition au premier des Mémoires de l'Académie de l'année 1699. touchant la manière de trouver des Courbes le long desquelles un corps tombant, s'approche ou s'éloigne de l'horizon, ou d'un point donné quelconque, en telle raison des temps, & dans telle hypothèse des vitesses que l'on voudra. Par M. VARIGNON.</i>	140
<i>Suite d'Observations sur l'Hydropisie, depuis 1683. jusqu'à 1686. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	150
<i>Sur une Hydropisie. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	156
<i>Sur l'Hydropisie. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	158
<i>Sur l'Hydropisie. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	162
<i>Sur l'Hydropisie. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	170
<i>Pronostics que l'on peut faire touchant l'Hydropisie après la ponction. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	178
<i>Manière prompte & facile de trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Cassini. Par M. VARIGNON.</i>	181
<i>Rectification des Caustiques par Reflexion formées par le Cercle, la Cycloïde ordinaire, & la Parabole, & de leurs Développées, avec la Mesure des Espaces qu'elles renferment. Par M. CARRE.</i>	183
<i>Remarques sur la Table des degrez de chaleur, extraite des Transactions Philosophiques du mois d'Avril 1701; lûe par M. Geofroy en l'Assemblée du Mardi 24 Juillet 1703. Par M. AMONTONS.</i>	200
<i>Des Courbes décrites par le concours de tant de Forces centrales qu'on voudra, placées à discretion entr'elles, & par rapport aux plans de ces mêmes Courbes. Par M. VARIGNON.</i>	212
<i>Expériences du Barometre faites sur diverses Montagnes de la France. Par M. MARALDI.</i>	229
<i>Du mouvement des Eaux, ou d'autres liqueurs quelconques de pesanteurs spécifiques à discretion; de leurs vitesses, de leurs dépenses par telles ouvertures ou sections qu'on voudra; de leurs hauteurs au-dessus de ces ouvertures, des durées de leurs écoulemens, &c. Par M. VARIGNON.</i>	238
<i>Observations sur un Cerveau petrifié. Par M. DU VERNEY le jeune.</i>	261
<i>Extrait d'une Lettre de M. Bernoulli Professeur à Bâle, en date du 11. Septembre 1703. contenant l'application de sa Règle au Centre de Balancement à toutes sortes de figures.</i>	272
<i>Observation de l'Eclipse de Soleil qui a paru à l'Observatoire Royal le 8. Decembre 1703. au Soleil couchant. Par M. DE LA HIRE.</i>	283
<i>Observation de l'Eclipse de Soleil du 8. Decembre 1703. à Tours par M. Nonnet, envoyée à M. de la Hire.</i>	285
<i>Remarques sur les inégalités du mouvement des Horloges à Pendule. Par M. DE LA HIRE.</i>	Là même.
<i>Moyens pour faire monter un grand Vaisseau sur la Calle telle qu'elle est.</i>	est.

T A B L E.

<i>est construite dans le Port de Toulon , sans se servir d'aucunes machines.</i> Par M. LA HIRE.	299
<i>Perficaria Orientalis , Nicotianæ folio , calyce florum purpureo</i> Coroll. Hist. rei Herbat. 38. Par M. TOURNEFORT.	302
<i>Du frottement d'une Corde autour d'un Cylindre immobile.</i> Par M. SAUVEUR.	305
<i>Du nouveau Système de l'Infini.</i> Par M. ROLLE.	312
<i>Examen des Faits observés par M. du Verney au Cœur des Tortuës de Terre.</i>	345
<i>Réponse à la Critique de M. du Verney.</i>	403
<i>Critique des deux Descriptions que M. Buisson Anatomiste de la Société Royale de Londres a faite du Cœur de la Tortuë de Mer.</i>	437
<i>Description du Cœur d'une Tortuë de Mer.</i>	451
<i>Description du Cœur d'une grande Tortuë terrestre de l'Amérique , avec des Reflexions sur celle de M. du Verney.</i>	457



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE
ET DE NAVARRE: A Nos amez & feaux Conseillers,
les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des
Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil,
Prevôt de Paris, Baillifs, Senéchaux, leurs Lieutenans
Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra; SALUT.
Nôtre Academie Royale des Sciences Nous a très-
humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plu
luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles
marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec
plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de
ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a
déjà donnez au Public, elle seroit en état d'en produire
encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nou-
velles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous
luy avons accordées en date du 6 Avril 1699, n'ayant
point de temps limité, ont été déclarées nulles par un
Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13 du mois d'Aoust der-
nier. Et desirant donner à ladite Academie en Corps & en
particulier, à chacun de ceux qui la composent, toutes les
facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre
leurs travaux utiles au Public; Nous avons permis &
permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire
imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre
obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir,
*Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Rela-
tions annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assem-
blées de l'Academie Royale des Sciences; comme aussi les
Ouvrages Memoires ou Traitez de chacun des Particuliers
qui la composent, & generalement tout ce que ladite
Academie voudra faire paroître en son nom, lorsqu'a-
près avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux*

termes de l'article xxx. dudit Reglement , Elle les jugera dignes d'être imprimez : & ce pendant le temps de dix années consecutives , à compter du jour de la date desdites Presentes. Faisons très-expresses défenses à tous Imprimeurs , Libraires , & à toutes sortes de Personnes de quelque qualité & condition que ce soit , d'imprimer , faire imprimer en tout ni en partie , aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie ; comme aussi d'en introduire , vendre & debiter d'Impression Errangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause , à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur , de trois mille livres d'amende , dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris , un tiers audit Imprimeur , & l'autre tiers au Dénonciateur , & de tous dépens , dommages & interests : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris , & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs , & ce en bon papier & en beaux caracteres , conformément aux Reglemens de la Librairie ; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliotheque publique , un dans celle de nôtre Château du Louvre , & un dans celle de nôtre très cher & feal Chevalier Chancelier de France le Sieur Phelypeaux , Comte de Pontchartrain , Commandeur de nos Ordres ; le tout à peine de nullité des Presentes : du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement , sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la Copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement desdits Ouvrages , soit tenuë pour dûement signifiée ; & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires , foy soit ajoutée comme à l'Original. Comman-

dons au premier nôtre Haïffier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & necessaires, sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires; C A N tel est nôtre plaisir. D O N N E' à Versailles le neuvième jour de Fevrier, l'an de Grace mille sept cent quatre, & de nôtre Regne le soixante & unième. Signé, Par le Roy en son Conseil, L E C O M T E.

L'Academie Royale des Sciences, par Deliberation du 13 Fevrier 1704, a cedé le present Privilege à J E A N B O U D O T son Libraire, pour en jouïr conformément au Traité fait par l'Academie avec ledit Boudot le 13 Juillet 1699; En foy dequoy j'ay signé, à Paris ce 13 Fevrier 1704.

F O N T E N E L L E, *Secretaire de l'Academie Royale des Sciences.*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero cvi. page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13 Aoust dernier. A Paris le 13 Fevrier 1704.

P. E M E R Y, Syndic.

Je reconnois avoir retrocedé la presente Cession à Monsieur H O C H E R E A U, pour en jouïr dans toute son étendue, en mon lieu & place; suivant les conventions faites entre nous. Fait à Paris ce seizième Octobre mil sept cens dix-huit.

M. T. M A R T I N, Veuve B O U D O T.

Registré sur le Registre 4^e de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, page 423. conformément au Reglement, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13 Aoust 1704. A Paris ce onzième Janvier mil sept cens dix-neuf.

D E L A U L N E, Syndic.

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES.

Année M. DCCIII.

~~~~~

PHYSIQUE GENERALE.

---

*SUR L'ORIGINE DES RIVIERES.*

MONSIEUR Mariote, & M. Perraut, l'un V. les M.  
des freres de celui qui a été un des plus pag 16.  
dignes membres de l'Academie des Sciences, ont rapporté l'origine des Fontaines  
& des Rivières aux Pluyes.

Ils ont prétendu qu'elles penetrent  
dans la terre, jusqu'à ce qu'elles rencontrent le Tuf, ou  
la Glaife, qui sont des fonds assez solides pour les soutenir,  
& pour les arrêter, & qu'elles coulent sur ces fonds du  
côté où ils ont une pente, jusqu'à ce qu'elles trouvent

1703.

A



sur la surface de la terre une ouverture par où elles s'échappent, & c'est-là ce qu'on appelle une Source. Si l'on calcule la quantité de pluie ou de neige qui tombe en un an sur tout le terrain qui doit fournir, par exemple, l'eau de la Seine, on trouve que la Seine n'en prend que la sixième partie, ce qui met fort au large les Auteurs de ce Système. Quant à la continuité de l'écoulement des Rivières, elle vient de ce que les pluies pénètrent lentement la terre, & ne se rendent sur les fonds qui les ramassent que long-temps après être tombées. De plus quand les Rivières sont fort grosses, & fort hautes, elles poussent dans les terres, bien loin au-delà de leurs rivages, des eaux qui redescendent ensuite dans ces mêmes Rivières quand elles sont plus basses, mais qui n'y redescendent qu'avec lenteur, & par conséquent contribuent à les entretenir malgré de longues secheresses. Les Sources naissent ordinairement au pié des Montagnes, parce que les Montagnes ramassent plus d'eaux & leur donnent ordinairement plus de pente vers un même côté, & si l'on voit quelquefois des Sources dans des lieux élevés, & même au haut des Montagnes, elles doivent venir de lieux encore plus élevés, & avoir été conduites par des lits de glaise ou de terre argilleuse, comme par des canaux naturels. Que si entre une Montagne du haut de laquelle il part une Source, & une autre Montagne plus élevée qui en doit fournir l'eau, il y a un vallon, il faut imaginer la Source comme une eau, qui d'un réservoir d'une certaine hauteur a été conduite par un canal souterrain, & est venue faire un jet d'une hauteur égale à celle du réservoir, ou moindre.

M. de la Hire a examiné ce Système par l'endroit le plus essentiel, & qui est en même temps celui dont les Auteurs paroissent s'être le moins défiés. Il a voulu voir par des expériences, si les eaux de pluies ou de neiges pouvoient pénétrer dans la terre jusqu'au tuf, ou jusqu'à la glaise, & il a trouvé qu'elles ne pénétraient pas

seulement à 16 pouces , en assez grande quantité pour former le plus petit ramas d'eau sur un fond solide.

Encore falloit-il que la terre sur laquelle il faisoit son experience fût entièrement dénuée d'herbes , & de plantes ; car dès qu'il y en avoit , & qu'elles étoient un peu fortes , loin que la pluye qui tomboit fût suffisante pour se ramasser au-delà de 16 pouces de profondeur , elle ne l'étoit pas pour nourrir ces plantes , & il falloit encore les arroser de temps en temps.

Cette observation fit naître à M. de la Hire la pensée d'en faire une plus exacte sur la quantité d'eau que les plantes consomment. Il mit au mois de Juin dans une phiole où il y avoit une livre d'eau exactement pesée , deux feuilles de Figuier de mediocre grandeur , & qui pesoient ensemble 5 gros 48 grains , les queues des feuilles trempoient dans l'eau , & le reste du cou de la phiole étoit très-bien bouché. Il exposa le tout au Soleil & au vent , & en 5 heures & demie l'eau de la phiole étoit diminuée de 2 gros , c'est-à-dire , d'une 64<sup>e</sup> partie que les deux feuilles avoient tirée , & que le Soleil & l'air avoient ensuite fait évaporer. Comme la fraîcheur des feuilles ne s'entretient , du moins pendant le jour , & dans le chaud , que par le passage continuel qu'elles donnent à l'eau qui monte des racines , & qui ensuite se dissipe , il eût fallu que ces deux feuilles , si elles eussent été attachées à l'arbre , eussent tiré de la terre en 5 heures & demie , ces 2 gros d'eau pour se conserver dans la même fraîcheur. On peut juger par là combien tout le Figuier en eût tiré en un jour , & par conséquent quelle prodigieuse quantité d'eau se dépense à l'entretien des plantes. C'est apparemment par cette raison que les pluies sont plus abondantes en Eté , & que les trois mois de Juin , de Juillet , & d'Août en fournissent communément autant que tout le reste de l'année. Il paroît par l'expérience de M. de la Hire , qu'elles ne suffiroient pas , même en ce temps-là , pour nourrir les Plantes , & il faut que l'humidité de la terre , les rosées , & les brouillards

## 6 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ces deux exemples d'imaginer des causes des Fontaines extraordinaires, dès que l'on en sçaura les circonstances en détail. La plus grande difficulté est d'en avoir de bonnes Relations & bien purgées du faux Merveilleux, que les traditions populaires y ajoutent toujours.

De cette Theorie generale, M. de la Hire descend à des remarques particulieres sur l'usage des eaux de pluye & de Fontaine, & sur les Cisternes. On y trouvera un accident assés nouveau d'une eau de pluye ramassée à l'Observatoire, & qui sentoit extrêmement la fumée, parce que l'Observatoire est situé au Sud de Paris, & que cette pluye étoit tombée par un vent de Nord, qui pouffoit vers l'Observatoire la fumée des Cheminées de Paris, & en avoit mêlé des particules dans la pluye qui tomboit. Cette raison qui semble s'être présentée naturellement, n'a peut-être pas été si facile à découvrir, & il ne seroit pas trop extraordinaire, qu'on eût été chercher bien loin une cause de cet effet, en passant par dessus de petites circonstances que l'on ne s'avise pas de considerer.

---

## SUR LE NOUVEAU THERMOMETRE

DE M. AMONTONS.

V. les M.  
pag. 101.

\* pag. 1.  
& suiv.

**I**L est de l'essence de la Verité d'être seconde, & une découverte ne va point seule. Le principe qui a conduit M. Amontons à imaginer une nouvelle construction de Thermometre, ainsi qu'il est rapporté dans l'Hist. de 1702, \* la conduit aussi à un moyen de rendre sensible, & de réduire en calcul la cause des plus violens tremblemens de terre.

Si la place qu'occupe dans nôtre Tourbillon le globe de la Terre, étoit occupé par un globe d'air égal, l'air qui seroit vers le centre seroit prodigieusement condensé. Car si l'air que nous respirons sur la surface de

la terre est réduit à une certaine condensation par le poids de 20 lieuës d'air en hauteur, ou environ, dont il est chargé, que seroit-ce d'un air, qui outre ce poids, porteroit celui de 1500 lieuës d'air?

Il est vrai qu'il faut supposer pour cela que la condensation de l'air n'a point de bornes, ou du moins va prodigieusement loin, & de grands Physiciens ont trouvé par leurs experiences, qu'il ne pouvoit être condensé que 800 fois plus qu'il ne l'est sur la surface de la terre. Mais outre qu'il est permis de douter de l'exactitude de ces experiences qui ont dû être très-difficiles, il se peut que tout nôtre art soit incapable de pousser l'air à une grande condensation; & enfin M. Amontons qui a reconnu certainement que le ressort de l'air est mis en action par les particules ignées, ou ce qui revient au même, par la matiere subtile, & qui ne conçoit pas que cette matiere puisse jamais être entierement chassée hors des interstices de l'air, est assés bien fondé à croire que quelque industrie qu'on employe, il en reste toujours à chasser, & par conséquent que l'air n'est point porté à sa dernière condensation. Le moyen, par exemple, qu'on pût jamais comprimer de la laine de sorte qu'il n'y restât aucune particule d'air?

Supposé donc que dans 1500 lieuës l'air soit toujours condensé à proportion qu'il sera chargé d'un plus grand nombre de couches superieures; & d'ailleurs la proportion de pesanteur qui est entre le mercure, & l'air tel que nous le respirons, étant connue, M. Amontons fait le calcul des differens degrés de condensation où seroient les differentes couches, & les differens Orbes de ce globe aérien égal au globe terrestre, & il trouve que dès la 41931<sup>e</sup> toise, c'est-à-dire, un peu plus que la 18<sup>e</sup> lieuë en profondeur, l'air seroit si condensé, qu'il peseroit autant qu'un volume égal de Mercure, de sorte que du Mercure tombé sur la surface du globe jusqu'à cette 41931<sup>e</sup> toise, s'arrêteroit-là, & seroit trop léger pour aller plus loin. L'Or étant plus pesant que le Mercure, la

couche ou l'Orbe dont l'ait égaleroit la pesanteur de l'Or, seroit à quelque 19 lieuës. Il est aisé par les proportions de poids que nous connoissons entre différentes matieres, d'assigner à chacune l'Orbe qui l'égaleroit en pesanteur; & comme l'Or, qui est ce que nous connoissons de plus pesant, ne seroit qu'à la 19<sup>e</sup> lieuë, il est clair qu'à une plus grande profondeur, la pesanteur de l'air surpasseroit toujours toutes les pesanteurs qui nous sont connues, & les surpasseroit enfin à un excès presque incroyable.

Cela vient en general de ce qu'un pied d'air, par exemple, qui se condense, si l'on met un autre pied d'air au-dessus; & par conséquent ne fait plus un pied en hauteur, se condense encore davantage & fait moins d'espace en hauteur, si on le charge de deux pieds; & en même temps aussi le second pied se condensant parce qu'il est chargé du troisième, la hauteur totale est encore diminuée. Si l'on ajoute un quatrième pied, le troisième se condense & perd sa hauteur, & les deux premiers déjà réduits à une moindre hauteur s'abaissent encore, & ainsi de suite; de sorte que plus on ajoute d'air en hauteur, moins on en augmente la hauteur, selon une certaine proportion, & par conséquent pour former une grande hauteur d'air, il en faut une quantité prodigieuse.

Puisqu'un même degré de chaleur rend le ressort de l'air d'autant plus violent que cet air est plus condensé, ce qui est le principe du nouveau Thermometre, l'air du globe aérien étant échauffé, deviendrait capable d'effets d'autant plus grands, qu'il seroit à une plus grande profondeur. Et en retranchant maintenant la fiction de ce globe aérien, & remettant les choses en l'état où elles sont réellement, l'air qui est dans la terre a différentes profondeurs, étant toujours plus condensé, acquiert par la même chaleur une force de ressort d'autant plus grande. De plus, comme l'inflammation des matieres minérales produit dans la terre un degré de chaleur, sans comparaison plus violent que celui de l'eau bouillante, il n'est

n'est pas étonnant que cet air si dense , & en même temps si échauffé , soit capable de soulever de grandes parties de la surface de la terre , & quelquefois de les bouleverser. Cet effet a dû être merveilleux , tant qu'on a jugé de l'air souterrain par celui qui nous environne , & que cet air enfermé dans la terre , n'a été pris que pour de l'air , & non pas pour une espèce de corps solide assés pesant , ce qui a été sans doute une erreur fort naturelle , & dont il ne devoit pas être aisé de revenir. Il falloit encore , pour faire entièrement cesser cette merveille , nous apprendre , comme a fait M. Amontons , que les effets de l'air échauffé sont proportionnés à son degré de condensation.

Après cette application du principe qui a produit le nouveau Thermometre aux tremblemens de terre , M. Amontons a fait voir des usages qui naissoient immédiatement de son Thermometre. Il s'en est servi pour examiner une Table des degrés de chaleur , inserée dans les Transactions philosophiques au mois d'Avril 1701. il réduit d'abord en degrés de son Thermometre , ceux du Thermometre de l'Auteur Anglois , afin que les observations faites de part & d'autre puissent être comparées. Ensuite il vient au détail des observations , & donne une Table commune de celles de l'Auteur Anglois & des siennes. On y verra l'évaluation précise , & le rapport d'un grand nombre de differens degrés , ou , ce qui revient au même , de differens effets de la chaleur. On ne connoît proprement dans la Physique que ce qui est ainsi évalué , & c'est un grand secours pour découvrir les causes naturelles ; car quelquefois on trouve un degré plus fort , où l'on en auroit crû un plus foible , & delà peut dépendre le dénouement de quelque difficulté. Il est vrai aussi que ceux qui font des Systèmes n'en ont pas une liberté si entiere de supposer le plus & le moins où il leur plaît.

V. les M.  
pag. 50. &  
200.

On peut avec le Thermometre mesurer la chaleur naturelle des Animaux , aussi bien que celle du Soleil ou

du feu , & en tirer quelques consequences pour la Medecine. M. Amontons a trouvé que pour avoir des battemens d'artere plus frequens , on n'en a pas le sang plus chaud.

Comme le Thermometre de M. Amontons , ni aucun autre ne passe la chaleur de l'eau bouillante , qui est beaucoup au-delà de celle que l'air peut recevoir du Soleil , il faut un autre Thermometre pour les degrés de chaleur superieurs , tels que sont ceux qui fondent les Métaux. M. Amontons s'est servi d'un barreau de fer rougi seulement par un bout dans une certaine étendue , & par conséquent toujours inégalement échauffé depuis là jusqu'à l'autre bout. Differentes matieres posées sur ce barreau à differentes distances du bout rougi , ou se sont mises en fusion , ou ont donné d'autres marques du degré de chaleur qu'elles recevoient , & comme il y avoit un endroit où le suif se fendoit , ce qui est un point commun au barreau , & au nouveau Thermometre , M. Amontons s'en est servi pour réduire les differentes distances trouvées sur le barreau à des degrés de son Thermometre , qu'il n'a qu'à supposer prolongé , de sorte que la même mesure regne par tout.

Il arrive quelquefois que l'Auteur Anglois & M. Amontons disconviennent sur les mêmes faits , & même considerablement , & quoique M. Amontons ait fait ses experiences avec un extrême soin , & qu'il en puisse garantir l'exactitude , il vaut mieux suspendre son jugement , jusqu'à ce que l'on sçache plus précisément qu'on ne le sçait encore , de quelle maniere ont été faites celles de l'Auteur Anglois , & quelle a été la cause des erreurs , s'il y en a. Ce n'est pas assés de sçavoir qu'on ne s'est pas égaré , il faut encore pour une plus grande assurance , sçavoir ce qui a égaré ceux qui ne sont pas arrivés au même but.



## SUR L'USAGE DU BAROMETRE

*pour mesurer la hauteur des Montagnes & celle de l'Atmosphère.*

L'Histoire de 1700. \* a déjà annoncé que M. Cassini & ceux qui travailloient sous lui à la prolongation de la Meridienne, observoient sur les hautes Montagnes où ils se trouvoient, la hauteur du Barometre, pour la comparer à celle qu'il auroit eue en même temps à Paris, & en tirer un moyen de mesurer la hauteur des Montagnes au dessus du niveau de la Mer. M. Maraldi qui a eu part à ce grand travail de la Meridienne, a donné le détail des Observations du Barometre, & des conséquences qu'il en a tirées.

V. les M.

P. 229.

\* page 132.  
à la fin.

La hauteur ordinaire & moyenne du Barometre placé au bord de la Mer, est supposée de 28 pouces, qui égalent le poids de tout l'air supérieur. Si on porte le Barometre plus haut, il baisse, parce que le Mercure est soutenu par une moindre hauteur d'air. Il baisse d'une ligne quand on le porte à 60 pieds ou environ au dessus du niveau de la Mer.

Comme le Barometre varie, selon les differens changemens de l'air, & principalement par rapport au temps serain, & au vent ou à la pluie, il est visible que les observations par lesquelles on veut trouver la quantité dont il descend pour une certaine hauteur, doivent être faites dans le même temps, afin que les changemens de l'air n'entrent pour rien dans son élévation ou dans sa descente.

Si la hauteur de 60 pieds ou environ, répondoit toujours à une ligne dont le Mercure descendroit, il seroit bien aisé de trouver la hauteur d'une Montagne au dessus du niveau de la Mer, quand on sçauroit à quelle hauteur étoit le Barometre au bord de la Mer, & de com-



bien il descendoit dans le même temps étant transporté au haut de la Montagne. Mais parce que l'air est toujours moins condensé à mesure qu'il s'éloigne davantage de la surface de la Terre, la colonne d'air, qui prise depuis le niveau de la Mer peut soutenir une ligne de Mercure, est plus condensée, & par conséquent moins haute que la colonne supérieure qui peut soutenir une autre ligne, & ainsi de suite, selon une certaine progression que l'on ne connoît point

Pour la découvrir M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi prirent géométriquement la hauteur des Montagnes qui se trouvent sur le chemin de la Meridienne, & quand ils purent se transporter jusqu'au haut, ils observerent quelle étoit la descente du Barometre. Ils avoient fait le même jour, lorsqu'il avoit été possible, une observation du Barometre au bord de la Mer, ou dans un lieu dont ils connoissoient l'élevation sur le niveau de la Mer, ou en tout cas, ils ne pouvoient manquer de trouver à leur retour les observations perpetuelles du Barometre qu'on a fait à l'Observatoire, que l'on sçait être plus haut que la Mer Oceane de 46 Toises.

Par les comparaisons des différentes hauteurs des Montagnes, avec les différentes descentes du Mercure sur ces Montagnes, M<sup>rs</sup> Cassini, & M. Maraldi jugerent que la progression, suivant laquelle les colonnes d'air qui répondent à une ligne de Mercure vont en augmentant de hauteur, pouvoit être telle que la premiere colonne ayant 61 pieds, la seconde en eût 62, la troisième 63, & ainsi toujours de suite, du moins jusqu'à la hauteur d'une demi-lieuë; car ils n'avoient pas observé sur des Montagnes plus élevées. En supposant cette progression, ils retrouvoient toujours à quelques toises près par la descente du Mercure sur une Montagne, la même hauteur de cette Montagne qu'ils avoient eue immédiatement par l'opération geometrique.

On peut donc, en admettant cette progression, mesurer par un Barometre qu'on portera sur une Montagne,

combien elle sera élevée sur le niveau de la Mer, pourvu que l'on puisse sçavoir à quelle hauteur étoit à peu près en même temps le Barometre sur le bord de la Mer, ou dans un lieu, dont l'élévation au dessus de la Mer soit connuë. Et cette méthode réussira le plus souvent, quand même la Montagne seroit fort éloignée de la Mer, quoiqu'on pût craindre que dans ces deux lieux éloignés, les différentes hauteurs du Mercure, n'eussent rapport aux différentes constitutions de l'air, aussi bien qu'à ses différentes hauteurs; car on a remarqué par la comparaison des observations du Barometre faites en France, en Italie, en Angleterre, & en Espagne, que les variations du Barometre, principalement lorsqu'elles sont promptes & soudaines, y arrivent ordinairement les mêmes jours. Il faut toujours se souvenir que la hauteur de la Montagne qu'on veut mesurer, ne doit point passer une demi-lieuë, parce que la justesse de la progression supposée n'a été éprouvée que jusques-là.

Que si cette progression regnoit dans toute l'Atmosphere, il seroit bien facile d'en trouver la hauteur; car les 28 pouces de Mercure qui égalent le poids de toute l'Atmosphere étant la même chose que 336 lignes, on auroit une progression arithmetique qui auroit 336 termes, dont la différence seroit un, & le premier terme 61, ce qui donne aussi tôt la somme, qui seroit de  $6\frac{1}{2}$  lieuës pour la hauteur de toute l'Atmosphere, & l'air de la 336<sup>e</sup> colonne seroit plus de six fois moins condensé que celui de la premiere. Mais l'incertitude du principe se répand sur toutes ces conclusions, & il ne faut encore rien déterminer de précis sur la hauteur de l'Atmosphere, & sur ses différens degrés de densité. C'est assez d'avoir trouvé une maniere commode de mesurer par deux observations correspondantes du Barometre, l'élévation de la plupart des Montagnes au dessus du niveau de la Mer, ce qui seroit une operation presque impraticable, par d'autres Methodes, dès que la Mer est un peu éloignée.

## SUR LE SENS DONT PLUSIEURS *Corps se tournent.*

**C**E n'est pas seulement l'intelligence qui nous manque pour découvrir les causes naturelles, il semble que les yeux nous manquent aussi pour voir les effets, & mille choses se présentent incessamment, qui ne sont point observées.

Combien y a-t-il de gens qui s'apperçoivent que les Coquilles des Limaçons, qui sont des helices tournées autour d'une sorte de cône, sont toutes tournées d'un même sens dans une même espece, & ce qui est encore plus considerable, d'un même sens dans presque toutes les especes : ce sens est de gauche à droite, à les regarder la pointe en haut. M. Parent, après plusieurs recherches de tous les Limaçons de terre, de riviere, de mer, & même des pierres, n'a pû trouver que trois especes dont les coquilles fussent tournées de droite à gauche.

Il a étendu cette observation sur les Plantes. Il y en a un grand nombre, qui ont ou leurs tiges, ou leurs fleurs, ou leurs gouffes tournées d'un certain sens ; d'autres dont les fleurs ou les graines s'attachent en helice autour de la tige, & par conséquent s'y attachent en un sens déterminé ; ce sens est toujours le même dans la même espece ; & de plus, M. Parent ayant fait des dénombremens les plus amples qu'il a pû des différentes especes par rapport à ces sortes de propriétés, il a toujours trouvé qu'un certain sens dominoit, c'est à-dire, par exemple, que sur 33 especes de Plantes qui avoient leurs tiges tournées à droite, il n'y en avoit que 4 qui les eussent tournées à gauche, que dans 15 especes, les gouffes étoient tournées à gauche, & dans 1 seulement à droite.

M. Parent a remarqué de même que les fibres du cœur de l'Homme sont toujours tournées en même sens, les exterieures de droite à gauche en descendant, & les in-

terieures de même sens en remontant, & qu'au contraire, le toupillon que forment les cheveux naissans au sommet de la tête, est presque toujours tourné de gauche à droite à l'égard de celui qui les porte.

Il suffit d'avoir averti que sur ces sortes de sujets, si peu observés communément, il y a des observations à faire, & que l'on peut tourner ses yeux & son attention de ce côté-là. Chacun trouvera ensuite dans la nature assés d'occasions semblables.

La détermination constante & invariable de quelques parties, soit d'une Plante, soit d'un Animal à être tournées d'un même sens, vient assurément de la graine ou de l'œuf, & c'est là une nouvelle preuve que les generations ne sont que des développemens; mais qui a mis cette détermination dans l'œuf ou dans la graine?

On pourroit faire la même question dans le sens dont les Planetes tournent, & tout cela peut être renvoyé à une premiere volonté purement arbitraire de celui qui a fait l'Univers. Mais une autre question à laquelle il semble qu'on soit obligé de répondre par l'enchaînement des causes secondes, c'est de sçavoir pourquoi un plus grand nombre, ou de Plantes ou de Coquilles, sont tournées d'un certain sens.

M. Parent conjecture que cela peut tenir au Système de l'Aiman. Il est persuadé que l'on y doit admettre deux tourbillons de matiere magnetique qui tournent en helice autour de la terre, & le long de son axe, en deux sens opposés l'un à l'autre, & dont l'un sort par un Hemisphere, l'autre par l'Hemisphere opposé. Cette matiere magnetique est assés subtile pour pénétrer les corps, & par conséquent les œufs ou les graines, & si par quelque cause que ce soit, un des tourbillons a plus de facilité que l'autre pour pénétrer certaines graines ou certains œufs, il les tourne du sens qui lui est propre. Peut-être chaque Tourbillon a-t-il généralement plus de force dans l'Hemisphere par où il sort. A ce conte, les corps capables d'être ainsi tournés affecteroient dans l'Hemisphere Austral un sens contraire à

celui qu'ils ont dans le nôtre. Mais il est aisé de juger combien d'observations seroient nécessaires pour vérifier cette pensée. C'est assés de la proposer présentement , & d'y faire entrevoir quelque lueur de vrai-semblance.

## *DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE*

### I.

**M**onsieur de la Hire a observé de petits Insectes qu'on appelle Pucerons , parce qu'ils paroissent comme de petites Pucés vertes. Ils s'attachent aux jeunes pousses des arbres & des plantes , & en font perir une partie. Les feuilles où ils se mettent par dessous se plissent entierement , & leur servent en même temps & d'enveloppe contre les injures de l'air , & de nourriture. Ils éclosent vers le milieu du Printemps , & croissent fort considérablement dans l'espace d'un mois ou environ. Ils ont trois pattes de chaque côté , & deux cornes assés longues sur la tête. Ils sont de figure longue & arrondie , la tête petite avec deux yeux d'un rouge brun. Quelque temps après on les voit avec des aîles. M. de la Hire a trouvé sur les Plantes qu'ils rongent une si grande quantité de dépouilles blanches , qui contenoient les pattes & les cornes de cet Animal , qu'il ne doute point que ce ne soient des Enveloppes que les Pucerons quittent , auxquelles sont attachées leurs cornes & leurs pattes , & qui cachoient les petites aîles dont ils doivent se servir , après que les pattes seront tombées. Ces aîles se développent entierement en une demi-heure , elles sont alors fort blanches , mais après s'être développées , elles deviennent noires peu à peu , & parfaitement semblables à celles des Mouches ordinaires. La tête de l'Insecte devient noire aussi , le corps brun , & il diminuë un peu de grosseur.

Voilà donc une espece d'Insectes , qui après avoir marché , viennent à voler sans avoir passé , comme la plupart des

des autres Insectes volans , par être Aurelia ou Chrysalis. On appelle du nom d'Aurelia ou de Chrysalis , cette espèce de *Fève* , en laquelle se change un Ver , par exemple , un Ver à soye , qui doit ensuite prendre des aîles & voler. Au lieu de passer par cette metamorphose , ces Pucerons quittent leur enveloppe ; elle ressemble parfaitement à celle dont les Grenouilles sont revêtues , lorsqu'elles ne sont encore que Testards , incapables de marcher sur la terre , & propres seulement à nager.

M. de la Hire croit que les Pucerons vivent une année entière , & que pendant l'hyver ils se retirent dans des trous , d'où ils sortent au Printems pour pondre leurs œufs , comme font les Mouches ordinaires.

Les Fourmis sont fort friandes des Pucerons. Elles s'amassent en grande quantité sur les Plantes où il y en a , & on se prend à elles des maladies de ces Plantes , mais ce sont les pucerons qui ont causé tout le mal , & ils n'ont fait qu'attirer les Fourmis.

## I I.

M. Galland de l'Academie des Inscriptions a confirmé à l'Academie des Sciences ce qui avoit été dit sur l'Ambre jaune dans l'Hist. de 1700. \* Il en a trouvé à Marseille au bord de la Mer , dans un endroit où il n'y avoit point d'arbres , & où la mer n'étoit bordée que de Rochers très-escarpés , que les flots battoient dans les gros temps. L'Ambre jaune devoit s'être détaché des fentes de ces Rochers , d'où il étoit tombé dans la mer.

\* pag. 10.  
& 11.

## I L I.

En même temps M. Galland apprit à l'Academie qu'il avoit vu dans la *Cassine* de l'illustre M. Puget de Marseille , des Colonnes d'un Albâtre de différentes couleurs , & très-precieux. Il est si transparent , que par le poli très-parfait dont il est capable on voit à plus de deux doigts dans son épaisseur l'agréable variété de couleurs dont il est embelli. M. Puget dit à M. Galland qu'il étoit le seul qui connût la carrière , quoiqu'elle ne fût pas loin de Marseille.

## I V.

M. Dodart a montré une Bouteille d'eau de Sainte Reine gardée depuis l'an 1678, sans aucune corruption, ni aucun sediment au fond qui parût. Il y avoit cependant un peu d'air dans la bouteille. L'Osier s'en étoit pourri. On l'a cassée. On n'a trouvé au fond & aux parois qu'un léger sediment de terre qui n'avoit rien de salin. Quelques-uns seulement ont cru que cette terre pouvoit être un peu tartareuse.

## V.

M. Felibien de l'Academie des Inscriptions fit sçavoir à l'Academie des Sciences un événement singulier, peut-être inouï, qui venoit d'arriver à Chartres. Un jeune Homme de 24 à 23 ans, fils d'un Artisan, sourd & muet de naissance, commença tout d'un coup à parler, au grand étonnement de toute la Ville. On sçût de lui que quelque trois ou quatre mois auparavant il avoit entendu le son des Cloches, & avoit été extrêmement surpris de cette sensation nouvelle & inconnue. Ensuite il lui étoit sorti une espece d'eau de l'oreille gauche, & il avoit entendu parfaitement des deux oreilles. Il fut ces trois ou quatre mois à écouter sans rien dire, s'accoutumant à repeter tout bas les paroles qu'il entendoit, & s'affermissant dans la prononciation & dans les idées attachées aux mots. Enfin il se crut en état de rompre le silence, & il déclara qu'il parloit, quoique ce ne fût encore qu'imparfaitement. Aussi tôt des Theologiens habiles l'interrogerent sur son état passé, & leurs principales questions roulerent sur Dieu, sur l'Ame, sur la bonté ou la malice morale des actions. Il ne parut pas avoir poussé ses pensées jusque-là. Quoiqu'il fût né de parens Catholiques, qu'il assistât à la Messe, qu'il fût instruit à faire le signe de la Croix, & à se mettre à genoux dans la contenance d'un homme qui prie, il n'avoit jamais joint à tout cela aucune intention, ni compris celle que les

autres y joignoient. Il ne sçavoit pas bien distinctement ce que c'étoit que la mort , & il n'y pensoit jamais. Il menoit une vie purement animale , tout occupé des objets sensibles & presens , & du peu d'idées qu'il recevoit par les yeux. Il ne tiroit pas même de la comparaison de ces idées tout ce qu'il semble qu'il en auroit pû tirer. Ce n'est pas qu'il n'eût naturellement de l'esprit , mais l'esprit d'un homme privé du commerce des autres est si peu exercé , & si peu cultivé , qu'il ne pense qu'autant qu'il y est indispensablement forcé par les objets extérieurs. Le plus grand fonds des idées des hommes est dans leur commerce réciproque.

## V I.

M. Parent a rapporté que le 15. Mai il tomba aux environs d'Iliers dans le Perche une quantité prodigieuse d'une Gresse , qui étoit prodigieuse aussi par la grosseur. La moindre étoit grosse comme les deux pouces , la plus grosse l'étoit comme le poing , & pesoit cinq quarterons , & la moyenne étoit de la grosseur des œufs de Poule , & en plus grande quantité. Il en tomba en plusieurs endroits de la hauteur d'un pied. Il y eut 30 Paroisses dont les bleds furent coupés , comme si on y eût passé la faucille. Les Habitans d'Iliers voyant ce ravage eurent recours à leurs Cloches , qu'ils sonnerent avec tant de vigueur , que la nuée se fendit au dessus de leur Paroisse en deux parties qui s'écartèrent chacune de leur côté , en sorte que cette seule Paroisse au milieu de 30 autres qui n'avoient pas de si bonnes Cloches , n'a presque pas été endommagée. La Relation de M. Parent assuroit encore , que comme les bleds étoient alors peu avancés , quoiqu'épiés pour la plupart , ils repoussioient de nouvelles tiges au pied , & que ces tiges commençoient à pousser de petits épis , que l'on esperoit qui pourroient venir en maturité. On a appris depuis que la recolte avoit été bonne.



## VII.

Une lame d'acier étant aimantée soutient un plus grand poids, lorsqu'elle est plus longue. M. Descartes, & après lui M. Rohau, ont crû que cette augmentation de force venoit de ce que la matiere magnetique acquiert plus de vîtesse en passant au travers, d'une plus longue lame, parce qu'elle y trouve les chemins plus aisés que par tout ailleurs. M. Joblot qui a fait une étude particuliere de l'Aiman, & beaucoup de découvertes sur cette matiere, supposant un jour, dans un raisonnement qu'il faisoit à M. Carré, cette augmentation de la vîtesse de la matiere magnetique, le trouva peu disposé à recevoir cette opinion. Comme M. Carré la combattoit, il lui vint l'idée d'une experience qui devoit éclaircir la vérité. C'étoit de faire faire trois lames de bon acier, bien polies, d'un pouce de largeur ou environ, dont l'une fût double en longueur de chacune des deux autres, & du même poids que ces deux ensemble, de les passer un nombre de fois égal sur la pierre d'Aiman, pour les aimanter le plus également qu'il seroit possible, & de voir ensuite quel poids soutiendrait la plus longue seule, & les deux petites, mises l'une sur l'autre de maniere que les deux poles de même nom se répondissent; car autrement elles n'auroient fait aucun effet. Si l'augmentation de force d'une plus longue lame venoit de ce que la matiere magnetique augmentoit sa vîtesse en y passant, la longue lame devoit soutenir un plus grand poids que les deux petites; si au contraire cette augmentation de force ne venoit, comme le croyoit M. Carré, que de ce qu'il passoit une plus grande quantité de matiere magnetique au travers d'une plus longue lame, les deux petites devoient soutenir un aussi grand poids que la grande. L'experience fut faite par M. Joblot, & la plus longue lame soutint 8 onces 2 gros, & les deux petites, un peu plus de 7 onces. Ce qui les empêchoit d'aller jusqu'aux 8 onces deux gros, c'est qu'elles n'étoient pas assez bien dressées pour se pou-

voir joindre exactement ; car on sçait que plus deux lames s'unissent, plus elles ont de force.

On avoit ajouté à cette expérience une quatrième lame égale en longueur aux deux petites, mais un peu plus pesante que la grande. Elle avoit été aimantée comme les trois autres, & elle ne soutint qu'un gros de plus que chacune des petites, ce qui venoit apparemment de son épaisseur, qui l'avoit rendu plus difficile à pénétrer à la matiere magnetique. Delà il suit qu'entre les lames d'une égale épaisseur, & par conséquent également pénétrables à la matiere magnetique, les plus longues ne sont les plus fortes que parce qu'il y est entré une plus grande quantité de cette matiere.

D'autres expériences que l'on fit encore à même dessein sur les mêmes lames, aboutirent à la même conclusion.

## VIII.

M. Carré a dit, qu'ayant ramassé dans le sable de la Riviere de petites pierre plates, & fort polies, il les avoit mises dans un bassin dont le fond étoit un peu incliné des bords au centre, & qu'il les avoit placées à la circonference, qu'ensuite il y avoit versé du Vinaigre, & qu'aussitôt les petites pierres avoient été toutes au centre. La raison de cet effet est, selon lui, que le vinaigre cause une dissolution dans les pierres, & par conséquent en chasse de l'air, qui lorsqu'il se trouve sous elles, les souleve, & les fait rouler sur un plan incliné. Par la même raison, la pierre Etoilée tournoye dans du Vinaigre distillé, & sur un plan horizontal.

## IX.

Il a été dit dans l'Hist. de 1700. \* que si la Montagne \* page 5. [2]  
Inaccessible de Dauphiné, qui a sa pointe en embas, & sa base en haut étoit bien observée, elle pourroit bien se redresser. Elle s'est redressée en effet ; l'Academie a appris & par M. de Vaubonnays Premier President de la

Chambre des Comptes de Grenoble, qui veut bien être son Correspondant, & par une Lettre de M. Casset Secrétaire de M. Bouchu Intendant de Dauphiné à M. de la Hire, que cette Montagne prétendue Inaccessible, qui est à 8 ou 9 lieues de Grenoble au Midi, n'est qu'un Rocher escarpé planté sur le haut d'une Montagne ordinaire, & que même ce Rocher n'a nulle figure de Pyramide renversée. De plus, il n'y a aucune apparence qu'il se soit détaché aucune roche ni aucune partie qui ait changé la figure que cette Montagne merveilleuse pouvoit avoir du temps de Charles VIII, car elle est entre des Montagnes d'un roc très-vif, & l'on ne trouve au pied aucuns débris de rochers, comme en plusieurs autres endroits. Que devient donc toute l'histoire rapportée en 1700 ?\* On ne sçait point encore jusqu'où peut aller le genie fabuleux des Hommes.

\* pag. 3.

## X.

Voici encore une fiction, mais plus recente. Il vint une Lettre de Cadix, qui portoit que l'on y avoit vu pendant 15 nuits de suite toute la mer brillante d'une lumière claire, à peu près comme un Phosphore liquide, & pour rendre la comparaison du Phosphore plus parfaite, que l'eau de la Mer emportée dans des bouteilles, rendoit la même lumière dans l'obscurité, que quelques gouttes versées à terre y brilloient comme des étincelles de feu, & que des linges trempés dans cette eau devenoient aussi lumineux. Le fait ayant été approfondi s'est trouvé faux. Tout au plus, ce bruit qui se répandit beaucoup, même en Espagne, aura eu pour fondement quelque couleur particulière & plus vive, dont la mer se fera teinte à un coucher du Soleil. L'Academie croit faire autant en défabulant le Public des fausses merveilles, qu'en lui annonçant les véritables.

## XI.

M. Maraldi a apporté d'Italie des pierres dures d'une

couleur blanchâtre, & qui se fendent par feüilles, dans lesquelles on trouve des Poissons dessechés, des pailles, des feüilles d'Olivier. Elles ont été tirées dans le Veronois par M. le Chevalier Bianchi. Il s'est rencontré heureusement qu'en fendant la plupart de celles qui contenoient un Poisson petrifié, il a été fendu par la moitié de son épaisseur, de sorte que les deux parties en sont très-aisées à reconnoître. Il semble qu'elles soient imprimées comme dans un Moule. Tout l'exterieur du corps de l'animal est très-exactement marqué, & il n'y a nul lieu de douter que ce ne soient de veritables Poissons qu'a enveloppés un sable qui s'est ensuite petrifié.

M. Maraldi a vû dans la Galerie du Grand Duc, de semblables Poissons dessechés dans des Pierres, qui avoient été prises en Phenicie dans le Territoire de la Ville de Biblis, appelé presentement Gibeal, sur des Montagnes presque inacessibles, & éloignées de la Mer de 15 Milles.

Il a vû aussi à Rome plusieurs grandes Pierres de Marbre mêlées de rouge & de blanc, qui viennent des Montagnes de Sicile. Ce qui en forme le blanc, c'est une grande quantité de Coquillages enfermés & incorporés dans le marbre.

Qui peut avoir porté ces Poissons & ces Coquillages dans les Terres, & jusques sur le haut des Montagnes ? Il est vraisemblable qu'il y a des Poissons souterrains comme des eaux souterraines, & ces eaux, qui selon le Système de M. de la Hire, rapporté cy dessus \* s'elevent \* pag. 5. en vapeurs, emportent peut-être avec elles des Oeufs & des Semences très-legeres, après quoi lorsqu'elles se condensent & se remettent en eau, ces œufs y peuvent éclore, & devenir Poissons ou Coquillages. Que si ces courants d'eau déjà élevés beaucoup au dessus du niveau de la Mer, & peut-être jusqu'au haut des Montagnes, viennent par quelque accident ou à tarir, ou à prendre un autre cours entre des sables, enfin à abandonner de quelque maniere que ce soit les Animaux qui s'y nour-

riffoient, ils demeureront à sec, & enveloppés dans des terres, qui en se petrifiant les petrifieront aussi. Ces eaux elles-mêmes peuvent se petrifier après avoir passé par de certaines terres, & s'être chargé de certains sels. Si toutes les pierres ont été liquides, comme le croient d'habiles Physiciens, cette espece de Siftême en est plus recevable.

## X I I.

On demanda un jour par occasion, pourquoi un Vaisseau plein d'eau bouillante a le fond moins chaud pendant le moment où l'eau retirée de dessus le feu bout encore; que lorsqu'elle ne bout plus; car tandis que l'eau bout encore, on ne peut toucher avec la main le fond du vaisseau, sans se brûler, & on ne le peut plus, immédiatement après que l'eau a cessé de bouillir. Il faut ajoûter que pour le succès de cette experience, le fond du vaisseau doit être mince, & le vaisseau assez grand.

M. Homberg dit sur cela qu'il concevoit qu'un corps n'étoit chaud, que parce qu'il étoit pénétré en tous sens de la matiere de la flamme ou de la lumiere, qui sortant de toutes parts avec impetuosité, comme une infinité de petits dards très-piquans, portoit dans tous les autres corps qu'elle alloit frapper, les impressions de la chaleur, que quand un vaisseau est sur le feu, la flamme poussée de bas en haut par la pesanteur de l'air, tendoit à se faire des passages dans l'eau du vaisseau, selon cette direction, que d'abord elle avoit dû trouver de la difficulté à pénétrer cette eau, où il n'y avoit point de chemins tels que son mouvement les demandoit, qu'à la fin elle se les étoit faits, & qu'en cet état l'eau bouilloit, qu'alors tous les passages de bas en haut au travers de l'eau étant faciles, la flamme qui frappoit incessamment le fond du vaisseau les enfiloit sans peine, que par conséquent le vaisseau étant retiré de dessus le feu, le mouvement de tous les petits dards en cet instant étoit de bas en haut, & qu'ils ne pouvoient blesser la main qui touchoit le fond  
du

du vaisseau , mais que quand l'eau cessoit de bouillir , toutes les parties moins agitées s'affaissant & retombant les unes sur les autres , fermoient une infinité de passages auparavant ouverts , ce qui obligeoit les petits dards à s'échapper indifferemment de tous côtés , & que par conséquent la main appliquée au fond du vaisseau devoit en recevoir un grand nombre , & en être blessée.

Le fond du vaisseau n'est regardé ici , que comme une simple superficie que la flamme traverse seulement avant que d'arriver à l'eau , & sur laquelle elle n'agit pas. Mais si ce fond a quelque épaisseur un peu considerable , la flamme y agit necessairement en la pénétrant non seulement de bas en haut , selon la direction imprimée par la pesanteur de l'air , mais de haut en bas , & selon toutes les déterminations , parce qu'elle est réfléchie par les parties solides , & de là vient que dans ce cas , indépendamment des differens états de l'eau , la main sentira toujours de la chaleur en touchant le fond. S'il est mince , & qu'en même temps le vaisseau soit fort petit , les côtés du vaisseau qui environnent de près le fond , lui communiquent leur chaleur , & par conséquent le vaisseau ne peut être trop grand , non plus que son fond trop mince.

## X I I I.

Ce petit Système sur la chaleur a fourni aussi à M. Homberg la raison d'un fait assez étonnant , que M. Amontons a découvert en travaillant à son Thermomètre , & qui lui a servi pour le construire. C'est que quand de l'eau bout autant qu'elle peut bouillir , son degré de chaleur n'augmente plus , quoiqu'elle soit tenue plus longtemps sur le feu , ou sur un plus grand feu. L'eau n'est chaude , selon M. Homberg , que parce qu'elle est pénétrée par la matiere de la flamme qui la gonfle , la soulève , & herisse sa superficie ; quand cette matiere s'est fait de toutes parts des passages libres au travers de l'eau , l'eau bout autant qu'elle peut bouillir , & la ma-

tiere de la flamme ne peut rien faire de plus , ainsi soit qu'il en succede toûjours de nouvelle , soit qu'elle vienne en plus grande abondance , elle ne peut ni s'ouvrir mieux les chemins , ni s'en ouvrir une plus grande quantité.

V. les M.  
pag. 1.

**M**onsieur de la Hire a donné le Journal de ses Observations de 1702.



## A N A T O M I E

### S U R U N C E R V E A U

#### P E T R I F I E'.

V. les M.  
p. 261.

**I**L ne peut être permis qu'à l'Experience , d'attaquer un Système aussi ancien , aussi naturel , aussi nécessaire que celui qui établit le Cerveau pour le principe de tous les mouvemens animaux. Nous avons déjà vû dans l'Histoire de 1701 \* des faits qui semblent contredire cette hypothèse ; en voici encore un , du moins aussi surprenant , & qui paroît en quelque sorte être un effort de la Nature , pour échapper à nos recherches , & pour nous cacher son secret.

\* pag. 24.  
& 25.

M. du Verney le jeune a fait voir à l'Academie le Cerveau d'un Bœuf petrifié presque en toutes ses parties , & petrifié jusqu'à égaler la dureté d'un caillou. Il restoit seulement en quelques endroits un peu de substance molle & spongieuse. La moëlle de l'épine s'étoit conservée dans son état naturel , aussi-bien que des nerfs qui étoient

à la base du Crane. Le Cervelet étoit aussi petrifié que le Cerveau ; la Pie-Mere étoit aussi comprise dans ce changement général , & toute la masse ensemble en étoit si défigurée que l'on avoit peine d'abord à reconnoître les parties , & à nommer chacune par son nom.

Ce Bœuf étoit fort gras , & si vigoureux , que quand le Boucher avoit voulu le tuer , il s'étoit échappé jusqu'à quatre fois , circonstance très-remarquable. Car le seul exemple pareil que M. du Verney ait pu trouver dans les Auteurs , & qui est rapporté par Bartholin , est celui d'un Bœuf tué en Suede , dont le cerveau étoit aussi petrifié dans toute sa masse , mais qui étoit fort maigre , & qui paroissoit languissant.

Quelque plaisir que l'on prenne à voir la Nature détruire & braver nos Systèmes , il faut pourtant qu'elle se conduise par des Regles qui ne se démentent point , & il paroît à trop de marques indubitables , que le Cerveau est la source des Esprits , & l'origine des mouvemens. Le Cerveau petrifié que l'Academie a vu , prouve seulement que le peu de substance molle qui y restoit , & la moëlle de l'Epine , qui est une continuation du Cerveau , ont suffi pour la filtration des esprits , & ont remplacé les fonctions de cette importante partie.

Il est vrai qu'il paroît étrange que presque toute la masse du Cerveau qui étoit parfaitement petrifiée , ait été si peu nécessaire à cet Animal , qui n'avoit rien perdu ni de sa vigueur , ni de son embonpoint. Mais il seroit assés du genie de la Nature , d'avoir ménagé des ressources pour les accidens du Cerveau , & d'avoir établi qu'à son défaut la moëlle de l'épine fit des filtrations d'esprits plus abondantes , & telles que les demanderoit le besoin de l'Animal. Il arrive quelquefois dans des blessures , qu'une partie considerable de la substance du Cerveau est emportée ou détruite , & que cependant les mouvemens , soit purement mechaniques , soit volontaires , n'en sont pas sensiblement altérés pendant l'espace de plusieurs jours. M. du Verney en rapporte un Exemple , où il cite



un nom illustre , & qui doit toujours être en veneration à l'Academie des Sciences.

Ce n'est pas qu'au contraire des accidens fort legers en apparence , ne causent aussi quelquefois un renversement général dans le Cerveau , & n'en troublent toutes les fonctions. Mais M. du Verney croit , qu'alors l'alteration des parties solides a produit celle des liqueurs , au lieu que dans les autres cas , les liqueurs se sont conservées exemptes de l'alteration des parties solides. On ne propose ici que des conjectures qui auroient besoin d'être confirmées par l'experience , & le seront peut-être quelque jour. Ce ne sera que par un grand nombre d'accidens singuliers du Cerveau , comparés les uns aux autres , que l'on découvrira précisément les usages de cette partie , leur étendue , & leurs bornes , si cependant on va jamais si loin. Il est à craindre que la Nature n'ait voulu rendre le Siege de l'Ame aussi difficile à connoître que l'Ame elle-même.

## S U R U N A G N E A U

### FOETUS MONSTRUEUX.

**O**N regarde communément les Monstres comme des jeux de la Nature , mais les Philosophes sont très-persuadés que la Nature ne se joue point , qu'elle suit toujours inviolablement les mêmes Regles , & que tous ses ouvrages sont , pour ainsi dire , également sérieux. Il peut y en avoir d'extraordinaires , mais non pas d'irreguliers ; & ce sont même souvent les plus extraordinaires , qui donnent le plus d'ouverture pour découvrir les regles générales où ils sont tous compris.

M. Antoine Chirurgien de Méry sur Seine , Correspondant de M. Méry sur l'Anatomie , ayant eu entre les mains un Monstre très-singulier , en tira des conséquences nouvelles , pour la maniere dont le sang circule de la

Mere au Fœtus, & du Fœtus à la Mere, & les communiqua à M. Méry, & par lui à l'Academie.

Il vint d'une Brebis deux Agneaux dont l'un étoit vivant, bien formé en toutes ses parties, & à terme, & l'autre mort, & monstrueux, sans tête, sans poitrine, sans vertebres, & sans queue, ayant seulement une espece de ventre au bout duquel étoient les cuisses, les jambes, & les pieds de derriere. Ce ventre étoit rond & oblong, ayant 7 à 8 pouces dans sa plus grande longueur, 5 à 6 dans sa plus grande largeur, & plus de 3 pouces d'épaisseur; il n'avoit nulle ouverture, ni nul indice de sexe, il étoit fort charnu, de même que les cuisses, recouvert d'une peau toute semblable à celle des Agneaux naissans. Au milieu de la partie anterieure étoit le cordon composé de 4 vaisseaux assez gros, & fort bien distingués.

L'interieur de ce Tronc informe en étoit le plus merveilleux; il n'y avoit ni cœur, ni pœmon, ni foye, ni ratte, ni reins, ni vessie, ni vaisseaux spermatiques, ni parties de la generation, mais seulement un Mesentere, & des Intestins qui y étoient attachés, & une espece d'Estomac, qui cependant n'en avoit guere la figure. Cet Estomac & les Intestins contenoient une matiere jaune & visqueuse, semblable à des excremens.

Les vaisseaux Ombilicaux étoient l'origine & la fin de tous les autres; & quant aux Nerfs, ils partoient tous d'un corps pyramidal, gros comme une noisette, & qui par consequent tenoit lieu de Cerveau. Toute la charpente de la masse, ou l'assemblage des Os, consistoit en un os situé dans la partie superieure du Monstre, en deux os des Iles, ou Innominés qui formoient une espece de bassin, & dans les os des extremités inferieures. Le corps pyramidal qui representoit le Cerveau, étoit attaché à l'os de la partie superieure.

Deux Animaux attachés ensemble par quelque partie commune, ou un seul Animal qui auroit doublés des parties naturellement uniques, seroient beaucoup moins

étonnans que ce demi Animal ; aussi ne sont ils pas si rares. Deux Oeufs qui se sont rencontrés dans la Matrice peuvent se coler, & ils ne laisseront pas de se nourrir, & alors, ou toutes les parties de l'un & de l'autre se développent & subsistent, & ce sont deux Animaux attachés ensemble ; ou quelques parties de l'un des deux périssent, & il reste un Animal & un demi Animal unis, de sorte que le demi Animal trouve dans l'Animal entier tout ce qui lui manque. Mais un demi Animal qui ne tient point à un autre, qui est privé de toutes les parties les plus nécessaires, telles que sont le Cœur, les Poumons, & le Foye, comment a-t-il pu se former, & se nourrir ? comment la nature a-t-elle pu détacher la moitié d'un Tout aussi bien lié, & aussi indivisible qu'un Animal ? & comment a-t-elle détaché la moitié la plus dépendante d'avec celle qui gouverne, & qui contient les principaux ressorts de la Machine ?

Il suit nécessairement du défaut de Cœur dans ce Monstre, que l'impulsion du sang qui y circuloit ne partoît pas du Cœur, & par conséquent M. Antoine lui a cherché un autre principe.

Selon le Système commun, les artères de la Matrice versent leur sang dans le Placenta qui s'en nourrit, le surplus de ce sang entre dans les Veines Ombilicales qui font partie du Cordon, de là il est porté au Foye du Fœtus dans le tronc de la Veine-Porte, d'où il passe dans la Veine-Cave, & dans le Ventricle droit du Cœur. Le sang de la Mere une fois arrivé au Cœur du Fœtus, est ensuite distribué à l'ordinaire dans les parties du Fœtus, à l'exception des changemens qu'apportent à son cours le trou Ovalaire, & le Canal de communication. Il y a encore une autre différence nécessaire, c'est qu'il faut que le Cordon & le Placenta soient compris dans la circulation ; & par cette raison le sang qui sort des artères Iliques du Fœtus entre dans le Cordon par les Artères Ombilicales, de là dans le Placenta, où il est repris par les veines de cette partie, ensuite par les Veines Ombilica-

les qui le reportent avec de nouveau sang de la Mere au Foye, & au Cœur du Fœtus.

Puisque le cœur manquoit dans l'Agneau monstrueux de M. Antoine, il a fallu ou que le sang de la Mere porté dans le Fœtus par les veines Ombilicales selon le Siftême commun, soit retourné au Placenta par les Arteres Ombilicales, contre les regles ordinaires de la circulation, qui ne semblent pas permettre ce retour du sang par des arteres, ou que ce même sang poussé par la Mere dans les arteres du Placenta ait passé de là dans les arteres Ombilicales, se soit répandu dans toutes les parties du Fœtus, & soit revenu au Placenta par les veines Ombilicales; ce qui paroît plus conforme aux loix de la circulation, mais renverse entierement le Siftême commun.

M. Antoine a mieux aimé abandonner ce Siftême, que d'admettre une exception aux loix ordinaires de la circulation. Il a même crû, que si dans ce Monstre le sang de la mere entroit par les arteres Ombilicales, il suivoit cette même route dans tous les Fœtus, & il envoya à l'Academie un Ecrit où cette opinion nouvelle étoit ingenieusement exposée & soutenüe.

Il fit même pour la prouver, & pour la rendre en même temps plus sensible, le dessein d'une Machine Hydraulique assés bien imaginée, mais enfin comme ni la Machine, ni les raisons ne concluoient necessairement, il fut resolu qu'on attendroit la décision de l'experience. M. du Verney s'engagea à la faire sur une Chienne pleine qu'il ouvreroit, après quoi il feroit une ligature à l'artere Ombilicale du Cordon de l'un des petits encore vivans. Le gonflement qui arrivera de l'un ou de l'autre côté de la ligature, décidera. Si c'est entre la ligature & le Fœtus, le sang est poussé par le Fœtus dans les Arteres Ombilicales selon le Siftême commun; si c'est entre le Placenta & la ligature, le sang est poussé par la Mere dans les Arteres Ombilicales, selon M. Antoine. L'operation est difficile, & il la faudra tenter plusieurs fois, avant que d'y réussir.

On ne doit pas oublier de remarquer dans l'Agneau monstrueux ce Cerveau extraordinaire, & plus extraordinairement placé dans ce ventre, qui étoit tout l'Animal. On peut de là conjecturer combien un principe commun des nerfs est nécessaire & indispensable dans toute Machine animée.

## SUR LA CIRCULATION DU SANG DANS LE FOETUS.

V. les M.  
à la fin.

**U**Ne Question qui n'est que curieuse, a du moins l'avantage de le devenir d'autant plus, que deux habiles Adversaires soutiennent plus vivement les deux partis opposés. Celle qui s'est émûe dans l'Academie au sujet de la Circulation du sang dans le Fœtus, a produit ces descriptions que M. du Verney donna du Cœur de la Tortuë, de la Grenouille, de la Vipere, & du Cœur & des Oüies de la Carpe dans les Memoires de 1699.\* & les recherches où il s'est ensuite engagé sur la circulation du sang dans les Poissons, & dont on a vû l'essai dans l'Histoire de 1701.\* Maintenant M. Méry, sans employer tant d'Anatomie comparée, répond à ce qui regarde le fond de la Question, & entre dans certains raisonnemens Anatomiques, propres à éclaircir toujours la Mechanique des Animaux.

\* pag. 27.  
& suiv.

\* pag. 46.  
& suiv.

Si l'on se remet devant les yeux ce qui a été dit sur cette matiere dans l'Histoire de 1699.\* & dans celle de 1701.\* on verra qu'il s'agit de sçavoir quelle route tient dans le Fœtus le sang qui passe par le trou ovale, s'il va de l'oreillette droite du cœur dans la gauche pour s'épargner une circulation autravers des poumons qui peut-être sont difficiles à pénétrer, faute d'air, ou s'il va de l'oreillette gauche dans la droite, pour s'épargner une circulation par tout le corps, où la masse entiere du sang ne couleroit pas assés librement, parce qu'elle n'est pas assés animée d'air.

M. Méry.

M. Mery reprend son premier principe. Dans l'Homme où la même quantité de sang qui circule dans les Poumons circule aussi par tout le corps, tous les Vaisseaux des deux côtés du cœur, Ventricules, Oreillettes, Arteres, sont égaux. Dans le Fœtus humain, M. Méry soutient que les Vaisseaux du côté droit sont toujours plus grands que ceux qui leur répondent de l'autre côté, l'oreillette d'un tiers plus grande, le ventricule & l'artere la moitié plus grands, preuve évidente qu'une plus grande quantité de sang est contenue du côté droit, ou y coule; car comme les vaisseaux qui sont fibreux obéissent à l'impulsion du sang, il se les fait jusqu'à un certain point aussi grands qu'il lui est nécessaire, & par une moindre impulsion il leur permet de se rétrécir.

De plus, les proportions de l'inégalité des vaisseaux sont précisément celles que le Système de M. Méry demande. Tout le sang rapporté par la veine cave, c'est-à-dire, tout le sang du fœtus, est poussé, selon lui, dans l'Artere pulmonaire, mais le canal de communication en dérobe un tiers, & il n'y a que les deux autres tiers qui circulent par le poumon, & passent dans le côté gauche du cœur. L'oreillette gauche reçoit donc un tiers moins de sang que la droite, & de là vient qu'elle est d'un tiers plus petite. Si tout le sang de cette oreillette gauche tomboit dans son ventricule, il ne devrait être non plus que d'un tiers plus petit que le ventricule droit; mais puisque dans l'opinion de M. Méry, il passe du sang de l'oreillette gauche par le trou ovale dans le côté droit, le ventricule gauche en reçoit moins que l'oreillette; il doit donc être encore plus petit par rapport au ventricule droit, que l'oreillette gauche ne l'est par rapport la droite, & c'est effectivement ce que M. Méry a trouvé par toutes les mesures qu'il a prises. Le ventricule gauche n'est que la moitié du droit, & par la même raison la capacité du tronc de l'aorte n'est que la moitié de celle du tronc de l'artere pulmonaire.

Il est vrai, & quelques-uns ont fait cette objection, que le

ventricule gauche & l'aorte étant formés de fibres beaucoup plus épaisses, & plus puissantes, que le ventricule droit, & l'artere pulmonaire, ils pourroient, quoiqu'ils fussent moindres en capacité, pousser en même temps une aussi grande quantité de sang, parce qu'ils la pousseroient avec plus de force, & lui donneroient plus de vitesse. Mais il faudroit pour cela qu'il y eût une espece de source qui versât dans le ventricule gauche, après qu'il se seroit vidé, encore autant de sang, dont il se vuideroit encore, & qu'il poussât ces deux quantités successives de sang dans le même temps que le ventricule droit pousseroit hors de lui la seule qu'il contient. Or il est constant que la structure & le mouvement du cœur ne permettent pas qu'on ait cette idée. Les deux ventricules ne se voident que dans le même instant, chacun ne se vuide que de ce qu'il contient dans cet instant unique, & le gauche n'est le plus fort, aussi-bien que l'aorte, que parce qu'ils ont à pousser le sang jusqu'aux dernieres extremités du corps, au lieu que le ventricule droit & l'artere pulmonaire ne le poussent que dans le pôumon.

Les défenseurs de l'ancien Système avoient répondu à M. Méry que les vaisseaux du côté droit, supposé qu'ils fussent plus grands, l'étoient, non à cause d'une plus grande quantité de sang, mais à cause du regorgement de ce sang, qui ayant peine à penetrer les pôumons, refluoit ou séjournoit dans ses vaisseaux & les dilatoit.

M. Méry oppose à ce regorgement, qu'il faut ou qu'il se fasse uniquement dans l'artere pulmonaire, auquel cas il ne paroît pas possible qu'elle ne crevât dans un aussi long espace de temps que 9 mois, ou que le sang qui regorge dans l'artere pulmonaire refluç dans l'oreillette gauche, ce que les valvules de l'artere pulmonaire ne permettent point, disposées exprès comme elles le sont par la nature, & très-efficacement disposées pour empêcher ce reflux; & si elles avoient été une fois forcées, comme elles le seroient pendant un long-temps, il y a tout lieu

de croire que leur ressort ne se rétablirait jamais.

Il s'ensuivrait encore de ce regorgement du sang causé par l'embarras des p<sup>ou</sup>mons, qu'il circuleroit dans les p<sup>ou</sup>mons moins de sang que le ventricule droit n'en pousseroit dans le tronc de l'artere pulmonaire, & dans ses branches, & par conséquent que les veines du p<sup>ou</sup>mon, qui rapporteroient moins de sang, qu'il n'y en auroit dans les arteres, devroient être dans le fœtus plus petites, par rapport aux arteres, qu'elles ne le sont dans l'Homme, où elles rapportent tout le sang qui a passé dans les arteres. Cependant c'est dans l'Homme & dans le fœtus la même proportion, ce qui prouve que le sang circule dans les p<sup>ou</sup>mons de l'un & de l'autre avec une égale liberté, quoi qu'à cause du canal de communication, il y ait une moindre quantité de sang qui circule dans les p<sup>ou</sup>mons du fœtus.

Voilà à peu près les principales raisons de M. Méry pour la défense de son nouveau S<sup>ist</sup>ème. Les rapports qu'il soutient entre le cœur du fœtus & celui de la Tortue, & que M. du Verney lui conteste, la valvule du Trou ovale qu'il conteste à M. du Verney, tout cela étant un peu plus incertain, ne fourniroit peut-être pas tant de lumières pour une décision, que les raisonnemens que nous avons exposés.

Il paroîtroit assez étrange que les deux S<sup>ist</sup>èmes contraires pussent être vrais en même temps, cependant il n'y a peut-être pas d'impossibilité absolue. On prétend que dans le Veau & dans l'Agneau fœtus, les Vaisseaux du côté gauche surpassent aussi constamment en capacité ceux du droit, que dans le fœtus humain ceux du droit surpassent ceux du gauche. Si le fait est bien vrai, M. Méry convient que dans le Veau & dans l'Agneau fœtus, la circulation se fera selon l'ancien S<sup>ist</sup>ème, & dans le fœtus humain, selon le sien. Or si la nature met en usage ces deux différens moyens en différentes especes d'Animaux, peut-être les employe-t-elle indifféremment dans la même especes ; car au fond ils paroissent



\* pag. 37.

tous deux assés également propres à suppléer au peu d'air qui se trouve dans le sang des foetus. Déjà on a vû dans l'Histoire de 1699. \* un foetus humain monstrueux, en qui la circulation se faisoit certainement contre l'opinion de M. Méry Il est vrai que ce foetus étoit monstrueux, mais les monstres ne sont qu'extraordinaires, & ce qui est extraordinaire n'en est pas moins naturel. En cas que la nature fist prendre au sang tantôt une route, tantôt l'autre, quand même l'une des deux seroit la plus communément usitée, il n'y auroit pas lieu de s'étonner que cette question eût long-temps partagé des Anatomistes, & eût fourni aux deux partis des armes assés égales.

---

## DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

### I.

**O**N trouve assés souvent dans la Vesicule du Fiel de tous les Animaux, des Pierres poreuses, & peu dures, qui ne sont apparemment que le Fiel épaissi. M. Lémery en trouva jusqu'à 21 dans la Vesicule du Fiel d'une femme, & ce qu'elles avoient de plus extraordinaire, c'est qu'elles étoient entierement à sec, & qu'il ny avoit nulle liqueur mêlée avec elles. Vrai-semblablement une grosse fièvre avec des redoublemens, dont la Malade étoit morte, avoit consumé tout le flegme de l'humeur bilieuse, & en avoit petrifié toute l'huile. Du reste, la Malade n'étoit pas morte de ces Pierres, il y avoit beaucoup d'autres causes de mort très-manifestes, comme des Abscès dans le Foie & dans les Poumons, & l'on sçait d'ailleurs que ces Pierres du fiel ne tuënt point, & souvent même n'incommodent pas.

Ce qu'on appelle le Bezoard n'est que la Pierre du fiel de plusieurs especes d'Animaux des Indes tant Orien-

tales qu'Occidentales, comme Chèvres, Cochons, Singes &c. la vertu du Bezoard consiste dans les sels volatils Alkali dont il est formé, puisqu'il ne l'est effectivement que de la bile de ces animaux. C'est par là qu'il détruit les Acides, & excite la transpiration; & sans aller chercher le Bezoard si loin, toute pierre du fiel d'un Animal en est un, quoique peut-être plus ou moins actif, selon les differens Animaux, & les differens Climats où ils auront vécu. Le Bezoard se tire aussi quelquefois de quelques autres endroits que la Vesicule du fiel.

## II.

Le P. Gouye en parlant d'un Jesuite qui venoit de mourir, fort connu par son grand talent pour la Poësie Latine, dit qu'il étoit d'une si heureuse constitution, qu'étant chauve à l'âge de 70 ans, il lui étoit revenu des cheveux, & que de plus il lui avoit percé deux nouvelles dents.

## III.

M. Littre, en dissequant un Cadavre, trouva une Hernie composée d'Intestin & d'Epiploon, & dont le sac n'avoit plus aucune ouverture du côté de la cavité du ventre. L'entrée du sac s'étoit extrêmement rétrécie, & les parois s'en étoient collées ensemble; de plus, une portion de l'Epiploon s'attachant fortement à toute la circonference extérieure de cette entrée, l'avoit froncée, & lui servoit de lien, & de couvercle. Il étoit donc impossible que l'Intestin ni l'Epiploon tombassent davantage dans le sac de la Hernie, & les suites qu'on pouvoit craindre d'un pareil accident avoient été plus sûrement prévenues par la nature, qu'elles ne le pouvoient jamais être par les bandages, & par tous les secours de l'art.

## IV.

¶ Dans le même Cadavre, M. Littre trouva encore  
E iij

quelque chose de plus singulier. C'étoit un corps dur comme un cartilage, très-blanc, très-poli, long d'un pouce deux lignes, large de dix lignes, & épais de sept, de figure un peu ovale, contenu dans la capacité du ventre, sans y être attaché à aucune partie. Comment pouvoit-il s'y être formé? comment ne tenoit-il point à la partie qui avoit été le principe de sa generation? ou de quelle maniere s'en étoit-il détaché? Au centre de ce corps étoit une pierre ronde, fort unie, fort blanche, & grosse comme un pois de moyenne grandeur. Il paroît que l'enveloppe de la pierre étoit de la même nature, & une pierre commencée, dont la petrification se seroit achevée avec le temps. Quelques sucs particuliers qui distilloient lentement au travers des Intestins, & dont le flegme s'évaporoit peu à peu par la chaleur, se sont peut-être amassés dans l'endroit où étoit ce corps, & lui ont donné naissance.

## V.

M. du Verney le jeune a parlé d'une Dame de 32 à 33 ans, à qui il vint une Eresipele au bras qui s'en alla naturellement & sans aucuns remedes. De ce moment, cette Dame se sentit oppressée, étouffée, & il se répandit un si grand froid par tout son corps, sur tout à la tête, à la poitrine, & à l'estomac, que les linges les plus chauds ne la réchauffoient point, il lui falloit appliquer des briques & des fers à repasser si chauds qu'elle en eut la peau brûlée en quelques endroits sans se plaindre. Elle fut réduite à l'extrémité, & on lui fit un grand nombre de remedes sans effet. Enfin lorsqu'on n'esperoit plus rien, il vint une sueur réglée & periodique, qui se renouvelloit tous les jours à six heures du matin, & qui lui rendit la santé. Elle étoit grosse en ce temps-là. La sueur cessa trois ou quatre mois avant qu'elle fût à terme, elle accoucha, & mourut quelques jours après. Il y a apparence, comme l'a crû M. du Verney, que si l'on eût fait revenir cette sueur, qui paroissoit si nécessaire à la Malade, on l'auroit sauvée.

## VI.

Le P. Goûye a fait voir un Lézard des Indes Orientales, appelé par les gens du Pays *Phatagen*, & par Aldrovandus *Lacerta Indica Squammosa*. Il étoit long de deux pieds & demi, à peu près de la figure d'un Crocodile, couvert d'écailles de la largeur d'un écu. On lui avoit trouvé l'estomac rempli de Fourmis, car c'est la nourriture ordinaire de cet Animal, aussi a-t-il une langue de près d'un pied de long pour les prendre plus facilement. Il avoit dans la partie supérieure de l'estomac une bourse pleine de Vers vivans, gros & longs comme des épingles, & dont le nombre alloit bien jusqu'à un millier; & ce qu'il y a d'étonnant, ce n'étoit point une maladie, on en avoit trouvé autant dans un autre Animal de la même espece. On a déjà remarqué la même chose d'un Tigre de la Chine dans l'Histoire de 1699.\*

\* Page 51.

## VII.

M. Reneaume a lu une Relation d'un Monstre qui lui a été écrite de Blois par M. Hémeri Medecin. Ce sont deux Enfans qui ont le sommet de la tête commun, & même le derriere ou l'Occiput, de maniere qu'ils n'ont qu'un Crane, & que leurs visages regardent de deux côtés opposés. Toutes les autres parties de leurs corps sont très-distinctes, & très-bien formées. Tous deux étoient en bonne santé, & paroissoient fort disposés à vivre. L'un étoit venu les pieds en bas, & l'autre les pieds en haut, & l'accouchement avoit été très-facile. Le crane commun pouvoit faire croire qu'il n'y avoit qu'un cerveau, & sur cela on avoit fait quelque scrupule au Curé qui les avoit baptisés comme deux individus differens. Cependant à considerer les mouvemens qu'ils avoient indépendamment l'un de l'autre, il étoit plus probable que chacun d'eux avoit son cerveau séparé, quand même il n'y auroit eu entre deux aucune cloison osseuse, comme en

effet il ne paroïssoit pas qu'il dût y en avoir.

## VIII.

M. Méry a fait voir une tumeur d'une grosseur surprenante, qu'il avoit coupée sur l'Oeil d'un Homme C'étoit comme la Cornée allongée , qui ensuite produisoit une grosse excrescence de chair.

## IX.

Un Gentilhomme de Seissel en Bugey étant tombé dans un fossé fort profond sous son Cheval, se refoula un des Testicules, & s'entrouvrit les Anneaux. Quatre années se passerent, pendant lesquelles il s'aperçut seulement que ce testicule grossissoit, & devenoit très-dur, sans lui faire cependant aucune douleur. Mais dans la cinquième année la grosseur & la dureté augmentèrent extraordinairement, accompagnées de douleurs très-vives. Un Empirique fit une ouverture d'environ un pouce au Scrotum, pour y seringuer une liqueur, mais sans aucun succès, & l'on fut obligé de laisser refermer la plaie. Des Emplâtres résolutifs ne firent pas plus d'effet. Enfin les plus habiles Medecins & Chirurgiens de Paris ayant été consultés conclurent l'amputation, sans garantir la vie du Malade, à cause du peu de prise que laissoit l'extrême tumefaction des Muscles suspenseurs. Il ne put se refoudre à une operation si périlleuse. Il alla à Lyon, où il fut encore condamné. Etant de retour à Seissel, il n'observa qu'un regime fort commun, à cela près qu'il prenoit quelquefois de la Rhubarbe. En moins d'un an, la grosseur, la dureté, les douleurs, tout disparut absolument, & il jouit d'une parfaite santé. M. Parent qui le connoît a été témoin de ce miracle de la nature. C'est un homme de 48 ans, d'un temperament chaud & sec. Les guerisons purement naturelles de maux aussi considérables, méritent peut-être encore plus d'être remarquées que celles qui sont dûes à l'Art.

## X.

L'Academie a vû une fille appelée Anne Perraut, de Moustier S. Jean, Village de Bourgogne à deux lieuës de Sainte Reine, âgée presentement de 21 an, à qui il arriva à l'âge de 7 ans, après une fièvre ordinaire, que ses deux mains & ses bras se dessecherent, jusque vers la naissance du coude, & tomberent naturellement, de sorte qu'il ne luy resta que deux moignons. Elle apporta à l'Assemblée ses mains dans sa poche, & les en tira avec un de ses moignons dont elle se sert assés adroitement. Elles sont noires & seches comme des mains d'une petite Momie.

## XI.

M. du Verney le jeune a rapporté la maniere dont il avoit gueri une Excrecence à l'œil qu'avoit un Ecclesiastique de Lyon. Elle étoit sur la conjonctive, elle commença par un point rouge au petit angle, & devint une excrecence fongueuse, dont la pointe couvroit absolument la Cornée, sans y être adhérente. Les remèdes internes n'ayant pas réussi, on fut obligé de hasarder une operation de Chirurgie; elle fut heureuse, & on emporta l'excrecence avec la pointe d'une lancette, mais il en revint une seconde, que l'on emporta encore, & à laquelle succeda une troisième, de sorte qu'on proposa au Malade d'y appliquer le feu. Il ne s'y put résoudre. Ce fut alors que M. du Verney le vit. Après avoir medité sur sa maladie, il lui fit user pendant 15 jours d'une Pilsane diaphoretique & purgative, & pendant tout ce tems-là on bafina simplement l'excrecence avec de l'eau Celeste. Ensuite il lui appliqua un Seron entre les deux Epaules, pour faire diversion des humeurs, & faciliter l'action des remèdes. Il mêla en même temps à l'Eau celeste de l'Alun calciné. Il purgeoit aussi le Malade une fois la semaine avec la grande Hierbe de Galien. Tous ces remèdes joints ensemble tarirent en deux mois la four-

42 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
ce de l'humeur qui cauſoit l'excreſcence, & elle diſpa-  
rut.

. XII.

M. Litre à ouvert une femme, en qui les Glandes des Inteftins Jejunum & Ileon s'étoient tellement groſſies, qu'elles rempliſſoient entierement en quelques endroits la cavité de ces Boyaux, & par conſéquent ne permettoient preſque plus le paſſage des matieres qui y devoient couler. On reconnoiſſoit certainement ces Glandes, & à leur diſpoſition, & à leur figure, & à leur conſiſtence. La Malade avoit eu pendant ſix mois dans le ventre une douleur fixe, qui avoit toujours augmenté, & tous les autres accidens qu'il eſt aiſé de conclure de cette eſpece particuliere d'obſtruction.

XIII

\* p. 44. &  
45.

Une nouvelle Obſervation de M. Litre confirme ce qui a été dit dans l'Histoire de 1701 \* ſur le Corps ſpongieux, ou la Caroncule qui ſe trouve quelquefois aux Ovaires des Animaux, & même des femmes. En ouvrant le cadavre d'une femme de 25 ans, nouvellement accouchée, M. Litre apperçut à ſon Ovaire gauche une Tumeur groſſe comme une petite Ceriſe, revêtuë de la membrane commune de l'Ovaire. Au milieu de la tumeur, cette membrane étoit percée d'un trou rond, qui avoit une ligne & demie de large. Quand la membrane eut été levée, M. Litre vit que la tumeur avoit en ſon milieu du côté extérieur, un trou placé vis-à-vis celui de la membrane, de la même grandeur, & de la même figure à peu près. Voilà préciſement le Corps ſpongieux tel qu'il a été décrit en 1701. M. Litre en l'examinant, trouva que c'étoit une eſpece de poche compoſée de fibres charnuës & de glandes jaunâtres, dont la cavité étoit ronde & de trois lignes de diametre. Il conjecture que dans cette cavité avoit été d'abord contenu l'Oeuf, qui étoit enſuite devenu le Fœtus, & que peut-être, comme

elle étoit assez grande, cet œuf avoit-il commencé à s'y développer, avant que de tomber dans la Trompe par le trou de la membrane commune de l'Ovaire, & de là dans la Matrice. A ce conte, cette poche, ou le Corps spongieux, ou la tumeur, n'est qu'une des Cellules de l'Ovaire, dont les parois charnues & fibreuses se sont grossies & dilatées par les mêmes causes qui ont fécondé l'Œuf, qu'elle contenoit.

## XIV.

Au dedans de l'Ovaire droit d'une femme de 38 ans, & dans la cavité d'une Cellule charnuë, M. Littre a trouvé un corps de figure ovale, long de 10 lignes, large de 7, & épais de 4, solide, ayant la couleur, & la consistance de chair, & attaché par un petit pedicule au fond de la cavité. Il occupoit les deux tiers de l'Ovaire. De là, M. Littre conjectura, que ce corps pouvoit être une Mole qui se seroit formée dans l'Ovaire, comme il s'en forme dans la Matrice, que par conséquent les Œufs pourroient recevoir dans les Ovaires un certain accroissement, & que chaque Cellule seroit comme une petite Matrice à l'égard de l'Œuf qu'elle renferme. Cette conjecture qu'il se lie naturellement avec celle de l'observation précédente, donne aux usages des Ovaires & de la Matrice une analogie, & une connexion, qui sont assez propres à persuader. Un Ovaire seroit la Matrice commune de tous les petits Œufs, & la Matrice seroit l'Ovaire particulier de chaque Œuf qui s'y développeroit entièrement. Le développement pourroit aller jusqu'à un certain point dans l'Ovaire, & ne s'acheveroit que dans la Matrice.

## XV.

M. Littre a fait voir un petit Chien mort, qui n'avoit qu'un œil sans paupière, situé au milieu de la partie inférieure de la face, à la manière dont on peint les Cyclopes. Il n'avoit ni nés, ni gueule, ni aucune ouverture.

V. la Fig.  
Pl. I.



#### 44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

\* p. 24. pour y suppléer. Il étoit gros, & fort bien nourri, & il étoit mort peu de temps après être né, sans doute parce qu'il ne pouvoit prendre d'air. Ce Fœtus ne pouvoit s'être nourri. que par le Cordon Ombilical, cela confirme ce que M. Littre avoit déjà avancé dans l'Histoire de 1701. \* Il avoit au-dessus de son œil & vers le milieu de la face, une espece de corps cartilagineux, long de demi pouce, & de la grosseur d'une ligne, solide, de figure conique, & sans ouverture.

---

**M**onsieur du Hamel a continué son Histoire Anatomique, & traité du Sommeil & de la Veille.

\* p. 150. 156.  
158. 162.  
170. 178.  
\* p. 18.  
\* p. 90.

**N**ous renvoïons aux Memoires \* la suite des Observations de M. du Verney le jeune sur l'Hidropisie; celle qu'il a donnée sur une Dartre rentrée \*; & une observation de M. Littre \* sur une Hidropisie particuliere.

**M**onsieur Vieussens, fameux Medecin de Montpellier, fort connu par son grand Ouvrage de la Neurologie, communiqua à l'Academie des Sciences, un nouveau Système qu'il a trouvé sur la structure des Vaisseaux du corps humain. Quelque prévenu que l'on fût pour la capacité & pour l'exacritude de M. Vieussens, on jugea qu'il faudroit un grand nombre d'experiences, & d'experiences délicates pour verifier son Système, & comme on n'eut pas la commodité de les faire, la Compagnie ne fut pas en état d'approfondir cette matiere autant qu'elle l'auroit désiré.



# C H I M I E.

## S U R L' A N A L I S E.

### DES GROSEILLES FERMENTÉES.

**O**N a vû dans l'Histoire de 1702 \* les raisons qui ont \* pag. 34  
porté M. Lémery le fils à faire des Analises de Fruits  
fermentés. Il a encore operé de la même maniere sur les  
Groseilles, & voici ses principales remarques.

La Fermentation n'a pas produit sur les Groseilles un  
changement aussi considerable, qu'elle auroit fait sur des  
Fruits plus doux, comme les Guignes, les Cerises, les  
Raisins. Cependant elle avoit été de 21 jour.

Les Groseilles donnent beaucoup plus d'huile, que ces  
mêmes Fruits plus doux, ce qui paroît contraire à l'opi-  
nion commune; car on prétend que la douceur des Fruits  
depend de la quantité de l'huile.

L'huile des Groseilles est plus liquide & plus coulante,  
que celle de ces mêmes Fruits.

Elles ne fournissent presque point d'Esprit ardent, en  
comparaison de ces Fruits que nous avons marqués.

M. Lémery le fils explique tous ces faits par une seu-  
le supposition, c'est que les Acides des Groseilles ne sont  
que legerement mêlés avec l'huile, & non pas si étroi-  
tement ni si intimement que dans les Raisins, dans les  
Cerises, ou dans les Guignes.

Ce n'est pas précisément la quantité ou la dose d'un  
Principe qui produit un certain effet, c'est plus particu-  
lièrement la maniere dont il est mêlé avec les autres

Ainsi l'huile quoique plus abondante dans un Mixte, ne le doit point rendre plus doux, si d'un autre côté les Acides sont moins unis à cette huile, de sorte qu'ils conservent l'effet de leurs pointes moins altéré & plus vif.

L'Huile qui a ses pores, ou les interstices de ses parties rameuses, remplis par des Acides intimement unis avec elle, en doit être moins coulante, & par conséquent celle des Raisins, des Cerises, &c. doit l'être moins que celle des Groseilles.

La Fermentation est une desunion des Principes, & plus les Principes sont unis, plus leur desunion est violente, & par conséquent la Fermentation. Des Principes peu unis, comme les Acides & l'Huile des Groseilles, ne doivent en se desunissant fermenter que médiocrement, & leur desunion ne doit pas tant changer le Mixte.

Et comme c'est la Fermentation qui fait élever l'Esprit ardent, & que de plus cet Esprit n'est qu'une huile très subtile & très fine, il s'ensuit qu'un Mixte qui fermente peu, & dont l'huile est peu divisée & peu atténuée par le mélange des Acides, doit donner peu d'Esprit ardent.

Pour rendre utiles ces reflexions sur les Groseilles, M. Lémery en conclut, que l'usage de ce Fruit doit être assés bon dans la Fièvre, parce qu'il fermente peu & que par ses Acides qui se dégagent aisément, il doit donner plus de consistance aux liqueurs, & en reprimer le mouvement excessif. Les Eaux de Cerises, ou d'autres Fruits, qui fermentent davantage, ne doivent pas tant rafraîchir, car leur fermentation augmente la chaleur du sang, & la fraîcheur qu'on sent en buvant ces liqueurs, n'est assés souvent que trompeuse, & de peu de moment.

## SUR L'ANALISE

## DU SOUFFRE COMMUN.

**A**près le Traité du Sel principe que M. Homberg donna l'année précédente, \* doit venir celui du Souffre principe. Mais comme il demande un grand nombre d'operations & d'experiences qui ne sont pas encore entierement finies, M. Homberg en attendant donne ici l'Analise du Souffre commun, soit à cause de la connexité naturelle de ces deux sujets, soit afin que quand on connoîtra mieux le Souffre commun, on soit mieux préparé à le bien distinguer d'avec le Souffre principe.

V. les M.

pag. 31.

\* V. l'Hist.  
de 1702. p.

45.

Le Souffre commun est visiblement un Mixte, & par conséquent ce n'est pas un des principes chimiques. Il est très-difficile d'en faire l'analise, parce que les principes dont il est composé sont, & si volatils & si bien liés, qu'ils s'élèvent tous ensemble sans se desunir, ou se dissipent & se perdent en se desunissant. Cependant M. Homberg a découvert enfin le secret de les separer & de les conserver en même temps. Il a vû que c'étoit un sel acide, une terre, une matiere grasse, bitumineuse, & inflammable, & ordinairement aussi un peu de metal.

Le Souffre étant épuré autant qu'il l'est ordinairement par la sublimation, & mis dans l'état où il est appelé *Fleurs de Souffre*, M. Homberg trouve par une longue suite d'operations, que la matiere inflammable, le sel acide, & la terre, doivent être à peu près également mêlés, & que le metal, qui dans le souffre que M. Homberg a travaillé étoit de Cuivre, y entre pour une si petite part, que l'on peut n'en pas tenir compte.

L'acide du souffre est précisément le même que celui du Vitriol, ce que M. Homberg prouve, & par l'exacte conformité de leurs effets, & parée que le Souffre & le

Vitriol, se peuvent tirer d'une même marcaffité séparément & sans se confondre. On doit encore y joindre l'Alun. La ressemblance & l'analogie de ces Mineraux si differens en apparence, du moins si l'on compare l'Alun ou le Vitriol avec le Souffre, avoit déjà été insinuée dans  
 \* p. 21. & l'Hist. de 1702. \* M. Homberg croit qu'ils ne different  
 32. entre eux que par les matieres qu'un même sel acide a dissoutes. Dans l'Alun, il a dissous des matieres simplement terreuses; dans le Vitriol, des matieres terreuses & metalliques, dans le Souffre, des matieres terreuses, & bitumineuse ou inflammables.

Une Huile épaisse & rouge comme du sang, que M. Homberg sçait tirer du Souffre commun, & qui étant refroidie, prend une consistance de Gomme, lui paroît être la veritable partie inflammable ou sulfureuse du Souffre, ce seroit le Souffre principe, si dans l'operation par où elle a passé, elle n'avoit retenu quelque mélange d'une matiere étrangere. Tout ce qui est principe semble fuir nos yeux avec beaucoup de soin.

Cette Gomme n'a point l'odeur désagréable du Souffre, au contraire elle en a une agreable & balsamique, apparemment parce qu'elle est bien dépouillée du sel acide. Il s'en dissout une partie dans l'Esprit de vin, & c'est alors un bon remede, & éprouvé, pour les maladies qui viennent de la quantité & de l'acrimonie des sels; elle les absorbe avec avidité, comme les sels réciproquement corrigent la trop grande vivacité des Souffres.

La tette du Souffre commun est extrêmement fixe, parce qu'elle est dépouillée de la matiere grasse & huileuse, dans laquelle consiste la volatilité de tout le Mixte. Cette terre est presque inalterable au plus grand feu.  
 \* v. l'Hist. Exposé au Miroir ardent du Palais Royal, \* elle ne se  
 de 1702. p. fond ni ne s'enflamme, mais jette seulement beaucoup  
 34. de fumée d'une odeur d'eau forte qui bouilliroit. Cette fumée est vrai-semblablement un reste d'huile & de sel acide, que le feu des creusets n'avoit pû enlever, & qui ne résiste pas au Soleil. M. Homberg n'a pû fondre au  
 Miroir

Miroir , la terre du souffre , sans y ajouter un Sel qui a été le Borax. Alors elle s'est vitrifiée. On sçait que toute vitrification se fait par un sel , qui est le fondant d'une terre.

## SUR LE BORAX.

**L**E Borax est un Sel mineral qui naît aux Indes Orientales, en Perse, en Transilvanie. Après qu'il a été tire de la terre, on le raffine à peu près comme les autres Sels, & il se condense en beaux morceaux blancs, nets, durs, transparents, secs, il se garde facilement sans s'humecter, il a d'abord un goût un peu amer, après quoi il devient douceâtre. On s'en sert pour souder quelques métaux, & principalement l'Or, ce qui l'a fait appeller *Chrysocolle*; il est aussi quelquefois employé dans la Medecine, comme un remede incisif, & aperitif. L'usage nouveau & heureux que M. Homberg a fait de ce Mineral dans la Chimie, \* a porté M. Lémery a en faire l'analyse, & à l'étudier avec soin.

v. les M.  
de 1702. p.  
50.

Differens Acides d'un côté, de l'autre differens Alkali, versés sur du Borax pulverisé, sans causer aucune fermentation, on fait conclure à M. Lémery, que le Borax n'étoit proprement ni acide, ni alcali, mais un Sel salé ou moyen composé de ces deux.

Une livre de Borax mise en distillation dans une grande Cornue à feu de reverbere gradué, & bien fort sur la fin, s'est beaucoup gonflée, ensuite s'est abaissée à mesure qu'il en est sorti de l'humidité, & il n'en est plus sorti aucune, depuis que la matiere a eu entierement cessé de se gonfler. Il s'est trouvé dans le Recipient 6 onces, 6 gros, d'une eau claire, insipide, sans odeur, qui ne faisoit aucune impression sur les Acides, ni sur les Alkali, & qui par conséquent étoit un véritable flegme. Dans le fond de la Cornue étoit tout le Borax vitrifié en un très-beau verre ressemblant au Cristal, & d'une dureté si grande

qué les instrumens les plus pointus & les plus forts ne le pénétroient qu'avec beaucoup de peine. Il pesoit neuf onces deux gros, ce qui avec les six onces six gros de flegme, refait justement, la livre, & donne la proportion qui est dans ce Mixte entre les parties aqueuses, & toutes les autres prises ensemble. il est aisé de comprendre que le Borax qui est naturellement cristallin & transparent, le devient encore davantage, lorsqu'il a été purifié par la distillation, qui lui a ôté une si grande portion de flegme qu'il contenoit, & a donné lieu aux parties solides de se rapprocher, & de s'unir plus étroitement. Le Borax est par lui-même si disposé à la vitrification, qu'il aide à celle de l'Antimoine calciné, & des autres Minéraux, où il n'a besoin d'être mêlé qu'en petite quantité.

Le verre de Borax se dissout entierement dans l'eau, & c'est ce qui doit arriver, puisque ce verre n'est qu'un sel moyen cristallisé. M. Lémery a fait prendre un peu de cette dissolution à un Malade rempli d'obstructions, & les urines ont été plus abondantes qu'à l'ordinaire; d'où l'on pourroit conjecturer que ce seroit un remede pour la Gravelle.

Comme toutes les distillations de M. Lémery n'avoient point séparé les principes, c'est-à-dire, l'acide & l'alcali, qui composent le sel salé du Borax, il tacha de faire quelque operation qui en fût capable. D'une once & demie de Borax bien desséché sur le feu, ensuite pulverisé, & mis en distillation dans la Cornue avec deux fois autant d'argille en poudre & bien sèche, il en a tiré trois gros d'une liqueur claire comme de l'eau, qui avoit un goût salé, & une odeur urineuse, & qui certainement étoit alcaline. Il a tiré aussi du Borax mêlé avec le sel de Tartre, une eau d'un goût fade, désagréable, & graisseux, qui lui venoit apparemment d'une substance huileuse qu'elle avoit entraînée du Borax. C'est cette substance qui fait que le Borax s'enfle sur le feu, & avec quelque soin qu'on le purifie, il est difficile de la séparer

entièrement. On appelle Borax gras celui qui en contient beaucoup.

Mais M. Lémery n'a jamais pû tirer du Borax aucun acide, d'où il conclut que ce Mineral est composé d'un sel salé qui y domine, d'un sel urineux, ou alcali, qui n'est point lié à un acide pour former un sel salé, & d'un peu de substance huileuse ou bitumineuse.

---

## OBSERVATION CHIMIQUE.

**I**L s'est trouvé dans le Cabinet d'une personne très curieuse & très habile en Chimie, une Tasse qui venoit des Ambassadeurs de Siam, que l'on vit à Paris, il y a 19 ans. Ils l'avoient donnée, comme un remede dont ils se servoient utilement contre toutes sortes de maladies, mais on avoit oublié la maniere dont ils avoient dit qu'ils l'employoient.

Cette Tasse contenoit environ 3 onces d'eau, elle étoit creusée dans une pierre pesante, quoique fort tendre, d'un rouge sale, couleur de brique tirant sur le jaune. Elle avoit cela de particulier, qu'elle étoit toujours couverte d'un peu de poussiere jaunâtre tant en dedans qu'en-dehors, lors même qu'elle étoit nouvellement lavée.

La production continuelle & extraordinaire de cette poudre, fit naître la curiosité de sçavoir qu'elle pouvoit être cette pierre. M. Homberg rompit un morceau de la Tasse, & le pulverisa aisément. Il versa sur différentes portions de cette poudre, différentes liqueurs, & laissa le tout en digestion sur l'Athanas. Il remarqua que l'esprit de vin se chargeoit d'un peu de teinture orangée. Il y trempa son doigt, & en mit une goutte sur sa langue. L'esprit de vin n'avoit point changé de goût, seulement il avoit pris une legere odeur d'Ail. Il étoit alors près de Midi, & M. Homberg laissa ses experiences pour aller dîner.



Etant à table, sans avoir encore mangé, il commença à sentir des nausées, qui augmentèrent toujours, & enfin il vomit avec des efforts terribles. L'après-dînée il eut une colique très-douloureuse, qui dura jusqu'au lendemain. Il eut l'estomac incommodé pendant plus d'un mois de suite, & pour peu qu'il mangeât de viandes difficiles à digérer, comme du Veau, ou de l'Agneau, il ne manquoit point d'avoir la colique. Le temps & le régime lui remirent l'estomac.

Il n'abandonna pas l'examen de la Tasse. Il reconnut que c'étoit une espèce de Realgal, ou d'Arsenic rouge, plus vif & plus caustique que le nôtre. Il y a beaucoup d'apparence que cette Tasse étoit destinée au même usage, que celles que nous faisons de Regule d'Antimoine, & qui donnent au vin qui y a été quelque temps, la vertu de faire vomir. Les Siamois & la plus grande partie des nations Barbares, ne connoissent point de meilleurs remèdes que les Emetiques, & comme dans les climats extrêmement chauds, la grande transpiration qui enlève tout le volatil des humeurs, rend ce qui en reste dans le corps, beaucoup plus visqueux, plus tenace, plus difficile à détacher, il faut aux Siamois une Tasse de Realgal pour l'effet auquel une Tasse de Regule d'Antimoine nous suffit. On sçait que la dose des remèdes est beaucoup plus forte dans la Zone torride, & par exemple, la quantité d'Ipécacuanha que prennent les Indiens, nous seroit mortelle, & il ne nous en faut que la vingtième partie.

Le Realgal, qui en la plus petite quantité qu'on le pût prendre, seroit un poison infallible pour nous, peut n'être qu'un remède pour les Siamois, même en plus grande quantité. Ce n'est pas que le Realgal ne puisse être préparé de manière, qu'il deviendra un remède en nos climats; M. Homberg connoît un Medecin à Rome, qui en a fait un excellent Febrifuge, & si doux, que le plus souvent il n'excite-pas seulement de nausées.

La matière de cette Tasse étoit extrêmement chargée

de fels ; l'humidité de l'air pénétroit & dissolvoit ceux qui étoient à la surface, & quand cette humidité qui les avoit dissous, s'étoit évaporée, ils demeuroient en forme de poudre, dont il est aisé de voir que la reproduction devoit être perpétuelle. Une matiere saline qui l'étoit à ce point là, ne pouvoit manquer d'être d'une grande vertu.

M. Homberg a vû d'autres Tasses de Siam & même des Pagodes, qui paroissent être à peu près de la même matiere ; mais comme il ne s'y formoit pas cette même poudre, la matiere en étoit apparemment moins saline, & d'une moindre efficace.

**M**onsieur Lémery a continué son grand Traité de l'Antimoine.



## BOTANIQUE.

*S Q R LA CAMPHORATA*

*DE MONTPELLIER.*

**U**N grand nombre de remedes excellens que la Botanique a fournis, ont dû former un préjugé favorable pour les Plantes, & dès qu'il y en a quelqu'une qui se met en quelque reputation, ne fût-ce que parmi les Payfans, elle merite d'être étudiée par d'habiles Medecins ; peut-être trouvera-t-on que c'est en son espece un Quinquina, ou un Ipecacuanha.

La Camphorata, ou Camphrée, ainsi nommée à cau-

se de quelque petite odeur de Camphre, Plante qui vient le long des chemins dans le Languedoc, & sur tout aux environs de Montpellier, ayant commencé à faire du bruit parmi les Medecins, comme remede spécifique pour l'Hidropisie, & sur tout pour l'Asthme, M. Burlet la voulut éprouver par lui-même, & en fit venir de Montpellier une Caisse de 60 livres. Quoiqu'il en ait eu en differens temps, il n'a rien pû observer d'assés distinct sur sa Fleur, ni sur son Fruit, pour la pouvoir ranger sous un genre, & comme elle n'est point décrite dans les Institutions de M. Tournefort, il s'est remis à lui de la placer où il conviendra, & ne s'est attaché qu'à l'examen de ses vertus.

Ce qui augmentoit sa curiosité, c'est qu'il apprit d'un Medecin de Montpellier, que depuis peu les Empiriques s'étoient saisis de cette Plante, & en faisoient un secret qui leur réussissoit bien. M. Burlet se mit donc à faire des experiences de la Camphorata, avec toutes les précautions necessaires, il en a rendu à l'Academie un compte exact & accompagné de toutes les circonstances, mais il suffira de marquer ici les conclusions generales qui en resultent.

Il n'y a point de maniere plus sûre de donner la Camphorata qu'en Ptisanne, on en met depuis une once jusqu'à deux sur une pinte d'eau, ou quelquefois de vin blanc. Les brins les plus tendres, les plus deliés, & les plus garnis de feuilles sont les meilleurs, on les coupe menu, comme on fait le Chiendent. Les grosses tiges & la racine doivent être rejetées. On prend aussi cette Plante en guise de Thé. Elle est d'autant meilleure qu'elle est plus verte & plus nouvelle, elle se conserve cependant d'une année à l'autre, & garde toujours une odeur un peu aromatique. Ce n'est pas un remede à beaucoup près aussi sûr que le Quinquina ou l'Ipecacuanha.

La Camphorata échauffe & altere beaucoup, & ceux qui ont des Hidropisies inveterées, accompagnées pour l'ordinaire de maigreur, de dessèchement, & de toux,

n'en peuvent soutenir l'usage, & même quand ils le soutiendroient, elle n'auroit aucun bon effet. Elles ne conviennent qu'aux Hidropisies nouvelles où les malades sont peu altérés, & ont peu de fièvre. Alors continuée longtemps en prisanne, & aidée de quelques Purgatifs, elle guerit le plus souvent.

Elle a beaucoup de vertu pour l'Asthme, lorsqu'il est la maladie principale, & non pas un accident causé par quelque autre mal. Il est bon dans les approches de l'accès, & dans l'accès même, d'ajouter à la prisanne 5 ou 6 gouttes d'essence de Vipere, & autant de Laudanum liquide, ainsi que M. Burlet l'a appris par son experience. L'usage de la Camphorata ne doit pas être continué aussi long-temps dans l'Asthme que dans l'Hidropisie, il faut même quelquefois le suspendre pendant quelques mois pour le reprendre ensuite.

Quand l'Asthme & l'Hidropisie sont compliqués, il faut renforcer la décoction, qui fait presque toujours des merveilles.

L'Asthme & l'Hidropisie viennent le plus communément de la désunion des serosités du sang d'avec la partie rouge qui devroit les lier & les embrasser. Ces serosités dégagées étant portées dans le Poumon par la circulation, pénètrent par leur subtilité dans les vesicules qui ne sont destinées à recevoir que de l'air, & de là vient la difficulté de respirer, & l'Asthme. D'un autre côté, ces mêmes serosités peuvent en d'autres parties, & principalement dans la cavité du ventre, s'échapper de leurs vaisseaux par la même cause, s'amasser, & former l'Hidropisie. On peut croire que la Camphorata agit en ralliant les serosités & la partie rouge du sang, & comme elle est aromatique & huileuse, il y a bien de l'apparence, que c'est par ses parties sulfureuses qu'elle fait cette rétinion. D'ailleurs, son effet le plus sensible étant de pousser quelquefois par la voye des urines, & de la transpiration, il est vrai-semblable qu'elle a des principes volatils, qui donnent plus de fluidité aux liqueurs, & qui de plus n'é-

tant ni acres , ni dissolvans , ne les font point fermenter , comme la plupart des Purgatifs ou Diuretiques , dont on voit assés rarement de bons effets dans l'Hidropisie , ou dans l'Asthme. L'Analise Chimique de la Camphorata a confirmé les conjectures que ses vertus avoient donné lieu de former sur sa composition interieure.

M. Burlet a éprouvé que cette Plante peut être encore utile dans les obstructions recentes des Visceres qui épurent le Chile & le sang , & dans les maladies , qui proviennent de la crudité du sang , & de la viscosité de la Limphe , comme les pâles Couleurs , & le Scorbut. Cependant son effet est plus assuré dans l'Hidropisie , & sur tout dans l'Asthme. Il ne faut encore regarder ce remede que comme naissant ; l'experience seule , mais tournée en beaucoup de manieres differentes , conduite avec un extrême soin , & d'autant plus lente , qu'elle ne se fera que sur des Hommes , nous apprendra quelles vertus la nature a assignées à la Camphorata , & dans quelles bornes elle les a renfermées. M. Burlet continuë cette étude & en rendra compte à l'Academie , & au Public.

## OBSERVATION BOTANIQUE.

**A**U mois d'Août , quelques enfans de Grandvaux, Village à 4 lieües de Paris, entrerent dans un Jardin inculte , & y mangerent du Fruit du Solanum Belladonna, ou Melanocerason. Peu de temps après ils eurent une fièvre violente avec des convulsions & des battemens de cœur terribles , ils perdirent la connoissance des personnes , & tomberent dans une entiere alienation d'esprit. Un petit garçon de 4 ans mourut le lendemain. On lui trouva trois playes dans l'estomac , avec des grains du Solanum écrasés , & des pepins enfermés dans les plaies , le cœur livide , nulles serosités dans le Pericarde. Ce fut  
M.

M. Boulduc qui attesta ces faits à l'Academie.

A cette occasion, il fut dit que les Acides vegetaux sont un remede pour le Solanum, pour le Stramonium qui lui ressemble fort, pour l'Opium &c, que M. Chapelain Medecin de Montpellier avoit gueri un homme en Apoplexie par un grain de Laudanum, & qu'une Femme lassée de la longue maladie de son Mari hidropique, lui ayant donné 15 ou 20 grains de Laudanum, il sua extraordinairement, urina de même, & fut gueri.

LE Pere Gouye a fait voir un grand nombre de Graines qui luy ont été envoyées de la Martinique, par le P. Breton, Missionnaire Jesuite, avec les descriptions de quelques-unes des plantes, telles que sont le Myrabolanier à Fruit en clochettes, l'Oseille à grandes feuilles à oreillons, le Chataignier, la Saponaria arbor, l'Herbe au musc, ou Abel mosch, la Sensitive épineuse, l'Arbrisseau de Baume, Toulala, ou l'Herbe aux Fleches, le Pimentier à Fruit ovale, l'Apocyn ou Liane laiteuse, la Belle de nuit ou Jalap, le Pommier d'Acaïou, la Savariaba, & la Liane appelée Griffes de Chat.

Monsieur Marchand a lu la Description de la *Saxifraga rotundi-folia, alba, radice granulosa* F.B., & du *Chrysanthemum Alpinum Foliis Abrotani multifidis* C.B.

Monsieur Chomel qui a entrepris un Ouvrage sur toutes les Plantes d'Auvergne, a commencé par la description du Sapin, de la *Conyza montana Foliis longioribus serratis, Flore sulphureo albicante*, & du *Limodorum montanum, Flore ex albo, dilute virescente*.

\* p. 49.

\* V. l'Hist.  
de 1700. p.  
74. & 75.

**M**onsieur Tournefort qui, comme il a été dit dans l'Hist. de l'année précédente, \* avait rapporté de son Voyage de Levant 1356 nouvelles especes de Plantes, en fit cette année un Rectueil avec des Figures, sous le titre de *Corollarium Institutionum Rei Herbariae*. La plus grande partie de ces especes se sont rangées d'elles-mêmes sous quelqu'un des 673 Genres déjà établis par M. Tournefort, \* mais il y en a eu d'autres pour lesquelles il a fallu établir des genres nouveaux, & le nombre n'en a été augmenté que de 25. Celui des Classes ne l'a point été, & les 25 genres nouveaux se sont rapportés naturellement à quelqu'une des 22 Classes déjà établies par cet Auteur. Pour entendre cette distinction des Genres & des Classes, il faut se souvenir de ce qui a été dit dans l'Hist. de 1700. Le peu d'augmentation qu'il a fallu faire dans les genres pour un si grand nombre de Plantes Orientales, donnera facilement à conclure combien le Siftême de M. Tournefort a dû être heureux.

Il a commencé les descriptions de ces Plantes étrangères par la *Persicaria Orientalis*. \*

\* V. les M.  
pag. 302.



## ARITHMETIQUE.

### NOUVELLE ARITHMETIQUE

B I N A I R E.

V. les M.  
pag. 85.

**L**A Science des Nombres est si naturelle aux Hommes, cultivée depuis tant de siècles, & par tant d'Esprits excellens, poussée présentement à un si haut point de perfection, que ce doit être une espece de prodige,

qu'une Arithmerique nouvelle , & toute differente de celle que nous pratiquons.

Cependant , à considerer la chose de plus près , le fondement de toute nôtre Arithmetique étant purement arbitraire , il est permis de prendre un autre fondement , qui nous donnera un autre Arithmetique. On a voulu que la Suite premiere & fondamentale des Nombres allât jusqu'à Dix , & que la Suite infinie des Nombres , fût une suite infinie de Dixaines. Mais il est visible que d'avoir étendu la Suite fondamentale des Nombres jusqu'à Dix , ou de ne l'avoir pas étendue plus loin , c'est une institution qui eût pû être differente. Et même il paroît qu'elle a été faite assés au hasard par les peuples , & que les Mathematiciens n'en ont pas été consultés , car ils auroient aisément établi quelque chose de plus commode. Par exemple , si l'on eût poussé la Suite des Nombres jusqu'à Douze , on y eût trouvé sans Fraction des Tiers & des Quarts qui ne sont pas dans Dix.

Les Nombres ont deux sortes de propriétés , les unes essentielles , les autres dépendantes d'une institution arbitraire , & de la maniere de les exprimer. Que les Nombres impairs toujours ajoutés de suite , donnent la Suite naturelle des Quarrés , c'est une propriété essentielle à la Suite infinie des Nombres , de quelque maniere qu'on l'exprime. Mais que dans tous les Multiples de 9 les caracteres qui les expriment additionnés ensemble , rendent toujours 9 , ou un multiple de 9 , moindre que celui qui a été proposé , c'est une propriété qui n'est nullement essentielle au nombre 9 , & qu'il n'a que parce qu'il est le penultième nombre de la progression decuple qu'il nous a plû de choisir. Si l'on eût pris la progression de Douze , il auroit eu la même propriété.

Il est bien commode de pouvoir reconnoître au premier coup d'œil , & sans aucune operation que 25245 , par exemple , est un multiple de 9 , & si des Mathematiciens avoient établi la progression fondamentale qui devoit regner dans l'Arithmetique , ils auroient , après



les avoir toutes examinées, préféré celle qui auroit produit le plus de semblables commodités, soit pour l'usage commun & populaire, soit pour les recherches sçavantes.

M. Leibnits ayant étudié la plus simple & la plus courte de toutes les progressions possibles, qui est celle qui se termine à Deux, l'a trouvée très-riche & très-abondante en ces sortes de propriétés accidentelles. Il n'y auroit dans toute son Arithmetique que deux caracteres 1 & 0. Le Zero auroit la puissance de multiplier tout par deux, comme dans l'Arithmetique ordinaire, il multiplie tout par dix. 1 seroit un, 10 deux, 11 trois, 100 quatre, 101 cinq, 110 six, 111 sept, 1000 huit, 1001 neuf, 1010 dix, &c. ce qui est entierement fondé sur les mêmes principes que les expressions de l'Arithmetique commune.

Il est vrai que celle-ci seroit très-incommode par la grande quantité de caracteres dont elle auroit besoin, même pour de très-petits nombres. Il lui faut, par exemple, 4 caracteres pour exprimer huit, que nous exprimons par un seul. Aussi M. Leibnits ne veut-il pas faire passer son Arithmetique dans un usage populaire, il prétend seulement que pour des recherches difficiles, elle aura des avantages que l'autre n'a pas, & qu'elle conduira à des speculations plus élevées.

Ce fut en 1702 qu'il communiqua à l'Academie cette Arithmetique Binaire, annonçant seulement qu'elle auroit de grands usages pour les Sciences, & ne les découvrant point. Il ne voulut point qu'il en fût parlé dans l'Histoire, jusqu'à ce que cette nouvelle invention pût paroître accompagnée de ses utilités.

Dans la presente année, il se trouva qu'elle en avoit une, à laquelle M. Leibnits lui-même ne se fût pas attendu. Le P. Bouvet Jesuite, celebre Missionnaire de la Chine, à qui M. Leibnits avoit écrit l'idée de son Arithmetique Binaire, lui manda qu'il étoit très-persuadé que c'étoit-là le véritable sens d'une ancienne Enigme Chi-

noïse, laissée il y a plus de 4000 ans par l'Empereur Fohi, Fondateur des Sciences de la Chine, aussi-bien que de l'Empire, entendue apparemment dans son siècle, & plusieurs siècles après lui, mais dont il étoit certain que l'intelligence s'étoit perdue depuis plus de 1000 ans, malgré les recherches & les efforts des plus Sçavants *Lettres*, qui n'avoient attrappé que des Allegories pueriles & chimeriques. Cette Enigme consiste dans les différentes combinaisons d'une ligne entiere, & d'une ligne brisée, repetées un certain nombre de fois, soit l'une, soit l'autre. En supposant que la ligne entiere signifie 1, & la brisée 0, on trouve les mêmes expressions de nombres que donne l'Arithmetique Binaire. La conformité des combinaisons des deux lignes de Fohi, & des deux uniques caracteres de l'Arithmetique de M. Leibnits, frappa le P. Bouvet, & lui fit croire que Fohi & M. Leibnits avoient eu la même pensée. Si la verité de cette heureuse rencontre se confirme, quelle gloire pour les Européens, du moins aux yeux des Chinois, de leur avoir donné la Clef de leur ancienne Science ! Il est toujours certain qu'en pensant autant que l'on fait presentement, & en tournant d'autant de façons différentes une certaine matiere, & un certain fonds de pensées raisonnables, qui a été donné aux Hommes, il est impossible qu'on ne retrouve à peu près tout ce que les autres siècles auront pensé de meilleur.

Si M. Leibnits ne s'est pas rencontré sur l'Arithmetique Binaire avec l'Empereur Fohi, du moins M. de Lagni s'est rencontré avec M. Leibnits sur ce même sujet. M. de Lagni, Professeur en Hidrographie à Rochefort, travaille, comme on l'a déjà pu voir dans l'Histoire de 1702 \* à perfectionner la Science qu'il professe. Il a entrepris par rapport à la Navigation, une nouvelle Trigonometrie, & en étudiant tout le Système des Logarithmes, qui ont été inventés principalement pour la Trigonometrie, il y a vu des défauts & des inconveniens, dont il n'a pu trouver le remede qu'en imaginant l'Arithmetique Binaire.

\* p. 22.

sequent on trouve un double Infini de portions quarrables d'un cercle.

## SUR LES TANGENTES ET LES SECANTES DES ANGLES.

\* pag. 61.

Il a été dit ci-dessus\* que M. de Lagni travaille à une nouvelle Trigonometrie. Il l'appellera *Trigonometrie Francoise ou Reformée*, titre qui répondra en partie à celui de *Trigonometria Britannica* de Bregg<sup>us</sup>.

Dans cette nouvelle Trigonometrie, M. de Lagni met à la place des anciens Logarithmes qu'il trouve arbitraires & défectueux, les Logarithmes naturels de l'Arithmetique Binaire. Il a aussi de nouvelles vûes sur les Tables des Sinus, Tangentes, & Secantes, & il a donné à l'Academie sur les Tangentes & les Secantes, un petit échantillon de son Ouvrage, & une assurance de ses promesses.

\* pag. 58.

Ce qui a été dit dans l'Hist. de 1702\* de Cordes qui soutiennent differens arcs, est vrai aussi des Tangentes & des Secantes qui répondent à differens arcs ou angles. Toutes ces lignes droites ni ne suivent la proportion de leurs arcs, ni n'ont entre elles une raison fixe & constante qui les regle. M. Bernoulli de Basle démêla, & en quelque sorte devina, comme on l'a vû, une espee de progression assez cachée & assez enveloppée, qui se trouve entre les Cordes des arcs 1. 2. 3. 4. &c. De même M. de Lagni en a decouvert une ou plusieurs compliquées qui regnent dans la Suite des Tangentes ou des Secantes de tous les arcs ou angles, pris selon l'ordre des nombres naturels. Que l'on ait le rayon du cercle où l'on suppose que se forment tous ces angles, & la Tangente ou la Secante de tel angle qu'on voudra, on trouvera aussi celle de quelque autre angle que ce soit multiplié du premier. M. de Lagni avance que la Formule generale se

se démontre par deux seules propositions d'Euclide, mais il convient que la démonstration ne laisse pas d'être très longue. Ce ne sont pas de médiocres progrès en Geometrie, que les découvertes de ces sortes de rapports qui s'étoient dérobes jusqu'à présent aux yeux des plus grands Mathématiciens, & que nôtre Siècle dévoile enfin à force d'art & de recherches. On seroit tenté de croire que toutes les grandeurs d'un même genre, comme toutes les Cordes, toutes les Tangentes d'arcs de cercle, suivent toujours quelque regle generale entre elles, que souvent cette regle est si compliquée qu'elle nous échappe, du moins pour un temps, & que quand même nous ne la pourrions jamais découvrir, elle ne laisseroit pas de subsister dans quelque autre Geometrie reservée à des Intelligences plus sublimes.

## S U R   L E S   C O U R B E S D E   L A   C H U T E   D E S   C O R P S .

**Q**uand on prend les questions de Geometrie dans des termes plus generaux, & qu'on embrasse dans un même Problème une plus grande étendue, on en retire toujours le fruit, ou de découvrir de nouvelles verités, ou de voir l'enchaînement & les liaisons mutuelles des verités déjà connues, ou du moins de perfectionner l'Art qui les considere, & de donner une plus grande portée à l'Instrument qui les doit saisir.

\* V. les M.  
page 140.

On a vû dans l'Hist. de 1699. \* combien M. Varignon avoit rendu general le Problème de la Courbe que doit décrire les corps pesans par leur chute, pour s'approcher également d'un certain Terme en temps égaux. D'abord cette Courbe avoit été trouvée par d'autres Geometres, en supposant que l'accelération de la vitesse se faisoit selon le Système de Galilée, que les directions des corps pesans étoient paralleles, & que le Terme

\* page 66.

dont ils devoient s'approcher étoit ou l'Horison, ou un Point pris dans l'axe de la Courbe qu'ils décriroient. M. Varignon s'étoit affranchi, pour ainsi dire, de la servitude de toutes ces suppositions qui limitoient le Problème, il l'avoit résolu pour toutes les hypotheses d'accélération qu'on pourroit imaginer, pour les directions de la pesanteur, soit concourantes au centre de la Terre, comme elles y concourent mathématiquement, soit physiquement parallèles, pour tous les Termes dont on voudroit que le corps s'approchât, pourvu que ce fussent des points pris dans le plan de la Courbe, & même enfin pour toutes les différentes proportions ou progressions des temps, selon lesquelles on pourroit désirer que le corps s'approchât.

Dans ce Problème élevé à une si grande universalité, il restoit encore une borne qui en quelque façon le deshonoroit, & c'est cette borne que M. Varignon vient enfin d'enlever, après quoi voilà le Problème infiniment étendu de tous côtés. Il falloit que le point dont le corps s'approchoit toujours, fût dans le plan de la Courbe décrite par la chute, cette nécessité ne subsiste plus, & ce point peut être pris hors de ce plan, c'est-à-dire, par tout où l'on voudra.

Ce qui rend ce Problème plus general, le rend aussi plus composé, il faut un plus grand appareil de Geometrie pour le résoudre. Si l'on veut le remettre dans les termes où il étoit immédiatement auparavant, il n'y a qu'à anéantir la distance qui est entre le point dont le corps s'approche, & le plan de la Courbe, aussi-tôt on voit renaître la résolution de 1699; & ainsi à mesure qu'on introduira quelque chose de particulier dans la résolution generale, on la fera toujours descendre de plus en plus de sa generalité infinie.

M. Varignon supposant en 1699 que le mobile s'approchoit également du centre de la Terre en temps égaux, que les directions de la pesanteur y concouroient, & que les vitesses étoient comme les Racines des hau-

teurs, avoit trouvé une Courbe, qui avoit un point d'inflexion, & qui à son origine & à la fin rencontroit son axe sous deux angles qu'il avoit déterminés. Mais M. Bernoulli de Groningue, qui sur l'écrit de M. Varignon avoit étudié cette même Courbe, lui manda qu'elle faisoit une infinité de tours & de retours avant que d'arriver au centre de la terre, & de faire avec son axe l'angle marqué. On sçait que la Logarithmique Spirale a cette même propriété. Aussi-tôt M. Varignon la chercha dans la Courbe, & l'y trouva tant par une methode particuliere qu'il a pour le Calcul Integral, que par celle que l'on doit à M. Bernoulli de Groningue. \*

\* V. l'Hist.  
de 1702. p.  
61.

L'imagination pourroit se revolter d'abord contre toutes ces revolutions que fait un corps pesant autour du centre de la terre en s'en approchant toujours, sans y pouvoir arriver. Mais il est aisé de faire reflexion que ces revolutions infinies ne font pas l'effet de la seule pesanteur, puisqu'elle feroit tomber le corps en ligne droite au centre de la terre, & que ce mouvement extraordinaire & bisarre, n'est produit que par les différentes hypotheses que l'on a compliquées ensemble. Ce n'est pas un Phenomene de Physique, c'est un jeu de Geometrie.

## SUR L'ELLIPTIQUE

### ASTRONOMIQUE DE M. CASSINI.

ON a d'abord appelé *Foyers* de certaines Courbes, V. les M.  
les points où elles rassembloient les rayons de lum.  
miere, & la raison de ce nom de Foyers est assez évidente. Mais depuis on l'a étendu à tous les points qui seroient tels, que toutes les lignes qui en seroient tirées à la circonference de quelque Courbe, auroient quelque propriété commune, quelle qu'elle soit, & cette extension a été si loin que non seulement des points, mais

même des lignes soit droites, soit courbes, sont appelées Foyers à l'égard des Courbes, pour qui elles sont conditionnées de la même manière.

Les Foyers de l'Ellipse sont connus de tout le monde. Les rayons qui partent de l'un & vont frapper la circonférence concave de la Courbe sous quelque angle que ce soit, se réfléchissent tous dans l'autre Foyer, & s'y réunissent, ou, si l'on veut avoir une propriété des Foyers de l'Ellipse indépendamment de la réunion des rayons, deux lignes tirées des deux Foyers à un même point de la circonférence de l'Ellipse, sont toujours égales, prises ensemble, au grand axe de la Courbe.

\* page 96. Nous avons dit dans l'Histoire de 1700 \* que Kepler avoit changé en Ellipses les anciens Cercles du mouvement des Planètes, & qu'ensuite M. Cassini avoit aussi changé l'Ellipse de Kepler, qui étoit la commune, en une nouvelle Ellipse, où au lieu de la somme des deux lignes tirées des Foyers, c'étoit leur produit qui étoit toujours égal à celui des deux parties du grand axe déterminées par un Foyer. Cette Ellipse répond mieux aux observations célestes, si quelque Courbe régulière y répond exactement.

M. le Marquis de l'Hôpital a donné dans son *Analyse des Infinitement petits*, une Méthode générale pour trouver les Tangentes des Courbes qui ont des Foyers, quels qu'ils soient, & qui sont connues seulement par la propriété de ces Foyers, & non par le rapport des Abscisses aux Appliquées, ce qui est la manière ordinaire de considérer les Courbes.

M. Varignon ayant appliqué cette Méthode à l'Ellipse astronomique de M. Cassini, en a trouvé les Tangentes d'une manière presque semblable à celle dont on les trouve dans l'Ellipse ordinaire par le moyen de ses Foyers, & il prétend que par toute autre voye, on n'y réussiroit pas si facilement.

## SUR LES CAUSTIQUES.

**U**Ne experience grossiere a fait d'abord connoître V les M.  
\* P 183. que des Miroirs de metal, tels que ceux des Anciens, étant concaves, rassemblaient les rayons du Soleil en les réfléchissant, & les Miroirs avec lesquels Archimede brûla les Vaisseaux des Romains, ou plutôt les Miroirs brûlans qu'il a eus, mais qui ne brûlerent pas de Vaisseaux, étoient de cette espece. On a connu fort long-temps après, que des Miroirs de verre convexes, au travers desquels passent les rayons, faisoient le même effet, & que dans certaines figures la refraction produit des Foyers aussi bien que la reflexion.

Les Geometres à qui cette matiere appartenoit, ont étudié d'abord les figures ou les Courbes les plus connues, le Cercle, la Parabole, l'Hyperbole, & l'Ellipse, & supposant pour la reflexion l'égalité perpetuelle des angles d'incidence & de reflexion, & pour la refraction, une proportion constante & determinée par l'experience entre les différentes distances du rayon incident & du rompu à la même perpendiculaire, ils ont tiré de ces principes generaux & de la nature particuliere de chacune de ces Courbes, les Foyers qu'elles devoient avoir soit qu'elles réfléchissent les rayons, soit qu'elles les rompiissent. La réunion, ou plus generalement, la nouvelle determination des rayons rompus par ces quatre Courbes, est le principal objet de la Dioptrique de M. Descartes.

Mais on ne s'en est pas tenu-là. Tout s'éleve en ce siecle-ci, & tend à devenir toujours plus universel. M. Tschirnhaus a voulu qu'il y eût une Methode generale pour déterminer quel seroit l'effet de toutes les Courbes imaginables à l'égard des rayons qu'elles auroient ou réfléchis, ou rompus.

Pour cela, il a imaginé qu'un rayon soit réfléchi, soit



rompu par une Courbe quelconque, doit être coupé en quelqu'un de ses points par un autre rayon semblable, & infiniment proche de lui, que de même ce second doit être coupé par un troisième, & ainsi à l'infini. La suite de tous ces points d'intersection, forme une ligne Courbe que M. Tschirnhaus a appelée *Cautique* ou *brulante*, parce qu'il est visible que les rayons ne sont en aucun autre endroit si serrés, ni si capables de brûler, que sur la circonférence de cette Courbe où ils se coupent. Si les rayons sont réfléchis la Courbe s'appelle *Cautique par reflexion*, & s'ils sont rompus, *Cautique par refraction*.

Toute Courbe a donc sa double Cautique, & M. Bernoulli de Basle donna dans les Actes de Leipzig pour chacune des deux, quelle que fût la Courbe, qui la dût produire, une Formule generale, mais il la donna sans analyse & sans démonstration. Ensuite M. le Marquis de l'Hôpital a trouvé cette Analyse, & l'a publiée dans son Livre des *Infiniment petits*. Toute la Dioptrique de M. Descartes devient un Corollaire ou un Exemple de la Formule des Cautiques par refraction.

Une Cautique peut se reduire toute en un point. Ainsi, si des rayons paralleles à l'axe d'une Parabole, tombent sur sa concavité, & s'y réfléchissent, ils vont tous se réunir au Foyer de cette Courbe, & ce point seul est toute la Cautique. Dans un demi-cercle dont la concavité réfléchit des rayons perpendiculaires à son diamètre, & paralleles entre eux, ou venus du Soleil que l'on suppose infiniment éloigné, la Cautique est une Courbe assez étendue, qui coupe précisément par le milieu un rayon perpendiculaire au diamètre. C'est dans ce point, qui est par conséquent au quart du diamètre d'une Sphere ou d'un Miroir concave que l'on établit communément son Foyer, mais il ne faut pas croire que ce Foyer ou la Cautique soit alors ce seul point.

Toutes les Courbes qui sont convexes du côté du point lumineux, au lieu de rassembler les rayons réfléchis, les

écartent, & les rendent divergens, & alors on voit que leur Cautique est du côté opposé à celui où se fait la reflexion; que celle d'une demi-Sphere convexe, par exemple, est du côté de sa concavité, que par conséquent les rayons se reflechissent sur la convexité, comme s'ils étoient partis de cette Cautique située du côté concave, c'est-à-dire, en un mot qu'ils s'écartent après la reflexion. Il y a des cas où les Courbes écartent aussi les rayons reflechis sur leur concavité, mais cela dépend de la situation du point lumineux à leur égard, & alors la Cautique ne manque pas de passer du côté de la convexité.

La Formule des Cautiques par refraction, n'est ni plus difficile à appliquer, ni moins féconde. On y trouve d'abord qu'une demi Sphere de verre, terminée d'un côté par une surface plane, & qui recevra sur sa convexité des rayons du Soleil paralleles à son axe, produira une Cautique assez étendue, dont le point du milieu sera éloigné de la surface plane du verre de tout le diamètre de la demi Sphere. C'est ce point que l'on prend communément pour le Foyer ou pour toute la Cautique, mais seulement de la manière qui a été expliquée dans l'Histoire de 1700. \*, sans quoi l'erreur seroit trop grande. \* p. 118. & 129.

Un des plus grands avantages de la methode des Cautiques, c'est qu'elle donne la rectification ou la longueur de ces Courbes, toutes les fois que celles qui les produisent sont *Geometriques*. Ainsi l'on voit que la Cautique par reflexion formée dans un demie cercle, qui a reçu, comme on vient de le dire, des rayons perpendiculaires au diamètre qui le termine, est au diamètre de ce demie cercle, comme 3 à 2. De même la Cautique par refraction d'une demi-circonférence circulaire qui a reçu des rayons paralleles à son axe, est au diamètre de cette demi-circonférence à peu près comme 5 à 3.

Les rectifications des Courbes, aussi-bien que les quadratures des espaces curvilignes, sont, pour ainsi dire,

## 72. HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

précieuses aux Geometres, & M. Carré ayant vû dans les Caustiques des rectifications qui s'y presentent d'elles-mêmes, a voulu les pousser plus loin, & en découvrir d'autres par leur secours. En developant, par exemple, la Caustique par reflexion formée dans un demi-cercle, & telle que nous l'avons toujours représentée ici, il trouve que la Courbe produite par le developement, est triple du diametre du demi-cercle. Delà il tire plusieurs consequences nouvelles, & passe même à des quadratures de differens espaces, compris soit entre le demi-cercle generateur & la Caustique, soit entre la Caustique & la Courbe qu'elle a produite par son developement &c.

Comme toutes les Caustiques sont produites par des rayons soit réfléchis, soit rompus, & que leur reflexion ou leur refraction dépend de leur incidence, les Caustiques changent necessairement, selon que les rayons incidens ont une direction differente. Dans la Caustique par reflexion formée au dedans du demi-cercle, nous avons toujours supposé les rayons incidens perpendiculaires au diametre qui termine ce demi-cercle. Mais si ces rayons partoient tous d'une extremité de ce diametre pour aller frapper differens points de la circonference concave, & qu'ils en fussent tous autant de cordes, il naîtroit une autre Caustique. Elle seroit au diametre de son demi-cercle generateur comme 4 à 3, au lieu que la premiere étoit comme 3 à 2. M. Carré a aussi suivi les rectifications qu'on pouvoit déduire de cette rectification fondamentale, comme celle de la Courbe que produiroit le developement de cette Caustique, & il a donné ou indiqué la methode de trouver les quadratures des differens espaces qui se formeroient. Tout cela s'exécute par une application très-simple & très-facile du Calcul Integral, qui est toujours la seule clé des rectifications & des quadratures.

Tout ce que nous venons de voir que M. Carré a fait sur les differentes Caustiques du Cercle, il l'a fait aussi sur

sur différentes Caustiques de la Cycloïde, & de la Parabole, & il a démontré par la même Méthode les rectifications & les quadratures qui en pouvoient naître.

## SUR LES FORCES

### CENTRALES.

SI selon l'ingenieux Système de M. Descartes, & selon les plus fortes apparences que la Physique puisse fournir, ce que nous appellons la Pesanteur des Corps terrestres, n'est qu'un effet particulier d'un principe plus general qui agit dans tous les mouvemens curvilignes, & si ce principe donne à toutes les Planetes de notre Tourbillon une tendance vers le Soleil, semblable à celle des corps terrestres vers le centre de la Terre, on aura par la Theorie de M. Varignon expliquée dans l'Histoire de 1700 \* la solution de tous les Problèmes que l'on pourra jamais imaginer sur cette Pesanteur des Planetes par rapport au Soleil, & sur les inegalités de son action dans les differens points des Courbes du mouvement des Planetes.

V. les M.  
pag. 212.

\* pag. 84.  
& suiv.

A cela, M. Varignon ajouta en 1701 \* une nouvelle maniere de résoudre les mêmes Problèmes, en y employant les Rayons des Développées, qu'il déterminoit en une infinité de manieres, ce qui donnoit infiniment plus d'étendue & de jeu à la Geometrie, sans supposer aucune veüe nouvelle de Physique.

\* V. l'Hist.  
de 1701. p.  
80.

Maintenant M. Varignon suppose une Physique nouvelle. Les Planetes ne tendront pas seulement vers le Soleil, mais encore les unes vers les autres, de sorte que Mars, par exemple, à chaque point de la Courbe qu'il décrit en deux ans autour du Soleil, sera tiré en ligne droite par le Soleil, par Saturne, par Jupiter, par la Terre &c.

Il faudra d'abord connoître par observation quelles seront les vitesses de Mars en differens points de la Courbe, & supposer un rapport des differentes Forces centrales entre elles, c'est-à-dire, des differentes tractions du Soleil, de Saturne, de Jupiter, &c. après quoi M. Varignon détermine tout d'un coup, & par une seule Formule, quelle sera à chaque point de la Courbe du mouvement de Mars l'impression plus ou moins grande qu'il recevra du concours de toutes ces Forces qui agiront sur lui.

La difficulté ce de Problème consistoit, & en ce qu'il y entre autant de Forces centrales qu'on voudra, & en ce qu'elles sont dans des plans differens du plan de la Courbe où se meut le Corps sur lequel elles agissent; car il est constant par l'Astronomie que differentes Planetes ne se meuvent pas dans le même plan.

La solution generale étant trouvée pour un nombre indéterminé de Forces centrales placées dans des plans differens de celui de la Courbe décrite par le Mobile, si l'on veut qu'il n'y ait qu'une Force centrale, on voit aussitôt qu'elle est necessairement dans le plan de la Courbe du Mobile, car si elle n'y étoit pas, elle tendroit à l'en faire sortir, & le feroit effectivement, puisque rien ne s'opposeroit à son action. Alors on retombe dans le même cas dont M. Varignon avoit donné la solution par ses deux premieres Theories.

Si une Planete décrit une Ellipse ordinaire, dont le Soleil soit un des Foyers, la Force centrale qui poussera la Planete vers le Soleil, agira d'autant plus, que la distance de la Planete au Foyer où sera le Soleil, ou pour parler plus précisément, le quarré de cette distance, sera moindre. Mais si cette Planete décrivant la même Ellipse, reçoit l'impression de deux Forces centrales qui la poussent en même temps aux deux Foyers, il se trouve par la Théorie présente de M. Varignon, que les deux Forces seront toujours égales entre elles à quelque point de l'Ellipse où soit la Planete, mais que

leur action variera toujours, & sera d'autant plus forte que le produit des deux lignes tirées des deux Foyers à la Planete sera moindre; d'où il suit que comme ce produit n'est jamais plus petit que quand la Planete est à une extremité du grand axe, ce sera alors qu'elle recevra la plus forte impression des deux Forces centrales, & qu'au contraire elle en recevra la plus foible impression, lorsqu'elle sera à une des extremités du petit axe.

La Parabole n'est qu'une Ellipse dont un des Foyers est infiniment éloigné de l'autre, ce qui fait qu'au lieu que dans l'Ellipse les rayons partis d'un Foyer & réfléchis par la circonférence, vont dans l'autre Foyer, les rayons partis du Foyer de la Parabole & réfléchis par sa circonférence deviennent paralleles à l'axe. Ainsi, si un corps qui décrit une Parabole est tiré par deux Forces centrales égales, dont l'une soit au Foyer, & l'autre agisse parallelement à l'axe de dehors en dedans il est dans le même cas que celui qui décrit une Ellipse, & il reçoit une impression d'autant plus forte qu'il est moins éloigné du Foyer de la Parabole. Il est visible qu'on ne prend point alors le produit des distances des deux Foyers au corps, parce que l'une de ces distances est infinie.

L'Hiperbole n'est qu'une Ellipse dont un des Foyers est enfermé dans une portion de la Courbe posée à contre-sens de la portion où l'autre Foyer est enfermé, & par consequent si un Corps qui décrirait une Hiperbole, étoit tiré par deux Forces égales placées dans les deux Foyers, mais dont celle qui seroit dans le Foyer de l'Hiperbole opposée à l'Hiperbole décrite, tirât à contre-sens, c'est-à-dire, de dedans en dehors, ce Corps recevrait une impression d'autant plus forte, que le produit des distances des deux Foyers jusqu'à lui, seroit moindre.

Il est visible que le Cercle étant une Ellipse dont les deux Foyers se sont confondus en un, qui est par tout également éloigné de la circonférence de la Courbe, un Corps qui décrirait un Cercle recevrait par tout la

même impression de la Force centrale.

Réciproquement si un Corps recevoit de telle maniere les deux forces égales, que cette impression fût plus forte à proportion que le produit des distances du Corps aux deux Foyers de la Courbe qu'il décriroit seroit moindre, il décriroit ou une Ellipse, ou une Parabole, ou une Hiperbole.

Ce ne sont-là que les exemples les plus simples de la Theorie de M. Varignon, puisqu'il n'y entre que deux Forces centrales, qui même sont égales entre elles, & posées dans le plan de la Courbe decrite par le Mobile. Encore le mouvement du Corps étoit-il supposé uniforme, c'est à-dire, tel que les espaces ou les arcs de la Courbe fussent toujours proportionels aux Temps. Il est aisé de voir que des suppositions plus compliquées donneroient des Courbes plus composées & moins connues que les Sections Coniques, mais enfin les Regles generales de M. Varignon ne les produiroient pas avec moins de sûreté, ni souvent même avec moins de facilité. Elles vont infiniment plus loin que tous les Phenomenes connus soit d'Astronomie, soit de Physique, & l'on peut dire que sur cette matiere la Geometrie est presentement en état de résoudre plus de Questions que la Nature n'en fournira. Il ne paroît pas possible de rien imaginer sur les Forces centrales qui ne soit compris dans la Theorie de M. Varignon, & voilà un sujet que l'on peut désormais mettre à part comme épuisé.

V. les M.  
pag. 131.

**M**onsieur Rolle a continué ses Remarques sur les Lignes Geometriques.

**I**l y a à Bordeaux dans le College de Guyenne, une Chaire de Mathematique fondée par M. François de Foix de Candalle. Il est dit par la Fondation qu'en cas

de vacance de cette Chaire, elle sera donnée à celui qui sera jugé le plus digne par les Experts qui seront choisis, & que chaque Aspirant sera obligé de faire un jour une lecture publique où il démontrera une Proposition de son invention, qui ne passe pas plus avant que le 9.<sup>e</sup> Livre des Elemens d'Euclide, & le lendemain une autre leçon où il démontrera aussi une Proposition sur les Corps Solides & Reguliers, qui soit de son invention, & qui se prouve par Euclide.

Un Aspirant ayant apporté deux Propositions selon l'ordre prescrit, un Concurrent lui contesta qu'elles fussent de son invention, & sur cette contestation les Parties & les Juges convinrent de s'en rapporter à l'Academie des Sciences. Elle jugea qu'effectivement les deux Propositions n'étoient pas nouvelles, & parce que l'exactitude qu'elle apporta à ce jugement consuma près de deux Seances, on a crû qu'il pouvoit trouver place dans cette Histoire.



## ASTRONOMIE.

### SUR DEUX ECLIPSES

#### . DE LUNE.

Quelques jours avant le 3 Janvier, où il devoit arriver une Eclipsé de Lune, les Astronomes de l'Académie firent leurs preparatifs, en établissant exactement les connoissances préliminaires dont ils avoient besoin, soit pour la justesse du calcul, soit pour celle de l'observation.

V. les M.  
p. 3 23. 27.  
& 28.

On verra dans les Memoires quel soin M<sup>rs</sup> Cassini



prireut à déterminer la Parallaxe horifontale de la Lune, & il ne fera peut être pas hors de propos de faire fentir combien cette détermination eft neceffaire, & même de combien elle eft plus importante que toutes les autres.

Comme dans toute l'enceinte de nôtre Monde, ou de nôtre Tourbillon, il n'y a que le Soleil qui foit lumineux par lui-même, toute Éclipe qui arrive dans cette enceinte, eft caufée par une Planete qui cache le Soleil à une autre, ou, ce qui eft la même chofe, qui jette fon ombre fur elle. La grandeur de l'Éclipe dépend donc de la grandeur dont la Planete qui cache le Soleil paroît être à celle qui le perd, car il eft clair que fi celle qui doit cacher le Soleil étoit fi petite ou fi éloignée de l'autre qu'elle n'en fût point apperçûe, elle ne causeroit point d'Éclipe.

Concevons que le Soleil ne foit ou ne paroiffe qu'un point lumineux, infiniment éloigné des Planetes. En ce cas, les lignes tirées de ce point étant paralleles à caufe de fa diftance infinie, le diametre de l'ombre que je fuppo-fe tomber toute entiere fur la Planete qui perd le Soleil eft égal au diametre de la Planete qui le cache, tel qu'il eft vû par celle qui voit l'Éclipe, & de plus, puifque le Soleil n'eft fupposé qu'un point, l'Éclipe ne peut durer au plus qu'autant de temps que le diametre apparent de la Planete qui le cache en employe à paffer devant ce point.

Par conféquent, dans nos Éclipses de Soleil le diametre de l'ombre de la Lune fur la Terre, feroit égal au diametre apparent de la Lune, & l'Éclipe ne dureroit qu'autant que le paffage de ce diametre apparent fous le point lumineux.

Reciproquement, nos Éclipses de Lune n'étant que des Éclipses de Soleil pour un Spectateur qui feroit dans la Lune, la grandeur & la durée de ces Éclipses ne dépendroit que de la grandeur & du mouvement du diametre de la Terre vû de la Lune.

La fuppoftion que le Soleil foit infiniment éloigné

tant de la Lune que de la Terre, peut toujours subsister physiquement avec ce qui s'en ensuit, mais l'autre supposition ne peut pas subsister de même, & le Soleil soit qu'il soit vû de la Lune ou de la Terre n'est pas un point, & il doit paroître à peu près égal de ces deux Planetes. Il faut donc tenir compte de son diametre apparent. Dès qu'une de ses extremités est jointe par une extremité du diametre apparent de la Planete qui passe sous le Soleil, l'Eclipse commence, & elle ne finit que quand les deux diametres sont entierement dégagés l'un de l'autre. Par consequent la grandeur du diametre de l'ombre sur la Planete qui voit l'Eclipse, est celle des deux diametres apparens du Soleil & de la Planete qui le cache. Cela se verra clairement, si l'on tire deux rayons de chaque extremité du diametre du Soleil à celles du diametre de la Planete qui passe sous lui, en observant que deux rayons tirés du même point du Soleil, doivent être paralleles, à cause de la distance supposée infinie.

Mais il y a deux sortes d'ombres. Un lieu qui ne reçoit absolument aucuns rayons du Soleil est dans l'ombre proprement dite. Celui qui n'est privé que des rayons d'une partie du Soleil, est dans la *Penombre*. Si le diametre apparent de la Planete qui passe sous le Soleil, est plus petit que celui du Soleil, il ne peut jamais y avoir qu'une Penombre pour la Planete qui voit l'Eclipse; s'il est plus grand, il y a ombre & penombre, ombre pour les lieux qui voyent le diametre apparent du Soleil entierement couvert, penombre pour les autres. Il est évident que sur la Planete qui voit l'Eclipse, le diametre de l'ombre & de la penombre ensemble, ou de la penombre, si elle est seule, est égal aux diametres apparens du Soleil & de la Planete qui le cache, mais que le diametre de l'ombre seule à l'exclusion de la penombre, est égal au diametre apparent de la planete qui cache le Soleil, moins celui du Soleil, car la penombre finit, & l'ombre commence dès que le diametre de la Planete a entierement couvert celui du Soleil, & l'ombre dure tant

que le reste de ce diametre de la Planete passe devant le Soleil , & que cet Astre est entierement couvert. On peut encore se convaincre de cette verité, en tirant des rayons du Soleil à la Planete qui le cache, selon ce qui vient d'être dit, & ce qui avoit été expliqué dans l'Hist.

\* p. 73. & de 1702. \*  
74.

Il arrive rarement que le Soleil soit entierement éclipsé pour nous, & alors même il ne l'est qu'un moment. Ainsi les Eclipses de Soleil ne sont le plus souvent que des Penombres de la Lune qui couvrent une partie de la Terre, & cette partie est déterminée par la grandeur des diametres apparens du Soleil & de la Lune mis ensemble.

Un Astronome qui seroit dans la Lune, & qui verroit le Soleil éclipsé par la Terre, auroit ombre & penombre, parce que le diametre de la Terre vû de la Lune, est beaucoup plus grand que celui du Soleil, & par consequent s'il ne vouloit avoir que le diametre de l'ombre de la Terre sur la Lune, il faudroit qu'il ôtât du diametre apparent de la Terre celui du Soleil.

Ce qui est pour la Lune une éclipse de Soleil causée par la Terre, est pour la Terre une éclipse de Lune, & dans les éclipses de Lune, nous ne cherchons que la grandeur de l'ombre de la Terre, & non celle de la penombre, parce que la penombre y est peu sensible, & difficile à reconnoître sûrement, & par consequent il faut que nous retranchions le diametre apparent du Soleil, de celui de la Terre vû de la Lune.

Deux lignes tirées, l'une du centre de la Terre, l'autre d'un point de sa surface, toutes deux au centre de la Lune, y font un angle dont la base est le demi-diametre de la Terre, & c'est sous cet angle que ce demi-diametre est vû de la Lune. En même temps cet angle est la difference d'elevation horisontale qu'il y auroit entre la Lune vûë du centre de la Terre, ou vûë de sa surface, c'est ce qu'on appelle *Parallaxe*, & comme cette Parallaxe est fort sensible dans un corps aussi proche de la Terre que

que la Lune, elle a été observée ou calculée exactement pour toutes les différentes distances de la Lune à la Terre, car c'est-là ce qui fait varier la parallaxe. La Lune étant supposée pendant tout un jour dans un même éloignement de la Terre, elle fait une plus grande parallaxe à l'horison que par tout ailleurs, ainsi c'est toujours la parallaxe horizontale que l'on détermine. Les Tables de M. de la Hire imprimées en 1702 donnent la plus petite parallaxe horizontale de la Lune de  $54' 5''$ , & la plus grande de  $61' 25''$ , c'est-à-dire, que le plus petit ou le plus grand demi-diamètre de la Terre vûs de la Lune sont de l'une ou de l'autre de ces grandeurs. D'un autre côté le plus petit demi-diamètre apparent du Soleil vû de la Terre ou de la Lune est de  $15' 49''$ , & le plus grand est de  $16' 22''$ .

On voit donc de quelle importance il est d'avoir exactement la parallaxe horizontale de la Lune pour le jour ou plutôt pour le temps de l'Eclipse, mais cette parallaxe ne varie pas seulement selon les distances de la Lune à la Terre, elle a encore quelque autre principe de variation moins simple & moins naturel, auquel une extrême précision demande que l'on ait égard.

Outre cette détermination fondamentale, & indispensable, M<sup>rs</sup> Cassini en firent une autre qui marquera jusqu'où va maintenant le scrupule des Astronomes, & combien ils craignent que rien ne leur échape.

Une manière d'observer les Eclipses de Lune est de marquer le passage de l'ombre par toutes les Taches de son disque apparent, car leur disposition étant aussi exactement, & même plus exactement connue que celle des Villes d'un païs dont on auroit une bonne Carte, il est aisé de déterminer par là quel a été le chemin de l'ombre sur la Lune. Mais cela suppose que le disque apparent de cette Planete soit toujours le même, comme il paroît l'être à des Observateurs grossiers, & s'il ne l'est pas effectivement, une ombre qui aura passé par les mêmes taches, aura tenu un autre chemin sur la surface de

la Lune, parce qu'une tache, par exemple, qui étoit au centre apparent de la planète ne s'y sera plus trouvée, & qu'il en sera arrivé autant à celles des bords, & à toutes les autres. Or la Lune a une espece de mouvement de Libration, mais assez foible, qui fait que le disque apparent ou la face qu'elle nous presente n'est pas toujours exactement la même. Par cette variation, les mêmes taches s'approchent ou s'éloignent des bords du disque apparent tant en longitude, c'est à-dire, d'Occident en Orient, qu'en latitude, c'est à dire, du Midy au Septentrion. Le changement en longitude dépend de la distance où est la Lune à l'égard de son Apogée, le changement en latitude dépend principalement de la distance où elle est de ses Nœuds, ou de l'Ecliptique, & quand elle est en même temps & dans l'Ecliptique & dans son Apogée ou son Perigée, la disposition generale des Taches par rapport au disque apparent est moyenne, & c'est celle que l'on représente dans les Cartes de la Lune.

La difference de la disposition moyenne des Taches à celle qui se trouvoit au temps de l'Eclipse du 3<sup>e</sup> Janvier, n'étoit que de 35" en longitude seulement, & M<sup>rs</sup> Cassini ne laisserent pas d'en tenir compte dans leur observation.

Les Ephemerides de l'Academie faites par M. de la Hire le fils avoient marqué le commencement de cette Eclipsé à

|                        |
|------------------------|
| 5 <sup>h</sup> 36' 29" |
| 7 3 18                 |
| 8 30 7                 |
| 2 53 38                |
| 7 doigts 26"           |

Le Milieu à  
La Fin à  
La Durée de  
La Quantité de

La Connoissance des Temps dressée aussi par l'ordre de l'Academie, mais calculée par M. Lieutaud, diffère très-peu des Ephemerides, & l'on verra dans les observations immediates de M<sup>rs</sup> Cassini & de la Hire combien tous ces calculs se trouveront d'accord avec le Ciel. Les Ephemerides de Mezzavacca s'en sont écartées de

25' pour le commencement de l'Eclipse, & de plus d'une demi-heure pour le milieu.

M. de la Hire fit voir aussi à l'Academie les observations de cette Eclipse faites à Tours par M. Nonnet son Correspondant, & M. Cassini, celles qui avoient été faites à Rome par M. Bianchini Camerier du Pape, & par M. Maraldi, & à Bologne par M<sup>rs</sup> Manfredi & Stancari. On compara toutes ces observations étrangères à celles de Paris, on tira des mêmes Phases observées à différentes heures les différences en longitude des lieux où s'étoient faites les observations, & l'on fit comparaison des longitudes trouvées par cette Eclipse, tant à celles que l'on avoit déjà par d'autres Eclipses lunaires, qu'à celles que donnoient les Immersions des Satellites de Jupiter. Comme il est impossible dans la pratique que plusieurs operations différentes, fussent-elles faites par la même main & par les mêmes Instrumens, se rencontrent précisément & geometriquement dans le même point, il faut prendre pour vrai un certain point dont un plus grand nombre d'operations s'écartent moins que de tout autre, & autour duquel elles roulent le plus souvent, & par conséquent, on ne doit se lasser ni de les repeter, ni d'en recommencer les comparaisons.

Une seconde Eclipse de Lune du 29 Juin, ne pût être observée à Paris à cause du mauvais temps. M. Cassini le fils reçut l'observation qu'en avoit faite à Marseille le P. Laval Jesuite, & la communiqua à l'Academie. Par-là, les Ephemerides de M. de la Hire furent encore trouvées beaucoup plus justes que celles de M. Mezzavacca.

Le P. Laval fit sur cette Eclipse une remarque importante. Il vit que l'obscurité qui couvroit la Lune étoit fort inégale en différentes parties du Disque, que même au milieu de l'Immersion qui fut totale, & qui dura plus d'une heure & un quart, la Lune fut encore rougeâtre vers son centre, & de là il tira une nouvelle preuve de l'opinion déjà établie chés les Astronomes, que ce n'est point l'ombre de la Terre qui fait les Eclipses de Lune,

mais celle de l'Atmosphère qui enveloppe la Terre , & qui a peut être 25 lieues de hauteur.

Le Soleil étant supposé infiniment éloigné, s'il n'étoit qu'un point, l'ombre de la Terre seroit comprise entre deux lignes paralleles & perpendiculaires à son diamètre, & s'étendrait à l'infini. Mais le Soleil ayant un diamètre d'une certaine grandeur apparente, chacune de ses extrémités envoie aussi deux rayons paralleles qui embrassent la Terre, & terminent la largeur de l'ombre infinie qui leur répond. Les deux rayons paralleles partis du centre du Soleil ne sont point paralleles à ceux qui sont partis de l'une ou de l'autre extrémité de son diamètre, & par conséquent ces differens rayons se coupent en quelque point au delà de la Terre, l'ombre qui sans cela auroit été infinie & cilindrique ne l'est plus, elle devient conique, & se termine en pointe. La Lune est à une telle distance de la Terre qu'elle seroit toujours hors de la portée de ce cone d'ombre, s'il n'étoit augmenté & allongé par l'ombre de l'Atmosphère. C'est donc précisément dans cette ombre de l'Atmosphère que la Lune tombe, elle n'est jamais parfaitement obscurcie, parce que l'Atmosphère même dans sa plus grande épaisseur n'est nullement impénétrable à la lumière, & différentes parties de la Lune prennent différents degrés d'obscurité, selon qu'elles répondent à des parties de l'Atmosphère plus ou moins élevées, c'est à-dire, plus ou moins épaisses, & qui laissent passer plus ou moins de rayons. Dans l'Eclipse observée par le P. Laval, les différents degrés d'ombre furent précisément tels que les demandoient les différentes expositions des parties de la Lune à celles de l'Atmosphère. Quelque fois il se trouve en cela quelque irregularité, qui au fond n'en est pas une. Telle partie de la Lune qui devoit être moins obscurcie qu'une autre, l'est d'avantage, parce que quoiqu'elle réponde à une partie de l'Atmosphère plus élevée, & naturellement moins épaisse, il est cependant possible que par quelque accident particulier, cette même par-

tie soit plus chargée de vapeurs. Ces différences irrégulières d'épaisseur dans l'Atmosphère en causent aussi dans les réfractions, & envoient quelques rayons du Soleil sur des parties de la Lune, où naturellement ils n'auroient pas dû aller. C'est une remarque que fit M. de la Hire en observant l'Eclipse du 3 Janvier.

Pour avoir égard à la grandeur de l'ombre de l'Atmosphère, qui est si importante, M. de la Hire a dit dans les Discours qui accompagnent ses Tables, qu'il augmentoit d'une minute le diamètre de l'ombre de la Terre, ou la parallaxe horizontale de la Lune. Cette minute vaut les 25 lieues que l'Atmosphère peut avoir de hauteur.

## S U R L' E Q U I N O X E

DU PRINTEMPS DE M. DCC. III.

**M**onsieur Cassini à Paris, & M. Maraldi à Rome, v. les M. Mayant observé chacun de leur côté l'Equinoxe pag. 41. du Printemps de cette année, pour en déterminer le moment, se trouverent differens de 23 Minutes, ce qui est très-peu considerable, parce que le mouvement par lequel le Soleil s'approche ou s'éloigne de l'Equateur, ou, ce qui est la même chose, le changement de sa déclinaison, est fort lent. Hipparque ne contoit pour rien une erreur de 6 heures dans la détermination de l'Equinoxe. M. Cassini avoit observé à l'ordinaire les hauteurs Meridiennes du Soleil avec un Quart de cercle, & M. Maraldi les observa avec le grand Gnomon élevé par ordre du Pape Clement XI. pour les usages astronomiques. Cette seule différence des Instrumens peut avoir produit celle des Observations, sans conter que les Réfractions peuvent avoir été un peu différentes à Paris & à Rome; car enfin une erreur de quelques Secondes



dans les hauteurs Meridiennes aura suffi. M. Cassini avoit déterminé l'Equinoxe à 8 heures du matin du 21 Mars, & M. Maraldi à 8 heures 23'.

La plus ancienne observation d'un Equinoxe du Printemps venuë jusqu'à nous, est celle d'Hipparque rapportée par Ptolomée, & faite, selon les Cronologistes, 146 ans avant J. C. M. Cassini ne manqua pas d'y comparer la sienne, parce qu'il est avantageux d'avoir de si grands espaces compris entre deux observations pareilles. Si l'on regloit la grandeur de l'année par deux observations de deux Equinoxes de printemps consecutifs, & que l'on se fût trompé de 10', par exemple, dans la détermination de l'un ou de l'autre Equinoxe, on feroit l'année trop longue, ou trop courte de ces 10'. Mais si entre l'une & l'autre observation des Equinoxes, il y a 20 années, & qu'on se trompe encore des 10', on ne fera l'année trop longue ou trop courte que d'une minute, & l'on se tromperoit encore moins sur sa grandeur, si les années des deux observations étoient encore plus éloignées, & que l'erreur ne fût toujours que de la même quantité. Or il est visible que l'erreur dans la détermination de chaque Equinoxe n'en est pas plus grande, parce que l'on comparera des années plus éloignées.

L'intervalle entre l'observation d'Hipparque, & celle de M. Cassini étant de 1248 ans, on ne peut rien desirer de plus favorable pour la détermination précise de la grandeur de l'année comprise entre deux Equinoxes du printemps. Par-là, M. Cassini la trouve de 365 jours 5<sup>h</sup>. 49' 5", ce qui est la grandeur que lui donne le Calendrier Gregorien, à quelques Secondes près qui viennent d'un autre principe, que nous allons expliquer.

\* pag. 113.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1701 \* que l'excentricité du Soleil à la Terre, & l'obliquité du Zodiaque par rapport à l'Equateur, produisoient l'inégalité des jours vrais ou apparens, & une différente inégalité, selon que ces deux causes se compliquoient différemment. Cela étant entendu, l'Apogée du Soleil qui est le plus haut

point de son excentricité a un mouvement dans le Zodiaque, & par conséquent lorsque l'Apogée du Soleil est dans un Signe ou dans un degré du Zodiaque, qui par son obliquité répond à un plus grand arc de l'Equateur, ou, ce qui est la même chose, est parcouru en plus de temps, le mouvement du Soleil devient plus lent par une double cause, & parce qu'il est dans son Apogée, & parce qu'il est dans un certain lieu du Zodiaque. C'est tout le contraire si les deux causes opposées de vitesse conspirent ensemble, & il se forme quelque chose de moyen si elles se combattent. La durée de l'année vraie ou apparente doit donc varier, & quoique le mouvement de l'Apogée du Soleil, absolument inconnu aux Anciens, soit si lent qu'il n'est que d'une minute en un an, l'exactitude moderne ne laisse pas d'en tenir compte, & l'on établit à cet égard une année vraie ou apparente, qui varie, & une moyenne qui ne varie point. Or l'année que M. Cassini trouve de 365 jours  $5^h 49' 5''$ , est l'apparente, & en cherchant de même la moyenne par les deux observations de l'Equinoxe éloignées de 1848 ans, il la trouve de 365 jours  $5^h 49' 12''$ , & c'est précisément l'année Gregorienne, qui par conséquent a été réglée avec une étonnante justesse.

## NOUVELLE METHODE

### DE PRENDRE LES HAUTEURS EN MER

#### AVEC UNE MONTRE ORDINAIRE.

Lorsqu'on est sous l'Equateur, ou dans la Sphere droite, deux Etoiles Fixes qui ont la même *ascension droite*, c'est-à-dire, qui sont à la même distance du premier degré d'Aries, ou, si l'on veut, qui sont posées sur le même Meridien, se lèvent en même temps, ou si elles ne sont pas sur le même Meridien, la différence qui est

entre les temps où elles se levent, n'est précisément que leur difference d'ascension droite. Cela vient de ce que dans la Sphere droite l'Horison est un Meridien, & si l'on suppose que la Sphere tourne, tous les Meridiens deviennent Horison l'un après l'autre, & par conséquent tout ce qui appartient au même Meridien, est à l'Horison en même temps.

Mais dans la Sphere oblique, ou l'Horison coupe tous les Meridiens, & ne se confond jamais avec aucun, les differens points d'un même Meridien qui peuvent monter sur l'Horison, & descendre au dessous, ne montent que les uns après les autres, d'où il suit que deux Etoiles posées sur le même Meridien, ou qui ont la même ascension droite, ne se levent pas en même temps, comme elles auroient fait dans la Sphere droite. Plus la Sphere est oblique, plus la difference de leur lever est grande, & cela suit une certaine proportion qui se peut déterminer par la Trigonometrie Spherique. Si les deux Etoiles n'ont pas la même ascension droite, leur lever auroit été different dans la Sphere droite, mais il l'est encore plus dans la Sphere oblique, & l'on peut déterminer aussi par la Trigonometrie Spherique de combien il l'est davantage, pour chaque obliquité differente de la Sphere.

Il est aisé de voir sans Figures & sans calcul, que dans la même Sphere oblique, la difference du lever de deux Etoiles posées sur le même Meridien est d'autant plus grande qu'elles sont plus éloignées l'une de l'autre, ou, ce qui revient au même, que la somme de leurs déclinaisons, ou distances de l'Equateur est plus grande, si elles sont l'une d'un côté de l'Equateur, l'autre de l'autre, ou que la difference de ces déclinaisons est plus grande, si elles sont du même côté.

Comme l'on a par les Tables Celestes les ascensions droites & les déclinaisons de toutes les Fixes, on peut donc après avoir observé la difference de temps entre le lever de deux Fixes, démêler dans cette difference

ce.

ce qui vient de leur différente position d'avec ce qui appartient à l'obliquité de la Sphere, c'est-à-dire, trouver la hauteur du Pole du lieu de l'observation. Et parce qu'on ne peut avoir trop de manieres de trouver sur Mer la hauteur du Pole, qu'il est si important de connoître, cette methode inventée par M. Parent y peut être d'usage, & même d'un usage commode, car il ne faut point d'autre observation que celle du lever de deux différentes étoiles. On aura la difference du temps par une Montre ordinaire, qui n'a pas besoin d'être excellente, puisqu'en 3 ou 4 heures tout au plus qui seront entre le lever des deux Étoiles, elle ne peut s'écarter sensiblement.

La difficulté qui se presente d'abord à la pratique de cette methode sur Mer, c'est que le Vaisseau n'est pas immobile, & qu'il aura changé du lieu entre les deux Observations. A cela M. Parent répond que si entre ces deux observations qui seront ordinairement peu éloignées, le Vaisseau a fait peu de chemin soit en longitude, soit en latitude, on peut le negliger sans une erreur sensible; s'il a fait un chemin considerable, il le faut estimer à la maniere ordinaire, & ensuite M. Parent donne un moyen facile d'en tenir conte; & enfin si l'on veut avoir l'operation dans une entiere exactitude, on peut *empanner* le Vaisseau, c'est-à-dire, disposer les Voiles de maniere qu'il n'avance point.

## SUR UNE CONJONCTION

### DE JUPITER ET DE SATURNE.

**I**L étoit arrivé au mois d'Octobre 1720 une Conjonction de Jupiter & de Saturne, & M. Cassini communiqua à l'Academie ses reflexions sur ce Phenomene. Au commencement d'Octobre il avoit observé Jupiter opposé au Soleil, tout proche du point où l'excentrique

1703.

M

de Jupiter est le moins élevé, ce qu'on appelle *Perihelie*, quand on rapporte les mouvemens des Planetes au Soleil, & *Perigée*, quand on les rapporte à la Terre. L'opposition de Jupiter & du Soleil arriva à  $10^{\circ} 30'$  d'Aries, & là Jupiter étoit presque à son *Perihelie*, circonstance remarquable pour les Astronomes. Saturne avoit été opposé au Soleil trois jours auparavant, mais il étoit de plus de trois Signes éloigné de son *Perihelie*, c'est-à-dire, environ à une distance égale de l'*Aphelie*, & du *Perihelie*.

Supposé, selon les Aciens, que la revolution de Saturne se fasse précisément en 30 ans, & celle de Jupiter en 12, & que tous deux partent du même point du Zodiaque, la difference entre 12 degrés parcourus en un an par Saturne, & 30 parcourus par Jupiter, étant de 18 degrés, Jupiter s'éloigne de Saturne en un an de ces 18 degrés. 18 degrés font la dixième partie de 180 degrés, qui font la moitié du Cercle. Jupiter se trouve donc au bout de 10 ans opposé à Saturne, & en 10 autres années il le rejoint, & par conséquent les conjonctions de Jupiter & de Saturne se font de 20 ans en 20 ans. Mais en 20 ans Saturne a parcouru les deux tiers du Zodiaque qui font 8 Signes. Donc la conjonction de Jupiter & de Saturne se fait au 8<sup>e</sup> Signe, à conter du point du Zodiaque d'où ils sont d'abord partis ensemble. En 60 ans, Saturne fait deux revolutions par le Zodiaque, pendant lesquelles il se joint 3 fois à Jupiter, de sorte qu'à la troisième conjonction ils se retrouvent tous deux au même point d'où ils étoient partis ensemble 60 années auparavant.

En mettant au lieu de 12 ans & de 30 ans, les nombres plus précis qui expriment les revolutions de ces deux Planetes, on fera le même raisonnement, & le calcul en sera seulement un peu plus long, & plus penible.

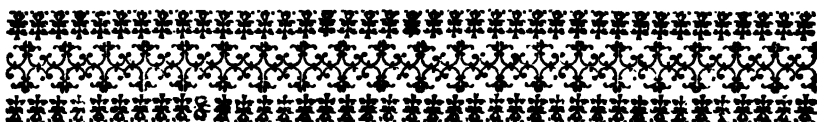
## SUR LE CALENDRIER.

**M**onsieur Cassini qui étoit en quelque sorte associé par la Congregation du Calendrier au travail qu'elle avoit entrepris, dressa quelques Tables sur ce sujet, & les envoya à Rome, une entre autres où les Quatorzièmes Paschales étoient distribuées dans le Cycle de 19 ans, selon l'intention du Concile de Nicée, & pour le Siècle où il avoit été tenu, & pour le suivant, avec des citations des S. S. Peres & des Auteurs Ecclesiastiques de ces deux Siècles, par lesquelles il paroissoit que les Quatorzièmes Paschales avoient été observées aux jours qu'elles étoient marquées dans la Table. M. Cassini avoit voulu par là répondre à quelques personnes qui prétendoient que les Quatorzièmes Paschales ordonnées de cette maniere n'étoient point conformes à l'usage de l'Eglise. M. le Cardinal Noris Préfet de la Congregation, appuya encore de plusieurs autorités des Peres, & de quelques anciens Monumens la Table de M. Cassini, & la fit imprimer.

\* V. l'Hist.  
de 1701. p.  
107.

**N**ous ne parlerons ici ni d'un grand nombre d'Observations des Taches,\* qui parurent cette année dans le Soleil, ni d'une Eclipsé Solaire du 8 Decembre\*. C'est aux Memoires que ces matieres appartiennent uniquement, selon le plan de cette histoire. Elle ne contient rien de difficile à entendre, ni qui donne de nouvelles vûes pour des Systèmes.

V. les M.  
p. 15. 16.  
109. 110.  
114. 116.  
119. 120.  
123. 124.  
129.  
\* V. les M.  
pag. 283. &  
285.



## HYDROGRAPHIE.

*SUR LES CARTES REDUITES.*

V. les M.  
p. 95. & 97.  
\* p. 86 &  
suiv.

**O**N a expliqué dans l'Histoire de 1702 \* ce que c'est que les Cartes Reduites, quelle en est l'utilité, & pourquoi les Meridiens, quoiqu'ils concourent tous au Pole, y sont marqués parallèles, & les degrés de latitude croissans, quoique réellement égaux.

M. de Lagni qui travaille à perfectionner la Theorie Geometrique de la Navigation, pour en rendre la pratique plus sûre, avoit déjà, comme on l'a vû dans l'Hist. de 1702, proposé quelques difficultés sur les Cartes Reduites, ou quelques moyens de les rendre meilleures, mais ce n'étoient là que les idées les moins importantes qu'il eût sur cette matiere, & maintenant il vient à la traiter plus à fond.

Il est démontré que dans les Cartes Reduites, les degrés de latitude doivent croître selon la proportion des Secantes des Arcs, ou des Angles des latitudes. Ainsi le 4<sup>e</sup> degré de latitude, par exemple, doit être plus grand que le premier en même raison que la Secante d'un arc de 4 degrés est plus grande que celle d'un arc d'un degré.

\* p. 64.

D'ailleurs on a vû ci-dessus \* que M. de Lagni a une Methode par laquelle ayant la Secante d'un arc quelconque, il trouve tout d'un coup la Secante de tous les autres arcs, qui seront à ce premier, comme 2, 3, 4, 5, &c. selon la suite des nombres naturels.

Il faut pour une Carte Reduite, que le Quart de cer-

cle qui comprend toutes les latitudes depuis l'Équateur jusqu'au Pole soit divisé en parties égales, c'est-à-dire, par exemple, ou de deux degrés en deux degrés, ou de degré en degré, ou de 10 minutes en 10 minutes; cette division est entièrement arbitraire, & à chaque point qu'elle détermine, on rend les latitudes croissantes selon la proportion marquée. On dit que les Cartes sont réduites *au grand point*, ou *au petit point*, suivant que cette division a été faite en un plus grand, ou un plus petit nombre de parties.

Il n'y a donc qu'à fixer un premier arc de latitude tel qu'on voudra, un degré, par exemple. Aussi-tôt la Trigonometrie ordinaire donne sa Tangente & sa Secante, par le rapport qu'elles ont au Rayon du Cercle ou Sinus Total. La Secante de ce premier degré trouvée, les Secantes de deux degrés, de trois degrés &c. viennent toutes par la methode de M. de Lagni, & ce sont des valeurs dans lesquelles il n'entre que le Sinus total, la Tangente & la Secante du premier degré, mais toujours d'autant plus multipliées, que les degrés s'éloignent plus du premier, ou, ce qui est la même chose, les nombres multiplicateurs & *coëfficiens* croissent toujours selon une certaine progression.

Sur cela, M. de Lagni fait cette reflexion, & la démontre, que si la division de la Carte est faite de degré en degré, la Secante du dixième degré de latitude, par exemple, a une certaine valeur, non seulement parce qu'elle est la Secante du dixième degré, mais encore parce qu'elle est la dixième Secante; de sorte que si la Carte avoit été divisée de deux degrés en deux degrés, cette même Secante qui appartenant toujours au dixième degré, n'auroit été que la cinquième Secante, auroit eu une autre valeur, un peu différente de la première. Cela vient uniquement de ce que quelques nombres multiplicateurs sont d'autant plus grands, ou plus petits, qu'ils appartiennent à un terme de la progression plus ou moins éloigné du premier, selon qu'elle a été divisée arbitrai-



rement en un plus grand ou un moindre nombre de termes.

Les Secantes des mêmes arcs de latitude sont d'autant plus grandes , que les Cartes ont été faites à un plus grand point , & leur accroissement n'est nullement proportionnel à l'augmentation du *point*. Ainsi différentes Cartes faites à différents points n'ont rien de commun , puisque leurs latitudes croissantes croissent selon differens rapports , & de plus il n'y en a aucune qui ait rien de certain ni de Geometrique , puisqu'étant faite à un autre point , elle eût eu d'autres proportions.

Comme l'inconvenient consiste en ce que chaque Secante est ou la premiere , ou la seconde , ou la troisieme &c , de la progression , & en porte necessairement le caractere , M. de Lagni a fait reflexion que le remede seroit de rendre chaque Secante la dernière d'une somme infinie , & c'est ce qui ne se peut que par le moyen d'une Courbe.

Une Courbe quelconque étant donnée , on divise son axe en telles parties égales que l'on veut , & la premiere Ordonnée tirée sur le premier point de division , est la dernière d'une somme infinie d'Ordonnées que l'on conçoit depuis l'origine de la Courbe ; la seconde Ordonnée est la dernière d'une autre somme infinie egale , ou la dernière de deux sommes infinies &c , cela vient de ce que sur une partie de l'axe finie quelle qu'elle soit , on peut toujours concevoir une infinité d'Ordonnées. Aussi de quelque maniere que l'axe soit divisé en parties égales , toutes les Ordonnées tirées par les points de division ont toujours entre elles les mêmes rapports.

Si l'on avoit donc une Courbe dont les Ordonnées exprimassent les Secantes d'un quart de Cercle , on les trouveroit par-tout avec le même rapport , de quelque maniere que l'axe de la Courbe fût divisé , c'est à-dire , à quelque point que la Carte reduite fût construite. Mais , ce qui revient au même , au lieu d'avoir les Secantes par les Ordonnées d'une Courbe , M. de Lagni les

trouve par le rapport d'un espace où il entre une Courbe à un espace entierement rectiligne.

Ce n'est point une simple délicatesse de Geometrie que ce que M. de Lagni ajoute ici à l'invention des Cartes Reduites, dont Snellius a été le premier auteur. Il s'agit de trouver à chaque moment par le moyen de ces Cartes le lieu où est le Vaisseau, & l'on voit assés qu'il n'est pas d'une mediocre importance pour les Navigateurs, de le trouver plus ou moins exactement. Deux Cartes reduites anciennes donneroient pour le même moment deux differens lieux, lorsqu'elles seroient construites à different point.



## M E C H A N I Q U E.

### *S U R   L E S   S O U P A P E S.*

**M**onsieur Amontons ayant construit une Pompe refoulante, fut étonné de voir que les Soupapes qui étoient de fonte, parfaitement bien faites, & bien dressées sur leurs Coquilles, cessoient quelquefois de jouer, & s'arrêtoient tout à coup. Il crut que quelque sediment visqueux tenoit ces Soupapes ainsi collées, mais il ne trouva rien de pareil après avoir fait démonter les Pompes, & plusieurs fois. La merveille de cet effet consistoit en ce que le Piston étant levé, il se formoit un vuide entre le Piston & la Soupape, que par consequent cette Soupape étoit poussée de bas en haut par l'eau qui elle-même étoit poussée par le poids de toute l'Atmosphère, que le corps de Pompe étant plongé de plus de 6 pieds dans l'eau, c'étoit encore le poids de

6 pieds d'eau qui pouffoit la Soupape , égal environ à la cinquième partie du poids de l'Atmosphère , & que cependant cette Soupape destinée à s'ouvrir par cette impulsion , ne s'ouvroit point. Quelle force pouvoit l'en empêcher ?

Cet effet peut être comparé à l'expérience si connue de deux surfaces bien polies & mouillées , appliquées l'une contre l'autre , qui ne peuvent être séparées que par l'action d'un grand poids , car les surfaces des Soupapes sont appliquées de même le plus exactement qu'il est possible à celles de leurs Coquilles , & les unes & les autres sont nécessairement mouillées. Mais il paroît d'abord une différence essentielle , c'est que dans l'expérience commune , on peut attribuer l'union des deux surfaces , ou la difficulté de les séparer , à la pression de l'air , parce que n'y ayant point d'air entre deux , toute l'Atmosphère résiste à leur séparation ; au contraire dans le fait des Soupapes , c'est l'Atmosphère toute entière , & même une force encore plus grande qui tend à les séparer de leurs Coquilles.

Il reste donc que toute la force de l'union des Soupapes & des Coquilles consiste dans l'eau qui les mouille ; il faut que les parties d'eau qui sont entrées dans les pores de l'un des corps , s'accrochent puissamment à l'autre , qu'il n'y en ait aucune qui ne tienne par ses deux extrémités aux deux corps , car des parties d'eau libres & coulantes empêcheroient l'union ; qu'elles s'accrochent d'autant plus puissamment , que les deux surfaces sont plus polies , mieux travaillées , & excluent plus parfaitement l'air , que la multitude des particules d'eau accrochées contribue à la grandeur de l'effet , & qu'enfin la difficulté ou de les détacher , ou de les étendre , produise celle d'ouvrir les Soupapes.

Il est certain que pour détacher du Cuivre les parties d'eau qui le mouillent , il faut un effort assez considérable , & que ce n'est guere que par l'évaporation , ou par un frottement violent & à plusieurs reprises qu'on en vient

vient entierement à bout. Quant à ce qui est d'étendre des parties d'eau, ni M. Amontons, ni tous les autres qui en ont voulu faire l'experience, n'ont pû s'assurer que l'eau fût capable d'extension. Ainsi l'on peut croire que tout se reduit à la difficulté de détacher les parties d'eau. Il est plus que vrai semblable qu'elles ne s'accrochent pas avec la même force à toutes sortes de corps.

Il suit de l'observation & du raisonnement de M. Amontons, que dans l'experience des deux surfaces motillées & appliquées exactement l'une contre l'autre à l'air libre, ce n'est pas la seule pression de l'Atmosphere qui fait leur union, mais que les parties d'eau qui les motillent y ont plus ou moins de part, selon qu'elles sont plus ou moins fortement accrochées aux différentes surfaces des corps, & c'est-là une cause à laquelle on ne pensoit guere dans l'explication de ce Phenomene, quoi-qu'elle fût du moins aussi importante & aussi efficace que celle qui étoit d'abord découverte, & qu'elle pût agir seule, ou même combatuë par l'autre.

M. Amontons auroit bien souhaité de comparer la force de l'union produite par les parties d'eau, à celle qui est produite par la pression de l'Atmosphere. Le moyen étoit d'enfoncer toujours de plus en plus la Pompe dans l'eau, jusqu'à ce qu'enfin les Soupapes s'ouvrirent sans difficulté, car on auroit vû par-là quel poids précisément il-falloit ajoûter à celui de l'Atmosphere pour vaincre toute la resistance causée par l'accrochement des parties d'eau, mais cela ne se put pratiquer à cause des circonstances particulieres du lieu.

Ces observations sur l'adhérence mutuelle des Corps, & sur les forces qui la produisent, pourront servir un jour à découvrir la cause generale de la Dureté, ce qui n'est pas une des moindres questions de la Physique, mais en attendant une Theorie si élevée, M. Amontons tira de son experience une utilité de pratique. Il changea les Soupapes de fonte en des Clapets de cuir, après quoi les Pompes jouèrent parfaitement bien, parce que le cuir

n'étant pas à beaucoup près si solide que la fonte, l'eau ne s'y accrocha pas de la même manière. L'inconvénient des Soupapes venoit de ce qu'elles étoient trop bien faites, trop bien polies, trop bien dressées sur leurs Coquilles, & assurément on ne se fût pas douté qu'une trop grande perfection eût dû les rendre inutiles. Pour prévenir cet accident, M. Amontons conseille qu'on leur préfère les Clapets de cuir.

---

## *SUR LE RECVL DES ARMES*

*A F E U.*

**I**L semble que l'Experience, qui est devenuë le seul principe de la Physique moderne, devoit accorder tous les Philosophes, mais on se partage sur l'experience aussi bien que sur le raisonnement. M. Geoffroy ayant rapporté des Transactions Philosophiques, que l'on avoit trouvé dans la Société Royale de Londres, qu'une certaine charge d'arme à feu détournoit la balle de droite à gauche, pendant que le canon en reculant alloit de gauche à droite, ce fait, quoi qu'absolument possible, parut fort douteux, & l'on voulut s'en assurer avant que d'en chercher des raisons ingénieuses, qu'on auroit eu peut être le malheur de trouver.

M. Cassini le fils se chargea de l'experience, & il fit faire une Machine la plus semblable qu'il put à celle d'Angleterre. C'étoit un triangle isoscele de bois, sur lequel étoit placé & arrêté bien ferme un fusil de 3 pieds 8 pouces à peu près, dont la culasse posoit sur le milieu de la base du Triangle, & le bout sur le sommet. Il faut supposer, sans entrer dans une description plus exacte, que la Machine étoit soutenue à ses trois angles sur trois petits pivots qui l'empêchoient de froter à terre, qu'on la pouvoit rendre fixe & inébranlable par des vis qui

entroient dans les pivots, & qu'aussi en ôtant les vis de l'angle du sommet & d'un des angles de la base, elle pouvoit tourner sur le pivot du troisième angle, comme sur un centre, & qu'elle tournoit très-facilement, parce qu'il y avoit des roulettes aux deux angles que l'on vouloit qui pussent être mobiles.

Cela fait, M. Cassini le fils arrêtoit la Machine, chargeoit son fusil, tiroit, remarquoit l'endroit où la balle avoit frappé sur un ais placé à 17 pieds de distance, ensuite il ôtoit les vis de l'angle du sommet, & d'un des angles de la base, rechargeoit le fusil, & tiroit. Il falloit alors que la Machine reculât, puisqu'elle étoit libre, & son recul étoit l'arc de cercle que décrivait l'angle mobile de la base. On remarquoit l'endroit où la balle avoit frappé, la machine étant libre, & on le comparoit à celui du coup *Fixe*.

L'expérience fut répétée un grand nombre de fois, & avec plusieurs charges différentes, tant pour les coups Fixes que pour les autres. Comme la Machine reculoit ou tournoit toujours étant libre, ces coups-là ne frapèrent jamais au même endroit que le coup *Fixe*, mais ils frapèrent toujours tous à droite du coup *Fixe*, par ce que le recul circulaire se faisoit de ce sens-là, & jamais il ne se trouva entre le coup & le recul, la contrariété de direction marquée par l'expérience d'Angleterre.

Un avantage qu'eut celle de M. Cassini, c'est que toutes les fois qu'il remit sa Machine fixe, il fut bien assuré, qu'elle se trouvoit dans la même situation, dans la même direction, & qu'elle n'avoit reçu nul changement des ébranlemens, & des secousses précédentes, car tous les coups Fixes allèrent toujours dans le même trou. Peut-être au contraire dans l'expérience d'Angleterre, le fusil qui n'avoit pas été arrêté assez ferme, s'étoit-il détourné de sa première direction, & cela auroit suffi pour faire que le coup en eût une contraire au recul.

Le recul a toujours été d'autant plus grand, que la charge a été plus forte, mais les coups de la machine li-

bre n'ont pas été éloignés des coups Fixes, à proportion de la grandeur du recul. Au contraire, plus la charge a été forte, & le recul grand, plus l'écart des coups libres a été petit. Cela vient de ce que la bale sortant alors avec plus de vitesse, elle se sent moins de l'impression du recul, qui ne commence à ébranler la Machine, que quand la bale est sur le point de sortir.

## *SUR LA FORCE DES MACHINES* *EN GENERAL.*

**L**A multiplication des Forces par les Machines a quelque chose de trompeur, non pas pour ceux qui savent les principes de la Mécanique, mais pour le commun du monde, à qui les Machinistes peuvent imposer par de magnifiques promesses, & quelquefois pour les Machinistes eux-mêmes, s'ils ont plus d'invention ou de hardiesse que de sçavoir.

L'Académie entend quelquefois parler de quelques Machinistes de ce caractère & de leurs surperbes propositions. Un Homme doit faire autant d'effet que cinquante pour lever un fardeau, & quand on leur objecte que cet homme fera donc, selon les règles de la Mécanique, cinquante fois plus de chemin que le fardeau, & par conséquent emploiera beaucoup de temps, ils ne conviennent pas toujours de cette augmentation nécessaire du chemin & du temps, ils vont même quelquefois jusqu'à prétendre que les Règles de la Mécanique sont des inventions humaines qui n'assujétissent pas la nature, & qu'il en faut croire l'expérience plutôt que les Livres,

Cela donna occasion à M. Amontons de rappeler dans un Ecrit qu'il lut à l'Académie les premiers principes de la Mécanique, & de les exposer dans toute leur

étenduë par rapport à l'usage des Machines. Nous en donnerons ici la Metaphysique , qui n'est pas moins démonstrative que la Geometrie , & qui peut être plus intelligible.

Quelle que soit la cause de la résistance des Corps au mouvement , du moins de ceux sur lesquels nous pouvons agir , il est certain qu'ils y apportent une certaine résistance , & qu'elle est d'autant plus grande , qu'ils sont plus grands , ou qu'ils ont plus de masse. Et comme un mouvement plus vite est un plus grand mouvement , cette résistance est aussi proportionnée à la vitesse dont on veut les mouvoir. Par conséquent lorsqu'un corps est mû , la force qui le meut est d'autant plus grande qu'il a plus de masse & plus de vitesse ; de sorte que la force ou la *quantité de mouvement* d'un corps est un produit de sa masse par sa vitesse.

De ces deux choses , l'une est fixe , & toujours la même dans tous les mouvemens qu'on peut donner à un corps , c'est sa masse ; l'autre qui est sa vitesse , est variable à l'infini dans les differens mouvemens qu'on lui peut donner , & il n'y a point de corps , quelque petit qu'il soit , qui ne puisse aller à tel degré de quantité de mouvement ou de force qu'on voudra , pourvû qu'on lui donne une vitesse suffisante.

Non seulement la même cause , qui produit la résistance des corps au mouvement , produit une plus grande résistance à un plus grand mouvement , mais elle ne produit une plus grande résistance à un plus grand mouvement , que parce qu'elle produit la résistance au mouvement. Donc ces deux effets ne sont que le même ; donc la résistance d'un grand corps à un petit mouvement , est la même que celle d'un petit corps à un grand mouvement , pourvû que les masses & les vitesses soient proportionnées , & que la plus grande vitesse appartienne à la moindre masse. Donc les forces nécessaires pour surmonter ces résistances sont égales , & pareillement les quantités de mouvement de deux corps mûs dans ces conditions.



Delà il suit que la même force ou quantité de mouvement en general peut être formée d'une infinité de manieres différentes, & toutes équivalentes, car pourvu que le produit de la masse & de la vitesse demeure le même, ces deux grandeurs peuvent varier entre elles à l'infini. Mais s'il s'agit d'un corps déterminé auquel on vuelle donner une certaine quantité de mouvement, on n'y scauroit parvenir qu'en augmentant sa vitesse, puisqu'il ne peut changer sa masse.

Nulle force ne peut être en équilibre qu'avec une force égale, ni être surmontée que par une force supérieure. Ainsi tout l'art de la Mechanique ne rend jamais une petite force égale ou supérieure à une plus grande, & toutes les fois qu'il paroît qu'une petite force est en équilibre avec une plus grande, 25 livres, par exemple, avec 100, c'est une espece d'illusion qui se fait aux yeux, l'équilibre n'est point entre 100 livres & 25, mais entre 100 livres & 25, mûes ou disposées necessairement à se mouvoir 4 fois plus vite que les 100. Si l'on ne compare que les deux grandeurs fixes & immuables, 100 livres & 25, les 25 semblent être multipliées & élevées au dessus d'elles-mêmes, & c'est là ce qui fait le faux merveilleux de la Mechanique, mais il est dissipé par les 4 degrés de vitesse qu'il a fallu donner aux 25 livres, & qui font une force réelle & veritable, quoique moins sensible.

Une force de 10 livres mûe 10 fois plus vite que les 100 livres, les auroit égalées de la même maniere, & il en va de même de tous les produits possibles égaux à 100; mais enfin il faut toujours trouver 100 livres de force, de quelque façon qu'on les prenne, ou sur la grandeur fixe ou sur la grandeur variable; c'est là une loi inviolable prescrite par la nature, qui n'a laissé à l'art que le choix des différentes combinaisons qui peuvent faire le même produit de force.

Une petite puissance ne pouvant donc mouvoir un grand poids, si elle ne fait beaucoup de chemin dans le même temps que le poids en fera peu, il arrive de là deux

inconveniens insurmontables , & que la puissance , par exemple , un Homme , est obligé à faire un grand mouvement , soit des bras , soit des pieds , pendant un long-temps , & que pendant ce long-temps le poids , dont l'elevation est l'objet de toute la Machine , est peu élevé.

Il suit delà que le temps necessaire à la Puissance pour faire un certain chemin , regle le temps pendant lequel le poids sera élevé ou mù. Par exemple , si un homme ayant une force de 25 livres eleve un poids de 100 , ce poids ne peut être élevé d'un pied , que dans le temps que l'homme en pourra parcourir 4 , & par consequent c'est de l'homme , ou en general de la puissance que le temps de l'elevation du poids prend la loi.

La plupart des Machinistes eblouis , ou voulant éblotir par une multiplication apparente de forces , ou ne font pas assez d'attention au temps qu'il leur en coûtera necessairement , ou ne savent pas le calculer avec assez d'exactitude , & ce point si essentiel n'étant point éclairci , les Machines sont toujours merveilleuses jusqu'à l'effet. Il est vrai qu'il n'est pas aisé de déterminer précisément quelle sera la vitesse ou des Hommes ou des Chevaux , qui sont les Puissances qu'on employe le plus ordinairement , & c'est par cette raison que M. Amontrons , après avoir éprouvé avec soin leurs vitesses en différentes actions , a donné à l'Academie les resultats suivans de ses experiences , qui fourniront des principes sûrs & commodes pour le calcul de la plupart des Machines qu'on pourra imaginer , & même de plusieurs travaux qui se font sans Machines.

- |                                                                                               |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| 1. Experience. Deux Porte-Chaises chargés ,<br>allant leur train ordinaire , ont fait en 80". |         |
| 2. Un Portefaix chargé , en 139".                                                             |         |
| 3. Un homme de pied allant le pas , en 120".                                                  | 70      |
| 4. Un homme de pied courant de toute sa<br>force , en 25".                                    | Toises. |
| 5. Un Tireur de Chaise roulante chargée<br>en 6".                                             |         |

6. Un Cheval tirant sur le pavé une Charette chargée d'environ 1500 livres, en 112".

7. Deux Chevaux qui tiroient au train ordinaire un Carosse roulant sur le pavé, en 62".

8. Deux autres Chevaux qui tiroient au trot, un Carosse roulant aussi sur le pavé, en 45".

70

Toises.

9. Un Cheval de selle, chargé de son homme, allant le pas ordinaire, en 80".

10. Un autre Cheval de selle, aussi chargé de son homme, allant le grand pas, en 50".

11. Des Horteurs portoient par jour chacun 22 hottées de terre, pesant chacune 30 livres à 370 toises de distance, ils revenoient à vuide, & c'étoit certainement tout ce qu'ils pouvoient faire, car ils étoient à leur tâche.

12. Un homme a élevé un poids de 25 livres avec une Corde passant sur une Poulie, à la hauteur de 220 pieds, en 145".

13. Un homme du poids de 133 livres, a monté à la hauteur de 10 toises 2 pieds dans un Escalier en 34", & étoit entièrement hors d'haleine, & hors d'état de continuer.

14. Deux Chevaux attelés à une Charruë dans une terre ni trop aisée ni trop difficile, faisoient chacun un effort de 150 livres.

15. Un Scieur de bois a donné 200 coups de Scie, & autant de relevée en 145"; à chaque coup sa main faisoit un chemin de 18 pouces, avec un effort de 25 livres, il étoit déjà fort éssoufflé & n'auroit pû continuer plus de 3' sans reprendre haleine.

On voit par-là dans quelles limites de temps sont renfermées un grand nombre d'actions communes, & quand on en voudra employer d'autres, il sera aisé d'en faire de même une expérience fondamentale, qui reglera tout le calcul du temps.

Quand on sçaura le temps que demandera nécessairement

ment.

ment une certaine Puissance pour mouvoir un certain poids, peut-être trouvera-t-on que la lenteur en seroit si grande, qu'il vaudra mieux augmenter la puissance, & renoncer à l'avantage trompeur ou dangereux de n'en employer qu'une fort petite.

Tout l'art de la Mechanique en general consiste donc, non à multiplier les forces, mais, selon l'expression de M. Amontons qui paroît plus propre, à les *modifier*, & à les employer contre d'autres forces égales, de la maniere qui convient le mieux au dessein. La difficulté de bien choisir entre les différentes manieres, est quelquefois assez grande pour exercer les meilleurs esprits.

En particulier, il y a une infinité d'attentions à faire sur l'application la plus avantageuse de la force motrice, ou, ce qui est la même chose, sur la plus forte direction, sur les moyens d'empêcher que cette direction ne change dans les actions qui doivent être égales, ou de faire que si elle change, elle soit récompensée d'ailleurs, sur les frottemens, qui se mettent tous du parti du poids contre la Puissance, & qu'il faut par consequent éviter & diminuer, autant qu'il est possible, sur la situation des Centres de gravité ou de percussion &c. Ainsi lorsqu'une Machine remplit bien son dessein, il n'est pas besoin de la vanter par une fausse multiplication de forces, pour pouvoir assurer que c'est un des beaux ouvrages de l'Esprit humain.

## SUR LES FROTEMENTS.

**L**A nouvelle découverte de M. Amontons sur les Frottemens, \* toujours proportionnés, selon lui, à la pression, & à la vitesse, & jamais aux surfaces, étoit assez importante pour n'être pas reçûe sans un grand examen.

\* V. l'HIST.  
de 1699. P.  
104.

Il y a des cas qui semblent prouver évidemment le contraire. Si par exemple, deux Puissances égales sont appliquées aux extremités d'une corde, qui vers son mi-

lieu soit roulée autour d'un Cilindre, & qu'elles tirent l'une contre l'autre, il est certain que l'une, en cas qu'elle reçoive une augmentation & devienne supérieure, ne pourra faire venir l'autre à elle, qu'en faisant mouvoir la corde sur le Cilindre & en surmontant son Frottement, & il est certain de plus qu'elle aura besoin d'une augmentation d'autant plus grande, que la corde fera plus de tours autour du cilindre. Or pourquoi un plus grand nombre de tours de la corde autour du cilindre, rend-il le mouvement plus difficile, si ce n'est parce que le frottement de la corde se fait sur une plus grande quantité de parties du cilindre, ou sur une plus grande surface? Car du reste, quelque nombre de tours que fasse la corde, la pression causée par les deux puissances est toujours la même.

M. Amontons répond à cela, que c'est toujours la pression qui rend le mouvement plus difficile, & qu'elle est d'autant plus grande, que le nombre des tours de la corde est plus grand, parce qu'il faut conter la même puissance pour appliquée autant de fois au cilindre, que la corde y fait de tours. Ainsi la puissance appliquée par une corde qui fait deux tours, trois tours, &c. devient double, triple d'elle-même. Mais comme cette multiplication d'une même puissance pourroit paroître peu réelle, & trouvée pour le besoin, M. Amontons la prouve à peu près de cette manière.

Que le cilindre soit coupé selon son axe en deux moitiés égales, que l'une soit suspendue & immobile, que l'autre soit mobile & placée plus bas, & qu'elle porte un poids qui y soit attaché, qu'une corde tourne autour des deux, tel nombre de fois qu'on voudra, & qu'une puissance y soit appliquée, de sorte qu'elle tende à faire monter le demi-cilindre inférieur, chargé de son poids, on voit que la puissance est dans le même cas, que si elle tendoit à faire monter le poids à l'aide d'une Moufle, ou Poulie redoublée, & que par conséquent, s'il y a équilibre, elle est au poids, selon les principes de la Stati-

que, comme l'unité est au nombre des demi-tours que fait la corde autour du cylindre, car l'unité est à ce nombre comme le chemin que feroit le poids au chemin que feroit la puissance, en cas que l'équilibre cessât. Donc tout l'effort, toute l'action de la puissance consiste en cette puissance multipliée par le nombre des demi-tours de la corde.

Maintenant, que l'on suppose le demi-cylindre inférieur monté par l'action de la puissance, la surface plane appliquée contre celle du demi-cylindre supérieur, & le poids ôté, qui auroit rendu à les séparer, tout le reste demeurant le même, il paroît clair que la puissance ne fait plus que presser l'un contre l'autre ces deux demi-cylindres, que son action ou son effort sont précisément les mêmes qu'auparavant, & que par conséquent ils consistent toujours dans le produit de cette puissance par le nombre des demi-tours de la corde. Donc indépendamment de ce qu'une plus grande surface des deux demi-cylindres est entourée de la corde & frotte avec elle, la pression de la même puissance est plus grande par la multiplication des tours de la corde.

La pression seule faisant par elle-même, selon M. Amontons, toute la résistance du frottement, la vitesse plus ou moins grande que l'on donne aux corps qui frottent, est une circonstance qui augmente ou diminue l'effet de la pression, c'est-à-dire, la difficulté du mouvement. Il faut donc observer dans les Machines de les disposer de sorte, que les parties qui froteront aient la moindre vitesse qu'il se puisse. De là M. Amontons conclut que toutes les fois qu'une Rouë tourne sur un axe, il faut faire le diamètre de l'axe le plus petit qu'il soit possible par rapport à celui de la rouë; car les deux surfaces de la rouë & de l'axe qui frottent nécessairement en auront moins de vitesse, puisque la vitesse d'un mouvement circulaire va toujours en diminuant de la circonférence vers le centre. Par une raison semblable, quand on fait des Rouës à dents, il en faut faire les dents les plus pe-

tites qu'il se puisse & les moins épaisses. Une dent engrenée frote par une de ses surfaces contre une étendue égale à la surface qui frote, & il faut qu'elle se dégage dans un certain temps, en parcourant un espace égal à cette même surface. Donc plus la surface est petite, moins il y a d'espace à parcourir; & il faut remarquer ici que la petitesse de la surface diminue la résistance du Frottement, non parce que c'est une moindre surface qui frote, mais parce que c'est un moindre espace parcouru.

Encore une observation de M. Amontons sur les Machines par rapport au Frottement, c'est qu'il faut éviter avec beaucoup de soin que la ligne selon laquelle agit la force mouvante, ne soit pas la même que celle de la pression; & la raison en est toute naturelle, car la force mouvante uniroit son action à celle de la pression qui lui est toujours contraire. Il faut que cette force agisse, autant qu'il est possible, par la même ligne, selon laquelle les corps qui frotent doivent se mouvoir.

Malgré toutes ces preuves & ces remarques de M. Amontons, qui avoient mis son Système des Frottemens dans un assez beau jour, nous sommes obligés d'avouer ici au Public que l'Academie n'en fut point pleinement persuadée. Elle convenoit bien que la pression étoit à considérer dans les Frottemens, & souvent seule à considérer, mais elle n'en pouvoit absolument exclure, comme M. Amontons, la considération des surfaces. Il représentoit ce grand nombre d'experiences qu'il avoit faites où les surfaces n'entroient pour rien, mais les experiences ont une certaine étendue, un plus ou un moins insensible, & qui peut l'être quelquefois dans des rencontres où il auroit fait la décision de la question. Ainsi l'on voulut pousser cette matiere jusqu'à la Metaphysique, & aller chercher dans les premieres notions ce qu'il en falloit penser.

Que deux corps ayant des surfaces planes soient parfaitement durs & polis, & qu'on ait à les mouvoir l'un sur l'autre, il est clair que la résistance cause par le fro-

tement sera nulle ou infiniment petite ; mais si au lieu de cette hipothese qui n'est point dans la nature , on conçoit deux corps ayant des surfaces raboteuses & inégales , la difficulté de mouvoir l'un des deux sur l'autre ne peut venir que de ce qu'il faut soulever le premier pour dégager ses parties engrenées dans celles du second , ou de ce qu'il faut briser & user les parties de l'un contre celles de l'autre , ou de tous les deux ensemble. Dans le premier cas , la seule difficulté de soulever l'un des deux corps fait celle du mouvement , & par conséquent le frottement ne vient que de la grandeur du poids à soulever , ou , ce qui est la même chose , de sa pression , & la grandeur des surfaces n'y est pour rien. Dans le second cas , la grandeur des surfaces seule feroit tout , s'il étoit possible que ce second cas fût absolument séparé du premier , c'est-à-dire , que l'on usât les parties d'un corps contre celles de l'autre sans soulever l'un des deux , car il est visible qu'un plus grand nombre de parties à briser font une plus grande résistance ; mais parce qu'on n'use point sans soulever ; du moins dans la pratique , la résistance qui vient de la grandeur des surfaces est toujours mêlée dans ce second cas avec celle qui vient de la pression , au lieu que dans le premier , celle qui vient de la pression peut être seule & sans mélange. D'ailleurs , ce qui s'use d'un corps par un frottement est ordinairement très-peu de chose par rapport au grand nombre de fois qu'il aura fallu le soulever dans ce même frottement , & à toutes les petites hauteurs mises ensemble , où il aura fallu le porter. Ainsi outre que la résistance qui vient de la pression peut être seule , outre qu'elle accompagne toujours celle qui vient de la grandeur des surfaces , elle est ordinairement beaucoup plus considérable qu'elle quand elle l'accompagne , & c'est pourquoi dans la plus grande partie des experiences , elle est la seule qui se fasse sentir , & la seule que l'on doit conter. Mais comme il est possible qu'en certains cas la pression soit très legere , & le nombre des parties



à user fort grand , ou ce qu'il en faudroit user fort considerable , il doit alors arriver que le frottement suive sensiblement la proportion des surfaces. Cette espece de Metaphysique que nous venons d'exposer, peut servir à donner une idée des frottemens plus entiere & plus parfaite que celle qu'ont eût tirée uniquement de l'experience. Quand les questions sont de nature à permettre qu'on examine ce qui doit être , on peut avancer que ce qui doit être bien conçu , est aussi sur que ce qui est , & redresse souvent ce qui paroît être.

---

*SUR LA ROUTE QUE TIENNENT  
plusieurs corps liés entre eux par des cordes ,  
& tirés sur un plan horizontal.*

**O**N suppose plusieurs poids tels qu'on voudra , attachés à une même corde , de maniere que les parties de la corde comprises entre ces poids étant tendues , autant qu'elles peuvent l'être , fassent des angles entre elles , tels qu'on voudra aussi. La corde étant tirée par une force quelconque sur un plan horizontal par tout également rude & raboteux , si tous les poids se meuvent ensemble , il est certain qu'ils tiendront des routes différentes des directions qu'ils avoient auparavant entre eux , & qui n'étoient que les parties mêmes de la corde où ils sont attachés. Il s'agit de déterminer quelles seront toutes ces différentes routes , & la force nécessaire pour mouvoir tous ces poids. C'est ce qu'a fait M. Parent par une methode generale qui renferme tous les cas particuliers possibles. Nous en donnerons seulement ici les principes.

Dans l'instant qu'une force qui tire un corps sur un plan horizontal rude est prête à le faire partir , ou , ce qui revient au même selon la Geometrie de l'Infini , dans

l'instant qu'elle lui fait décrire un espace infiniment petit, elle est précisément égale à la résistance que ce corps apporte au mouvement, c'est-à-dire, à son frottement sur le plan rude, car c'est là tout ce qu'il y a à surmonter pour le faire mouvoir. Il ne sera question ici que de la résistance causée par ce frottement, & l'on ne considérera les corps tirés que dans l'instant dans lequel ils sont prêts à partir, ou décrivent déjà des espaces infiniment petits, & par conséquent sont en équilibre avec la force motrice.

Si deux poids attachés à une même corde, sont tirés par une force dont la direction soit dans la même ligne que cette corde, il est bien clair que pourvu que cette force soit égale au frottement des deux poids, elle les mettra tous deux en état de partir, & de se mouvoir selon la ligne de sa direction. Mais, si la direction de la force motrice est oblique à la corde qui lie les deux poids, alors il faut considérer que le *premier* poids, c'est-à-dire, le plus éloigné de la force motrice, résiste au mouvement qu'elle tend à imprimer au *second* qui est le plus proche, & sur lequel on peut concevoir qu'elle agit d'abord, que ce second étant tiré par la force selon sa direction, il est donc en même temps comme retiré en sens contraire par le premier, que la direction du premier à l'égard du second, est la corde même qui les lie, que cette corde étant oblique à la direction de la force motrice, l'action par laquelle le premier poids résiste au mouvement du second, ou le retire, est donc oblique à la direction de la force motrice, & que par conséquent selon la Théorie des mouvemens composés, il faut concevoir cette action du premier poids à l'égard de la force motrice comme composée de deux autres, l'une perpendiculaire à la direction de la force, l'autre parallèle, ou plutôt étant sur la même ligne que la direction de la force prolongée. Ce mouvement composé est la clef de toute cette matiere. Puisqu'une des deux actions *simples* dans lesquelles se résout ou se décompose l'action oblique du premier poids à l'égard du second, n'est que la di-

rection prolongée de la force motrice, le premier poids tire directement en ce sens contre la force, & par conséquent la force ne peut mouvoir le second poids, qu'elle ne soit plus grande que le premier. En ce cas M. Parent retranche de la direction de la force une partie égale à l'action du premier poids, ou ce qui est la même chose, à son frottement, & il reste une ligne qui représente tout l'effort que la force motrice peut faire selon la direction sur le second poids. Mais le premier avoit encore une action simple, c'est celle qui est perpendiculaire à la direction de la Force. Or par cette action, il ne s'oppose nullement au mouvement que la force tend à imprimer au second poids, car elle pourroit en ce sens faire mouvoir le second sans déplacer le premier, c'est-à-dire, que le second tourneroit autour du premier, comme autour d'un centre immobile; & par conséquent il n'y auroit aucun frottement du premier poids à surmonter. Donc la ligne qui représente cette action simple du premier poids demeure en son entier, & enfin la diagonale d'un parallelogramme formé de cette ligne, & de celle qui reste de la direction de la Force, représentera toute l'action de la force sur le second poids modifiée par la résistance du premier, ou, ce qui est la même chose, la route que le second poids doit suivre. Quant au premier, comme il ne traîne point d'autre poids après lui, & que son mouvement n'est modifié par la résistance d'aucun autre, la direction de son mouvement, ou la route qu'il tient, est la même ligne que la corde qui le lie avec le second poids.

La Force motrice fait donc mouvoir les deux poids selon deux direction différentes, le premier, selon la corde qui le lie au second, le second selon la diagonale que nous avons expliquée, & par conséquent cette force peut être représentée par ces deux différentes lignes, & conqué comme égale à leur somme par rapport aux autres actions, ou résistances représentées par d'autres lignes.

La force & les deux poids demeurant les mêmes, si la

la direction de la force est supposée plus oblique à la corde des deux poids, l'action simple ou résistance par laquelle le premier poids retire directement le second contre la force en devient plus grande, & elle peut le devenir à tel point que la force ne sera plus capable de mouvoir le second poids en ce sens, mais seulement de le faire tourner autour du premier qui sera immobile. L'équilibre dépend donc ici, comme à l'ordinaire, de la grandeur & de la direction des poids ou des forces.

Si la force n'étoit pas assez grande pour vaincre le frottement du second poids, elle ne pourroit jamais mouvoir le premier, qui ne peut absolument marcher sans le second.

Maintenant, si au lieu de deux poids, on en suppose trois liés par des cordes qui fassent des angles entre elles, il faudra faire sur le troisième & sur le second, les mêmes raisonnemens que M. Parent a faits sur le second & sur le premier. Le second retirera le troisième en un sens contraire à celui dont la force le tirera, & parce que la direction du second est supposée oblique à celle par laquelle la force tire le troisième, ce troisième décrira une diagonale que l'on trouvera comme on avoit trouvé celle du second, quand il n'y en avoit que deux. Mais il faut remarquer que dans ce cas où il y en a trois, la route ou diagonale du second n'est plus la même qu'elle étoit, & la raison en est que la force ne le tire plus selon la même direction qu'auparavant, puisqu'on suppose qu'elle le tire par une direction oblique à la corde qui lie le second & le troisième. Or il est visible que la direction par laquelle le second poids est tiré ne peut changer, que sa route ne change. Ce changement de la route du second poids, quand il y en a trois, a échappé à un Geometre du premier ordre, qui a examiné ce même cas, & M. Parent croit s'être aperçu le premier de cette légère inadvertance. On est glorieux d'en pouvoir remarquer dans un Auteur d'un si rare mérite. Lui-même pendant qu'il vivoit, avoit consenti que M. Parent la

sist remarquer au Public.

Le cas des trois poids étant bien entendu, un plus grand nombre de poids ne rend l'application des principes qu'un peu plus compliquée & plus pénible. Les routes des corps trouvées, la valeur de la force qui les leur fait décrire vient aussi-tôt, & ce n'est plus qu'un calcul que nous laissons aux Algebristes, & dont il nous suffit d'avoir donné l'esprit.

## SUR LE CENTRE

### DE BALANCEMENT

#### OU D'OSCILLATION.

v. les M.  
p. 72. 272.

**L**A recherche du Centre d'Oscillation ou de Balancement est une des plus subtiles & des plus délicates que puisse entreprendre la Geometrie appliquée à la Mechanique. Après les importantes découvertes de M. Huguens sur cette matiere, il y restoit encore des obscurités, & de l'incertitude, mais M. Bernoulli de Bâle, Academicien Associé, l'a mise enfin dans un si grand & si beau jour, qu'il ne paroît plus permis d'y rien désirer.

Tout le monde sçait qu'un poids suspendu à un fil ou à une verge qu'on suppose sans pesanteur, fait d'autant moins de vibrations en un certain temps déterminé, que ce fil est plus long, ou, ce qui est la même chose, que le poids est plus éloigné du point de suspension. Si à un fil que l'on peut supposer long de 4 pieds, & qui porte un poids à son extremité, on suspend un second poids qui soit deux pieds plus haut, par exemple, que le premier, le second poids hâte les vibrations du premier, plus lentes que les siennes, & le premier retarde les vibrations du second, le fil qui porte ces deux poids de-

vient un *Pendule composé* dont les vibrations ne sont ni aussi lentes, que s'il n'avoit eu que le premier poids, ni aussi promptes que s'il n'avoit eu que le second, mais moyennes entre ces deux différentes durées, & il s'agit de sçavoir quelle seroit la longueur d'un *Pendule simple* ou à un seul poids, dont les vibrations se feroient en même temps que celles du *Pendule composé*. Il est visible que ce *Pendule simple* auroit moins de 4 pieds, & plus de 2, & par conséquent on peut prendre dans le *Pendule composé* entre son 2<sup>d</sup> pied & le 4<sup>e</sup>, une longueur égale à celle du *Pendule simple*, ou, ce qui est précisément la même chose, un point tel que les efforts ou actions différentes des deux poids s'y réunissent pour lui faire faire des vibrations d'une certaine durée moyenne. Or c'est là l'idée générale de Centre \* appli-  
\* V. l'Hist. de 1701. p. 108. & suivantes.  
 quée aux vibrations, & l'on appelle par conséquent ce point *Centre de balancement ou d'oscillation*. Chercher le *Centre d'oscillation* d'un *Pendule composé*, c'est donc toujours chercher la longueur du *Pendule simple* qui feroit ses vibrations en même temps.

Il est visible que plus dans le *Pendule composé*, l'un des poids est proche du point de suspension par rapport à l'éloignement où en est l'autre, plus le *Pendule simple* qui répond au composé est court, & qu'au contraire plus les distances des deux poids au point de suspension approchent de l'égalité, plus le *Pendule simple* est long, de sorte qu'à la fin, si les deux poids étoient placés à même distance & confondus ensemble à cet égard, le *Pendule composé* ne seroit plus que le simple.

Maintenant, si l'on conçoit deux poids égaux ou inégaux suspendus, non pas immédiatement au fil ou à la verge, mais chacun à l'extrémité d'une ligne qui la rencontre à angles droits, l'une d'un côté, l'autre de l'autre, si ces deux lignes perpendiculaires à la verge sont dans le même plan vertical & à différentes distances du point de suspension de la verge, enfin si elles sont de telle grandeur & les deux poids tels que le centre de

gravité des deux poids conçus comme immobiles soit toujours sur la verge, & qu'ensuite on la mette en balancement, c'est une autre considération à faire, & c'est sur cela que M. Bernoulli a eu une pensée très fine, qui lui a donné la Clé de sa nouvelle Theorie des Oscillations. Il rapporte au Levier ces poids ainsi disposés. Les distances de chacun de ces poids au point de suspension de la verge, sont les bras de levier par lesquels ils agissent, cela est clair, mais ils ont de plus des vitesses particulieres que l'on n'avoit point encore démêlées, qui doivent entrer dans le calcul de leur action, & qui en font tout le fin.

Le fil chargé des deux poids supposés étant mis en balancement, il y a un Pendule simple qui feroit ses vibrations dans le même temps, & les arcs circulaires inégaux que décrivent dans ce même temps le Pendule simple, & les deux poids du Pendule composé sont proportionels à leurs distances du point de suspension. D'un autre côté, la pesanteur tend à faire décrire à tous les corps qui tombent dans le même temps des lignes verticales égales, & ce mouvement en ligne droite & égal entre necessairement dans la composition du mouvement que les Pendules ont par des arcs circulaires inégaux. Prenons le poids le moins éloigné du point de suspension, & qui décrit le plus petit arc. La petitesse necessaire & indispensable de cet arc, est cause que la pesanteur n'imprime pas actuellement à ce poids tout le mouvement vertical, & en ligne droite qu'elle tend à lui imprimer, & comme en vertu de la disposition du Pendule composé, ce premier poids est lié avec le second, il tend à imprimer au second ce surplus de mouvement qu'il n'a pû prendre. Mais ce second poids ne peut rien recevoir du premier, parce qu'il ne peut décrire dans un temps déterminé que l'arc qu'il décrit en vertu de sa distance du point de suspension. Ainsi il résiste à l'impulsion du premier avec une force égale à celle dont il est poussé, & il tire cette force des causes qui lui font décrire un arc circulaire déterminé. Voilà donc un équilibre,

qui se fait dans le même cas, que si deux poids attachés à des bras inégaux de levier, & poussés par des forces inégales en sens contraire, s'arrêtoient l'un l'autre. Or il est clair qu'alors les produits des poids par leurs bras de levier & par les forces opposées qui les pousseroient, ou, ce qui est la même chose, par les vitesses qu'elles tendroient à leur imprimer, seroient égaux, & par cette égalité on trouveroit aussi-tôt le centre de gravité des deux poids, ou le point d'appui du levier. Puisque leurs actions seroient égales de part & d'autre de ce point d'appui, & que le Pendule composé est devenu un levier, ce même point d'appui est aussi le centre d'oscillation de ce Pendule.

La difficulté n'est plus que de connoître, & d'exprimer la force par laquelle le premier poids pousse le second, & celle par laquelle le second résiste. Celui que nous appelons ici le second pourroit être appelé le premier, & il le pousse de la même manière dont il en est poussé. Cette impulsion du second sur le premier entre dans sa résistance, & comme la résistance est nécessairement égale à la force dont il est poussé, il faut, que s'il ne pousse pas autant qu'il est poussé, la résistance reçoive d'ailleurs un complément, c'est à-dire, ou d'une plus grande masse de ce poids, ou d'un plus grand bras de levier, ou de tous les deux, & si les poids sont égaux, d'un plus grand bras de levier seulement. Nous supposérons dans la suite les poids égaux pour plus de facilité.

Moins un poids est éloigné du point de suspension, plus l'arc circulaire qu'il décrit est petit, & plus par conséquent la pesanteur perd de l'action qu'elle tend à exercer sur lui. Or il ne pousse un autre poids que l'on conçoit qui lui répond, que par cet excès de l'action de la pesanteur, par ce reste dont il ne reçoit pas l'effet, & par conséquent ce reste étant d'autant plus grand que le poids est suspendu plus haut, il pousse d'autant plus le poids qui lui répond, & au contraire. Donc si les distances où sont les deux poids à l'égard du point de sus-



De tout ce qui a été dit, il suit que le Pendule simple qui répond à un composé, est d'autant plus long, dans le cas où les deux poids sont suspendus immédiatement à la verge. 1°. Que le premier poids est suspendu plus bas par rapport à la longueur de tout le Pendule. 2°. Que le second poids est aussi suspendu plus bas par rapport à cette même longueur; & dans le cas où les deux poids sont attachés à des lignes perpendiculaires. 1°. Que ces perpendiculaires sont plus longues. 2°. Qu'elles sont attachées plus haut, ou, pour rassembler tout ce qui les regarde, qu'elles sont plus longues en elles-mêmes, & plus longues par rapport à leur distance du point de suspension.

Si un corps solide, par exemple, un Conoïde quelconque suspendu par son sommet, est mis en balance, il faut concevoir que c'est un Pendule composé, qui non seulement porte tout le long de son fil, suspendu immédiatement à ce fil, tous les poids infiniment petits qui composent l'axe du Conoïde, mais qui porte encore suspendus à une infinité de différentes lignes perpendiculaires inégales tous les poids infiniment petits, qui sont toutes les parties du Conoïde situées hors de son axe. Si l'on cherche le centre d'oscillation de ce Conoïde, ou la longueur du Pendule simple qui feroit ses vibrations en même temps, il faut donc rassembler tous les rapports qui déterminent le centre du Pendule composé, puisque ce Conoïde est un Pendule composé, chargé de toutes les manières dont il peut l'être, il faut multiplier par ces rapports la somme infinie de tous les poids infiniment petits qui composent le Conoïde, ou tel autre corps solide qu'on voudra, & c'est précisément ce que donne la Formule algebrique de M. Bernoulli.

Il est évident que ces lignes perpendiculaires, où nous avons supposé des poids attachés deviennent presently les Ordonnées de la Courbe qui aura produit par sa revolution le Conoïde ou tel autre corps solide qu'on voudra, & que ce que nous appellions la longueur du

Pendule

Pendule composé, est maintenant l'axe de cette Courbe, & par conséquent la longueur de l'axe, & l'équation de la Courbe qui produit le Solide étant données, on a tout ce qui est nécessaire pour terminer le centre d'oscillation.

Puisque les mêmes lignes perpendiculaires, ou plutôt les mêmes Ordonnées posées plus ou moins haut par rapport au point de suspension, font un effet différent pour la longueur du Pendule simple, un même Solide différemment suspendu répondra à différens Pendules simples, ou aura différens centres d'oscillation. Ainsi un Cone rectangle étant suspendu par le milieu de sa base, le Pendule simple sera précisément égal à l'axe de ce Cone, mais cette égalité ne se trouvera plus, lorsque le Cone sera suspendu par son sommet, à moins que le rayon de sa base ne soit égal à son axe. De quelque manière qu'une demi-sphère soit suspendue, soit par le centre, soit par le sommet, le Pendule simple est toujours plus grand que le rayon de la demi-sphère, mais c'est quand elle est suspendue par le centre qu'il est le plus grand. On peut voir en gros & en general par les principes qui ont été établis les causes de ces différences. Une Sphère, qui ne peut être suspendue que de la même manière, a toujours un Pendule simple plus court de  $\frac{1}{10}$  que son diamètre.

Si la Méthode de M. Bernoulli donne les centres d'oscillation des Solides formés par des revolutions de Courbes quelconques, il est aisé de juger qu'elle donne à plus forte raison par le moyen d'un léger changement les centres d'oscillation des plans ou surfaces de toutes ces Courbes. On y trouve aussi des différences pareilles selon les différentes suspensions. Ainsi un Triangle isocèle qui peut passer pour le plan d'une Courbe dont les Ordonnées sont en même raison que les Abscisses, étant suspendu par son sommet, aura un autre centre qu'étant suspendu par le milieu de sa base. Il en va de même de la Parabole.

Mais on doit faire sur les plans agités ou balancés une observation qui n'a pas lieu sur les Solides. Si l'on suppose au lieu d'un point de suspension une ligne entière horizontale à laquelle soit suspendu le plan qui balance, il peut être agité ou de maniere que ses Ordonnées soient perpendiculaires à cette ligne horizontale, ou de maniere qu'elles lui soient paralleles. Dans le premier cas on dit qu'il est agité *de côté*, & dans le second, qu'il l'est *en plan*. Pour se faire une image plus sensible, on peut concevoir que de la premiere maniere il éprouvera la moindre résistance de l'air qu'il soit possible, & de la seconde, la plus grande. Or ces deux manieres ne sont pas indifferentes quant au centre d'oscillation. Ce qui fait qu'un poics suspendu à l'extremité d'une plus longue ordonnée agit avec plus d'avantage, ce n'est pas précisément parce que la distance du point de suspension en est plus grande, c'est parce que cette distance plus grande est un rayon d'un plus grand cercle, dont ce poids décrit des arcs, & que par conséquent il décrit dans le même temps un plus grand espace; car dans tout levier de plus grandes distances du point fixe augmentent la force, non pas précisément en-tant que distances, mais en-tant que les corps qui y sont placés, sont necessairement obligés à une plus grande vitesse. Donc s'il est possible dans quelque cas qu'une plus grande distance ne cause pas une plus grande vitesse, cette plus grande distance n'est plus à conter. Quand une surface est agitée de côté, il faut concevoir une Ordonnée quelconque comme chargée d'autant de poids infiniment petits qu'elle a de points, & qui tous non seulement sont d'autant plus éloignés du point de suspension, mais encore décrivent des arcs de cercles d'autant plus grands, qu'ils sont plus près des deux extremités de cette ordonnée, ou plus éloignés de l'axe. Mais si cette même surface est agitée en plan, tous les points de la même Ordonnée, quoiqu'inégalement éloignés du point de suspension, décrivent dans leur balancement des arcs de cercles égaux, ce qu'il est

affés facile de se représenter ; ou si l'on veut , on peut encore le concevoir de cette manière. Quand une surface est agitée de côté , & que par conséquent une Ordonnée quelconque est perpendiculaire à une ligne horizontale d'où la surface est suspendue , tous les points de cette Ordonnée ne se rapportent qu'au point de suspension , & par conséquent ils en sont tous inégalement éloignés , & décrivent des arcs de cercles inégaux. Mais quand cette surface est mûe en plan , & que par conséquent une Ordonnée quelconque est parallèle à la ligne horizontale , chaque point de cette Ordonnée se rapporte au point de cette ligne qui lui répond par une perpendiculaire , & toute l'Ordonnée à toute la ligne horizontale , & non pas à un seul point , & par conséquent tous les points de l'Ordonnée sont à la même distance de cette ligne d'où ils sont suspendus , & décrivent tous des arcs de cercles égaux. Laquelle des deux idées que l'on prenne , il est toujours sûr que dans une surface agitée en plan , tous les points d'une même Ordonnée n'ont que la même vitesse , au lieu qu'ils en ont une inégale dans une surface mûe de côté , & par conséquent dans ces deux cas la force n'est pas la même par rapport à l'équilibre de M. Bernoulli , ou au centre d'oscillation.

La force de tous les points d'une Ordonnée étant toujours la même dans la surface mûe en plan , chaque point n'a que la même force qu'a le point où cette ordonnée coupe l'axe. Or dans la même surface agitée de côté , le point où cette même Ordonnée coupe l'axe a la même force , & ensuite la force de tous les autres points va en augmentant jusqu'aux deux extrémités de l'Ordonnée. Donc la force totale d'une même Ordonnée est beaucoup plus grande dans une surface mûe de côté , & comme c'est la même chose de toutes les autres Ordonnées , & que d'ailleurs tout le reste demeure le même , il s'ensuit qu'il faut une plus grande longueur du Pendule simple pour faire équilibre à cette force , & qu'enfin la même surface , suspendue de la même manière , a son cen-

tre d'oscillation plus éloigné du point de suspension quand elle est agitée de côté, que quand elle l'est en plan. C'est ce qui se trouve en effet par le calcul. Il se trouve même que des surfaces, comme le Triangle, le Rectangle, la Parabole, peuvent souvent avoir leur pendule simple plus long que leur axe quand elles sont mûes de côté, & l'ont toujours plus court quand elles sont mûes en plan. Pour le Cercle il a toujours son pendule simple plus court que son diamètre, ce pendule simple est les  $\frac{1}{2}$  du diamètre, si le cercle est mû de côté, & les  $\frac{1}{4}$ , s'il l'est en plan.

Après les surfaces des Courbes, il ne reste plus que ces Courbes mêmes, considérées simplement comme lignes, dont on puisse chercher le centre d'oscillation. Il n'y a plus alors d'autres poids que les parties infiniment petites de ces Courbes, & quoi que par conséquent les Ordonnées ne soient plus conçûes comme chargées de poids infiniment petits à tous leurs points, elles subsistent toujours comme simples lignes, & par rapport à elles les Courbes peuvent aussi-bien que leurs surfaces être mûes de côté ou en plan. La Formule generale de M. Bernoulli se reduit aussi sans difficulté à ces differens centres d'oscillation des Courbes.

Voilà quelle est toute la Theorie de M. Bernoulli. Cet Equilibre si délicatement démêlé en est tout le secret. Non seulement il est beau d'avoir reduit à un principe aussi simple une matiere si compliquée, mais comme on ne peut trop approfondir tout ce qui appartient à l'Equilibre & au mouvement, cette recherche, si curieuse par elle même, en devient aussi plus utile.



## DU MOUVEMENT

## DES EAUX.

**I**L y a déjà quelque temps que l'on a reconnu ou con- \* V. les M.  
jecturé par un grand nombre d'expériences assés exac- P. 238.  
tes, que s'il sort de l'eau de deux tuyaux ou reservoirs  
inégalement hauts, qui soient toujours entretenus pleins  
à même hauteur, & qui ayent des ouvertures horison-  
tales & égales, les différentes vîtesse de l'eau, sont com-  
me les racines quarrées des hauteurs des tuyaux d'où  
elle sort. Par consequent les différentes vîtesse d'une  
eau qui sort d'un tuyau qui se vuide, sont à chaque in-  
stant comme les racines quarrées de la hauteur, qui alors  
diminuë toujours.

Ce rapport des vîtesse étant le même que celui qu'el-  
les ont dans le Sîstème de la Chute des Corps pesans  
éabli par Galilée, à cela près que la vîtesse des corps  
pesans est croissante depuis le premier moment de leur  
chute jusqu'au dernier, & que celle de l'eau qui sort d'un  
tuyau qui se vuide est décroissante, on crut aussi-tôt que  
la diminution de la vîtesse de cette eau dépendoit du  
même principe que l'acceleration de celle des corps qui  
tombent. On regarda l'eau la plus élevée d'un tuyau qui  
se vuide, comme disposée à avoir, supposé qu'elle tombât  
seule, une plus grande vîtesse à la fin de sa chute, parce  
qu'elle seroit tombée de plus hant, & comme imprî-  
mant cette même vîtesse à l'eau inferieure qu'elle pouf-  
soit hors du tuyau.

Mais M. Varignon a fait reflexion que cette idée ne  
pouvoit avoir lieu, parce que l'eau superieure ne tombe  
point seule, & n'a point réellement acquis une vîtesse  
qu'elle puisse imprimer à l'inferieure, que cette eau  
superieure & l'inferieure ne font dans tout le temps  
de la descente qu'un cilindre d'eau continu, & que  
par consequent on n'y scauroit concevoir une par-

tie qui ayant une plus grande vîtesse l'imprime à l'autre. Aussi les Auteurs les plus celebres, tels que Torricelli & M. Mariote, qui ont employé ce principe, que les vîteses de l'eau sont comme les racines des hauteurs, ne l'ont employé que comme un principe d'expérience; M. Huguens ne croyoit pas qu'on le pût démontrer, & l'on se contentoit du fait, & d'une certaine vraisemblance confuse que l'on entrevoyoit dans la cause

La veritable cause cependant n'étoit guere cachée, & il est surprenant qu'elle le fût si peu. M. Varignon la trouva, dès qu'il la chercha par la Theorie générale du Mouvement qu'il avoit donnée en 1692. Les forces sont toujours proportionnelles aux effets qu'elles produisent. Quand l'eau sort de deux tuyaux d'inégale hauteur toujours pleins, & qui ont des ouvertures égales, les forces qui la font sortir, ce sont deux colonnes d'eau inégalement hautes, & qui sont entr'elles comme leurs hauteurs, parce que les bases sont égales, & les effets, ce sont deux masses d'eau, mûes chacune avec une certaine vîtesse. Donc les forces ou les hauteurs des tuyaux sont entre elles, comme les produits faits des masses d'eau qui sortent en un certain temps & de leurs vîteses. Or plus la vîtesse est grande, plus la masse d'eau qui sort en un certain temps est grande aussi, & cela en même raison. Donc les hauteurs des tuyaux sont comme les carrés ou des masses ou des vîteses de l'eau. Donc la vîteses sont comme les racines carrées des hauteurs. M. Varignon avoit déjà donné cette démonstration en 1695, ainsi qu'il paroît par l'Histoire Latine de l'Academie, pag. 362 de la premiere Edition, & pag. 392 de la seconde,

Ce rapport des vîteses ne sera donc plus un principe d'expérience, & la Raison, qui n'a plus à craindre aucune incertitude, ni à se défier de rien, est pleinement satisfaite. Si au lieu de comparer les vîteses de l'eau qui sort de differens tuyaux, on veut comparer dans les mêmes circonstances les vîteses de deux différentes liqueurs, il n'y a qu'à suivre le raisonnement de M. Varignon, &

à considérer que si dans le premier cas les deux Forces mouvantes sont deux colonnes d'eau d'autant plus puissantes pour pousser l'eau inférieure, qu'elles sont plus hautes & ont plus de poids par leur hauteur, ce sont dans le second cas deux colonnes de deux liqueurs différentes, qui outre la force qu'elles tirent de leurs différentes hauteurs, ont encore celle qui leur vient de leurs différentes pesanteurs spécifiques; car, par exemple, le vif-argent, tout le reste étant égal, poussera avec plus de force que l'eau, & par conséquent il faudra faire un produit de chaque hauteur, par chaque pesanteur spécifique, & les vitesses des deux liqueurs différentes seront comme les racines quarrées de ces produits. De là il suit manifestement que si la liqueur la plus pesante a moins de hauteur, selon même raison qu'elle est plus pesante, les vitesses seront égales.

Outre les pesanteurs spécifiques, on peut considérer dans les liqueurs des *densités* différentes; on peut prétendre que dans un certain volume de vif-argent, il y aura plus de vif-argent, qu'il n'y aura d'eau dans un volume égal d'eau. Selon cette hypothèse, les masses de deux liqueurs différentes ne seront pas comme leurs volumes, & la liqueur la plus *dense* aura à proportion de sa densité une plus grande masse sous un volume égal. Il ne faudroit donc plus supposer comme on a fait jusqu'à présent, que les masses de liqueur qui sortent en même temps par deux ouvertures égales, fussent en raison de leurs volumes, & un pareil volume d'une liqueur plus dense étant plus difficile à pousser par une même force, il s'écouleroit moins de cette liqueur en un certain temps. Par conséquent il faudroit considérer les forces mouvantes, c'est-à-dire, les colonnes des liqueurs comme affoiblies par une plus grande densité, au lieu qu'elles étoient fortifiées par une plus grande hauteur, & par une plus grande pesanteur spécifique, ce qui emporte que dans la proportion des forces & des effets, le produit de la plus grande hauteur, par la plus grande pesanteur speci-



fique soit encore multiplié par la moindre densité, & que la racine quarrée du produit de ces trois grandeurs réponde à la plus grande vitesse.

M. Varignon ne recherche routes les hiporhèses de Physique, même les moins vraisemblables, que pour ne laisser rien échaper à ses Regles ou Formules geometriques, & il vaut mieux en effet qu'elles embrassent plus que la nature, que de ne la pas embrasser toute entiere. Il est bien aisé d'effacer dans une Formule les grandeurs ou les rapports dont on ne veut pas tenir conte, & c'est même une espece de plaisir que de la voir par là d'escendre tout d'un coup de son universalité, à la question particuliere qu'on s'est proposée.

Si les liqueurs étoient inégalement *visqueuses*, & que par conséquent l'un s'attachât davantage aux parois de son tuyau, & coulât plus difficilement, il est clair qu'il en sortiroit une moindre quantité, tout le reste étant égal, & qu'il faudroit encore considerer la force mouvante comme affoiblie par cet endroit. Enfin il est visible qu'en suivant toujours la même idée, quelque differentes que soient les liqueurs, & quelles que soient leurs differences, on trouvera sans peine les rapports de leurs vitesses à la sortie des deux tuyaux supposés, & par conséquent routes les manieres differentes dont on peut donner la même vitesse à differentes liqueurs.

Mais on a supposé jusqu'ici que les tuyaux étoient verticaux, que leurs ouvertures étoient horisontales, & qu'elles étoient égales. En cas que toutes ces suppositions cessassent, qu'arriveroit-il ?

Si un tuyau est incliné à l'horison, le poids de l'eau est dans le même cas que tout autre poids posé sur un plan incliné, & par conséquent la partie du poids de l'eau qui agit est au poids entier, comme la hauteur perpendiculaire du tuyau est à sa longueur. Donc la force mouvante dépend toujours de la hauteur perpendiculaire du tuyau, mais quand le tuyau est vertical, cette hauteur est la même que la longueur, & elle est  
moindre

moindre quand le tuyau est incliné.

\* Si l'ouverture n'est pas horizontale, la vitesse de toutes les parties d'eau qui sortent n'est plus la même, mais comme les unes sont plus élevées que les autres, celle des parties supérieures est moindre, parce qu'elles sont poussées par une moindre colonne, & par conséquent il faut prendre la vitesse des parties moyennes, & en même temps la hauteur de la colonne qui leur répond, & ne faire le calcul que sur cette vitesse moyenne, & la hauteur du tuyau correspondante.

Enfin si les ouvertures sont inégales, il est visible qu'elles donnent plus d'eau à proportion qu'elles sont plus grandes.

Tous ces differens rapports pris ensemble fournissent à M. Varignon des Regles generales, auxquelles aucun cas particulier ne peut se dérober, & même pour empêcher encore mieux que rien ne les limite, il y comprend les trois manieres differentes dont on peut concevoir la *dépense* des liqueurs, & mesurer la quantité qui s'en écoule. Car on peut la mesurer ou par la masse seule, en ne prenant que les parties propres de la liqueur, & en excluant les étrangères qui y sont mêlées; auquel cas la masse dépend de la densité, ou par le volume, en comprenant dans la liqueur, comme l'on fait communément, les parties étrangères aussi bien que les propres, ou enfin par la pesanteur.

On a toujours supposé que les tuyaux étoient entretenus pleins, & par conséquent que la vitesse des liqueurs étoit uniforme. Si les tuyaux se vuidoient, cette vitesse seroit alors *retardée* ou décroissante selon la proportion que Galilée a établie; mais il seroit bien aisé de calculer ces vitesses en les reduisant à l'uniformité. On sçait qu'un corps qui tombe d'une certaine hauteur en un certain temps parcourroit dans un temps égal le double de cette hauteur, s'il avoit une vitesse uniforme égale à celle qu'il avoit acquise à la fin de sa chute par une acceleration continuelle, & par conséquent un tuyau toujours

entretenu plein, donnera dans le même temps deux fois plus de liqueur que s'il se vuide; car quoique, selon la pensée de M. Varignon, l'accélération n'ait point de lieu dans les liqueurs qui tombent par des ouvertures de tuyaux, il suffit que la même proportion subsiste dans leur vitesse par une autre cause, & le même effet se retrouve toujours.

## S U R L' I N É G A L I T É D E S \* P E N D U L E S.

v. les M.  
pag 285.

\* pag 140. &  
suiv.

**L'**Egalité de la durée des vibrations d'un Pendule à Secondes, est aujourd'hui un des principaux fondemens de l'Astronomie, mais-il n'est pas aisé de s'assurer que cette égalité soit aussi exacte qu'on la suppose. Quoiqu'il semblât que la Cycloïde de M. Huguens eût mis les Horloges à Secondes dans leur dernière perfection, on a vû dans l'Histoire de 1700 \* ce que M. de la Hire desiroit encore sur cette matiere, & les vûes qu'une longue experience lui avoit fait naître. Ici, il en propose encore de nouvelles, & elles roulent la plupart sur de si petits sujets, qu'on les pourroit traiter de raffinemens excessifs, s'il ne s'agissoit pas de la chose du monde, ou l'extrême précision est la plus necessaire. L'épaisseur d'un fil assés délié y est à considerer, un peu d'humidité qui s'attachera à la verge du Pendule & au poids, peut changer le centre d'oscillation, les diverses constitutions de l'air peuvent rendre la durée des vibrations inégale, enfin rien n'est indifferant, & il faut voir en détail dans le Memoire de M. de la Hire toutes les attentions scrupuleuses auxquelles il s'est crû obligé.

Nous n'en détacherons ici que ce qui regarde l'inégalité du Pendule en differens climats, parce que cette consideration peut plutôt appartenir à un Système gene-

ral, & que les autres sont des délicatesses de pratique & d'exécution. Tout le monde sçait que la longueur du Pendule qui bat des Secondes est à Paris de 3 pieds 8 lignes  $\frac{1}{2}$ , & que M. Richer le trouva plus court d'une ligne  $\frac{1}{2}$  à Cayenne à 4 degrés de latitude Septentrionale. Depuis ce temps-là, M<sup>rs</sup> Picart & de la Hire le trouverent à Bayonne, c'est-à-dire, à 43° de latitude, exactement de la même longueur qu'à Paris, & même M. Picart étant à Vranibourg en Dannemarc, à 55°  $\frac{1}{2}$  de latitude trouva encore cette longueur exactement la même. Cependant M<sup>rs</sup> Varin, des Hayes, & de Glos, ont déterminé par des observations sûres dans l'Isle de Gorée à 14° de latitude Septentrionale que le Pendule y étoit de 2 lignes plus court qu'à Paris, & depuis M<sup>rs</sup> des Hayes & Coupler le fils, ainsi qu'on l'a pû voir dans l'Hist. de 1700\* ont trouvé dans d'autres lieux fort Meridionaux que le Pendule y devoit être considerablement accourci, mais il est vrai que l'on n'a pas crû ces dernieres observations si sûres. \* pag. 114. & luv.

De celle de M. Richer, M<sup>rs</sup> Mariotte & Huguens conclurent aussi-tôt que les corps tomboient plus lentement vers l'Equateur, que vers les Poles\*, & pour accommoder cette idée à l'ingenieuse hypothese de M. Descartes sur la Pesanteur, ils imaginerent que la matiere étherée ayant un plus grand mouvement vers l'Equateur, & faisant par conséquent un plus grand effort pour s'éloigner du centre, elle s'opposoit avec plus de force à la chute des corps, les repoussoit, & en quelque maniere les soustenoit. \* v. l'Hist. de 1700. pag. 114. & suiv.

M. de la Hire attaque ce raisonnement.

Et 1°. Si selon l'hypothese de M. Descartes l'effort de la matiere étherée pour s'éloigner du centre de la Terre, est le principe qui repousse vers ce centre les corps moins propres à un grand mouvement, il paroît que cet effort étant plus grand vers l'Equateur, y doit faire tomber les corps pesans avec plus de vitesse, loin de s'opposer à leur chute, & de les repousser en enhaut.

2°. Si l'on attribue cette action de repousser les corps à l'air qui environne la Terre, & qui en étant écarté par le mouvement diurne qu'elle a sur son axe, l'est avec plus de force sous l'Equateur, il n'y a guere d'apparence qu'une surface aussi unie & aussi égale que celle du globe terrestre, dont la plus grande partie est couverte de mers, & dont les plus hautes Montagnes sont des inégalités insensibles par rapport à sa grandeur, puisse écarter l'air par son tournoyement, & ne l'emporte pas avec elle d'un mouvement égal. Il est vrai que l'on attribue ordinairement à cette inégalité du mouvement de la Terre & de l'air, & à la lenteur de l'air que l'on suppose qui ne peut suivre tout le mouvement de la Terre d'Occident en Orient, ce vent perpetuel qui souffle entre les Tropiques d'Orient en Occident; mais M. de la Hire ne convient pas de cette explication. Il y a de grands calmes & frequens entre les Tropiques, & que devient alors ce vent dont la cause est perpetuelle? La vitesse d'un vent mediocre est de 20 piés par Seconde, & il est aisé de voir que celle de l'Equateur de la Terre qui fait 9000 lieuës en un jour, seroit plus de 60 fois plus grande; quel rapport entre ces deux vitesses? Enfin si l'air est écarté de la Terre par le tournoyement journalier, c'est ou selon une tangente qui va d'Orient en Occident, ou selon un rayon qui va du centre à la circonference. Si c'est selon la tangente, un Pendule qui dans une vibration ira d'Occident en Orient, sera, à la verité, repoussé par l'air, mais dans la vibration suivante, il en sera aidé, parce qu'il ira d'Orient en Occident. Si l'écart se fait selon le rayon, un Pendule sera repoussé dans la premiere moitié de sa vibration, parce qu'il tombe, mais il sera aidé dans la Seconde, parce qu'il s'élève. Ainsi dans les deux cas, l'écart de l'air favoriseroit & accelereroit autant le mouvement du Pendule, qu'il y nuirait, & le retarderoit.

3°. Les cercles paralleles à l'Equateur qui vont toujours en diminuant jusqu'aux Poles, ont pour rayons les

sinus de complement de la latitude de chacun. Ainsi, par exemple, en supposant ces cercles menés par chaque degré du Meridien, le 30<sup>e</sup> cercle qui est à 30 degrés de latitude, a pour rayon le sinus de 60 degrés. Donc ces cercles vont en diminuant selon la proportion de ces sinus de complement, & par conséquent aussi l'écart soit de la matiere étherée, soit de l'air. Or ces sinus diminuent de plus en plus à mesure qu'ils approchent des Poles, & par conséquent l'écart de la matiere qui repousse les corps pesants étant moindre, ils seroient repoussés avec moins de force, & tomberoient plus vite dans un climat plus Septentrional. Cependant ils ne tombent pas plus vite à Vranibourg qu'à Bayonne, & ils tombent moins vite à Gorée qu'à Cayenne.

De tout cela, M. de la Hire conclut qu'il faut chercher quelque autre cause des inégalités du Pendule. Il soupçonne qu'elles pourroient n'être qu'apparentes. M. Richer avoit porté à Cayenne une verge de fer de 3 pieds 8 lignes  $\frac{1}{2}$ , qui étoit la mesure du Pendule de Paris. Quand il vint à mesurer sur cette verge, le Pendule qu'il avoit fait à Cayenne, & qui batoit les Secondes, il le trouva d'une ligne  $\frac{1}{2}$  plus court que la verge; mais peut-être s'étoit elle allongée par les grandes chaleurs de Cayenne. M. de la Hire a trouvé par des observations faites avec grand soin qu'une barre de fer, qui exposée à la gelée étoit de 6 pieds de long, s'allongeoit de  $\frac{1}{2}$  de ligne, étant échauffée par le Soleil d'Été. La chaleur étend & rarefie tout. Si l'on a trouvé le Pendule encore plus court à Gorée qu'à Cayenne, quoique Gorée soit plus Septentrionale, la mesure pouvoit s'y être plus allongée, parce que les chaleurs sont ordinairement plus grandes vers les Tropiques que vers l'Equateur, & enfin comme la chaleur d'un lieu particulier dépend de la combinaison d'un grand nombre de causes particulieres, on voit assés en general la source de toutes les irregularités de la longueur du Pendule. Vranibourg & Bayonne, quoi que fort differens en latitude, peuvent

avoir eu le même degré de chaleur au temps des observations qui y ont été faites, ou du moins n'avoir pas eu un degré de chaleur si différent, que la longueur des métaux en fût sensiblement changée.

On peut objecter que selon M. de la Hire lui-même une verge de fer de 3 pieds de long, telle qu'est à peu près celle qui mesure le Pendule de Paris, ne doit s'augmenter ici du plus grand froid au plus grand chaud que d'un tiers de ligne, qu'à Cayenne elle s'est augmentée d'une ligne  $\frac{1}{2}$ , que par conséquent nôtre grand chaud seroit à celui de Cayenne comme  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{4}$ , ou comme 4 à 15, ce qui certainement n'est pas d'une si grande inégalité. Mais on peut considérer aussi qu'outre la cause générale & commune de la rarefaction, qui est un plus grand mouvement de la matiere subtile ou étherée, les climats de la Zone Torride en ont encore une particulière, qui sont des vapeurs, soit acqueuses, soit terrestres, beaucoup plus déliées & plus pénétrantes que celles des autres climats. Ces vapeurs ne rendent pas la chaleur plus grande, au contraire elles la font sentir beaucoup moindre que si agitées autant qu'elles le sont, elles étoient plus grossières, mais elles entrent dans les corps solides & avec plus de facilité & en plus grande abondance, & peuvent y séjourner plus long-temps, & par conséquent l'extension de ces corps dans les climats fort chauds, comparée à celle de nos climats, pourra y être dans une proportion plus grande que la chaleur. Tout ce qui tombe dans une question physique dépend presque toujours d'une complication de causes, difficiles à démêler.

Quoiqu'il en soit, il est constant que dans un climat tel que celui-ci, le même Pendule ayant comme à l'ordinaire une verge de metal, changeroit de longueur du grand froid au grand chaud, & que cette difference pouvant aller à  $\frac{1}{2}$  de ligne, elle en produiroit une de 32" sur un jour, ce qui seroit très-considérable, & excessif, puisqu'à peine est-il permis aux Pendules bien réglés d'avoir

en 8 jours une Seconde de plus ou de moins. Aussi une des principales attentions qu'ils demandent , est qu'on les tienne dans des lieux où ils soient à couvert des impressions de l'air extérieur.

**M**onsieur de la Hire a donné un moyen de faire V. les M.  
monter un grand Vaisseau sur la 'Calle, telle qu'el. pag. 229.  
le eût construite dans le port de Toulon , sans employer  
aucunes Machines

**M**onsieur des Billettes a fait la description de l'Art  
du Graveur , & M. Jaugeon , celle de la Frappe des  
Poinçons.

*MACHINES OU INVENTIONS*  
*approuvées par l'Academie des Sciences*  
*en 1703.*

I.

**U**N Cric circulaire du Sieur Thomas, qui quoiqu'il ne soit pas nouveau, & quoique sujet à la réciprocation des forces & du temps comme toutes les autres Machines, ne laissera pas d'être quelquefois plus commode, vû le peu d'espace qu'il occupe , & la facilité qu'il donne d'employer les forces contre le fardeau.

Il a été parlé de ce même Cric dans l'Hist. de 1701\*, \* page 144.  
mais l'Academie a vû depuis quelques applications de ce mouvement, qui ont paru bonnes. Le Sieur Thomas l'a appliqué utilement à la Gruë, & à un Chariot chargé d'un fardeau sur lequel un Homme assis le fait avan-



cer ou reculer par le moyen de ce Cric , ce qui peut être d'usage pour le transport des pierres dans les bâtimens sur un terrain horizontal & solide.

II.

Un Cilindre creux en forme de Peson contenant un Ressort à boudin , que le même Sieur Thomas a inventé pour suspendre le corps des Carosses.

III.

Une nouvelle maniere de faire agir des Rames , inventée par M. de Camus , fort simple , & fort ingénieuse.

IV.

Une construction de Lampes , nouvelle & fort ingénieuse , inventée par le Sieur Favre , pour éclairer une Ville pendant la nuit.

V.

Une Machine de M. Blanchart , pour tirer les Vaisseaux à terre , sur laquelle cependant on a fait quelques remarques.

VI.

Une Machine du Sieur Bedaut , pour porter les Boulets rouges depuis la Fournaise , jusqu'à la bouche du canon , plus commodément & plus sûrement qu'à l'ordinaire.

VII.

Une Machine du Sieur Gouffé pour nettoyer les Ports , assez ingénieuse , quoique trop pesante , & plus propre à retenir des pierres que de la vase.

VIII.

Une Maniere ingénieuse proposée par M. Martenot , de réunir en une seule Rame toutes celles qui seroient nécessaires

nécessaires pour donner de la vitesse à quelque Bâtiment que ce fût, sans que son impulsion fût interrompue, ni ralentie; quoiqu'il ait paru qu'il faudroit pour cette Rame une plus grande quantité d'Hommes, que pour les Rames ordinaires.

## ELOGE DE MONSIEUR

VIVIANI.

VINCENZIO VIVIANI, Gentilhomme Florentin, naquit à Florence le 5 Avril 1622. À l'âge de 16 ans, son Maître de Logique, qui étoit un Religieux, lui dit qu'il n'y avoit point de meilleure Logique que la Geometrie, & comme les Geometres qui encore aujourd'hui ne sont pas fort communs, l'étoient beaucoup moins en ce temps-là, il n'y avoit alors dans la Toscane qu'un seul Maître de Mathématique, qui étoit encore un Religieux, sous lequel M. Viviani commença à étudier.

Le grand Galilée étoit alors fort âgé, & il avoit perdu, selon sa propre expression, *ses yeux qui avoient découvert un nouveau Ciel*. Il n'avoit pas cependant abandonné l'étude, ni son goût, ni les étonnans succès ne lui permettoient de l'abandonner. Il lui falloit auprès de lui quelques jeunes gens, qui lui tinssent lieu de ses yeux, & qu'il eût le plaisir de former. M. Viviani à peine avoit étudié la Geometrie un an, qu'il fut digne que Galilée le prît chez lui, & en quelque maniere l'adoptât. Ce fut en 1639.

Près de trois ans après, il prît aussi chez lui le fameux Evangelista Torricelli, & mourut au bout de trois mois âgé de 77 ans, Genie rare, & dont on verra toujours le nom à la tête de quelques-unes des plus importantes

découvertes sur lesquelles soit fondée la Philosophie moderne.

M. Viviani fut donc trois ans avec Galilée, depuis 17 ans jusqu'à 20. Heureusement né pour les Sciences, & plein de cette vigueur d'esprit que donne la première jeunesse, il n'est pas étonnant qu'il ait extrêmement profité des leçons d'un si excellent Maître; mais il l'est beaucoup plus que malgré l'extrême disproportion d'âge, il ait pris pour Galilée une tendresse vive, & une espèce de passion. Par tout il se nomme le Disciple, & le dernier Disciple du grand Galilée, car il a beaucoup survécu à Toricelli son Collegue, jamais il ne met son nom à un titre d'Ouvrage sans l'accompagner de cette qualité, jamais il ne manque une occasion de parler de Galilée, & quelquefois même, ce qui fait encore mieux l'éloge de son cœur, il en parle sans beaucoup de nécessité, jamais il ne nomme le nom de Galilée sans lui rendre un hommage; & l'on sent bien que ce n'est point pour s'associer en quelque sorte au mérite de ce grand Homme, & en faire rejaillir une partie sur lui; le stile de la tendresse est bien aisé à reconnoître d'avec celui de la vanité.

Après la mort de Galilée, il passa encore 2 ou 3 ans dans la Geometrie sans aucune interruption, & ce fut en ce temps-là qu'il forma le dessein de sa *Divination sur Aristée*. Pour entendre ce que c'est que cette Divination, il faut un peu remonter à l'histoire des anciens Geometres.

Pappus d'Alexandrie, Mathematicien du temps de Theodose, parle en quelques endroits d'un Aristée qu'il appelle l'*Ancien*, pour le distinguer d'un autre Aristée, Geometre aussi-bien que le premier, mais qui avoit vécu après lui. Aristée l'Ancien avoit fait Cinq Livres *Des Lieux Solides*, c'est-à-dire, selon l'explication de Pappus même, des trois Sections Coniques. Il n'a pû vivre plus tard qu'Euclide dont nous avons les *Elemens*, & par consequent il a été environ 300 ans avant J. C. Ses 5

Livres sont entierement perdus.

M. Viviani fort versé dans la Geometrie des Anciens , & regretant la perte d'un grand nombre de leurs Ouvrages , entreprit à l'âge de 24 ans de la reparer du moins en partie , en se remettant , autant qu'il étoit possible , sur leurs pistes , & en tâchant de deviner ce qu'ils avoient dû nous dire. S'il est jamais permis aux Hommes de deviner , c'est en cette matiere , où , si l'on n'est pas sûr de retrouver précisément ce qu'on cherche , on l'est du moins de ne rien trouver de contraire , & de trouver toujours l'équivalent.

Lorsque M. Viviani travailloit à aïrer de son propre fonds les 5 Livres d'Aristée sur les Lieux Solides , ou Sections Coniques , un grand nombre de choses differentes le traverserent , soins & affaires domestiques , maladies , Ouvrages publics , où il fut employé par les Princes de Medicis , de qui son merite étoit déjà connu , & même récompensé.

Il fut 15 ans entiers , sans jouir de cette tranquillité si necessaire pour de grandes études. Cependant la Geometrie , qui n'a pas coutume de laisser en paix ceux dont elle a une fois pris possession , le poursuivit au milieu de tant de distractions differentes ; il lui donnoit tous les momens qu'il avoit pour respirer , & il conçût alors le dessein d'un Ouvrage , où il s'agissoit de deviner encore.

Apollonius Pergæus , ainsi nommé d'une Ville de Pamphilie , & qui vivoit quelque 250 ans avant J. C. avoit ramassé sur les Sections Coniques , tout ce qu'avoient fait avant lui Aristée , Eudoxe de Cnide , Menæchme , Euclide , Conon , Trafidée , Nicotele. Ce fut lui qui donna le premier aux trois Sections Coniques les noms de Parabole , d'Hiperbole , & d'Ellipse , qui non seulement les distinguent , mais les caracterisent. Il avoit fait 8 Livres qui parvinrent entiers jusqu'au temps de Pappus d'Alexandrie. Pappus composa une espee d'introduction à cet Ouvrage , & donna les Lemmes necessaires pour l'entendre. Depuis , les 4 derniers Livres d'Apollonius ont péri.

Il paroît par l'Epître d'Apollonius à Eudemus, & par Eutocius Ascalonite, Auteur plus jeune que Pappus, que dans le 5<sup>e</sup> Livre des Coniques d'Apollonius, il étoit traité des plus grandes, & plus petites lignes droites, qui se terminassent aux circonferences des Sections Coniques, c'est ce qu'on appelle presentement des Questions de *Maximis & Minimis*.

M. Viviani laissant Aristée pour quelque temps, songea à restituer de la même manière le 5<sup>e</sup> Livre d'Apollonius, & s'y occupa dans ses 15 années de distraction.

En 1658. le fameux Jean Alphonse Borelli, Auteur de l'excellent Livre, *De Motu animalium*, passant par Florence, trouva dans la Bibliorheque de Medicis, un Manuscrit Arabe avec cette inscription Latine, *Apollonii Pergæi Conicorum Libri Oâo*. Il jugea par toutes les marques exterieures qu'il put rassembler, que ce devoient être effectivement les 8 Livres d'Apollonius en leur entier, & le Grand Duc lui permit de porter ce Manuscrit à Rome pour le faire traduire par Abraham Ecchellensis Maronite, Professeur aux Langues Orientales.

Sur cela, M. Viviani qui ne vouloit point perdre le fruit de tout ce qu'il avoit préparé pour sa Divination sur le 5<sup>e</sup> Livre d'Apollonius, prît toutes les mesures nécessaires pour bien établir qu'il n'avoit fait effectivement que deviner. Il se fit donner des attestations authentiques qu'il n'entendoit point l'Arabe, & pour plus de sûreté, qu'il n'avoit jamais vû le Manuscrit, il obtint du Prince Leopold frere du Grand Duc Ferdinand II. la grace qu'il lui paraphât de sa propre main ses papiers en l'état où ils se trouvoient alors, il ne voulut point que M. Borelli lui mandât jamais rien de ce qu'Ecchellensis auroit pû découvrir en traduisant, & enfin il se hâta de deviner, & imprima son Ouvrage en 1659. sous ce titre: *De Maximis & Minimis Geometrica Divinatio in 5<sup>m</sup> Conicorum Apollonii Pergæi adhuc desideratum*. C'est-là le premier qui ait paru de lui.

Pendant ce temps-là, Abraham Ecchellensis, qui ne

ſçavoit point de Geometrie , aidé par Borelli , grand Geometre , qui ne ſçavoit point d'Arabe , travailloit à traduire la traduction Arabe d'Appollonius. Il ſe trouva qu'elle avoit été faite par un Auteur nommé Abalphath , qui vivoit à la fin du dixième Siecle. Il manquoit le 8 Livre d'Apollonius entier , quoiqu'en dît l'inſcription Latine.

En 1661. Ecchellenſis donna ſa traduction du 5 , du 6 , & du 7. On compara donc alors la Divination de M. Viviani avec la verité , & l'on trouva qu'il avoit plus que deviné , c'eſt-à-dire , qu'il avoit été beaucoup plus loin qu'Apollonius ſur la même matiere.

Après un événement ſi ſingulier & ſi heureux , il fut engagé dans une occupation d'une eſpece toute différente , & où cependant ſa deſtinée voulut qu'il fût encore queſtion de continuer les travaux des Anciens.

Tacite rapporte dans 1 Livre de ſes Annales , qu'après un débordement du Tibre qui avoit fait du ravage dans Rome ſous Tibere , le Senat chercha les moyens de ſ'en garantir à l'avenir. Celui qui ſe preſentoit le plus naturellement , étoit de détourner les Rivières & les Lacs qui tombent dans le Tibre. Mais entre toutes les autres Rivieres , la plus aifée à détourner étoit le Clanis appellé maintenant *la Chiana* ; car entre les Montagnes de la Toſcane , il ſe forme dans une longue plaine un grand Lac , que la Chiana traverse , & où ſes eaux ſont tellement en équilibre , qu'elles n'ont pas plus de pente pour couler du côté d'Orient dans le Tibre , que du côté d'Occident dans l'Arne , qui paſſe à Florence , de ſorte qu'elle coule de l'un & de l'autre côté. Elle contribué beaucoup aux inondations , tant du Tibre que de l'Arne. On pouvoit donc , en la détournant entierement dans l'Arne , ôter au Tibre une des cauſes de ſes débordemens , mais on eût ſauvé Rome aux dépens de Florence , & quoique cette Ville ne fût alors qu'une Colonie peu conſiderable , elle fit au Senat des remontrances qui furent écourées. Les Habitans de quelques au-

tres Villes d'Italie, menacés du même malheur, en firent aussi, & cherchèrent si soigneusement toutes les raisons qui pouvoient leur être favorables, qu'ils représenterent & la diminution de la gloire du Tibre, qui auroit moins de Fleuves tributaires, & le respect dû aux limites établies par la nature, & le renversement de la religion de plusieurs Peuples, qui ne trouveroient plus dans leur Pays des Fleuves, à qui ils rendoient un culte. Les Romains se déterminèrent alors à laisser les choses comme elles étoient; mais depuis ils bâtirent une grosse muraille, qui ferme d'une Montagne à l'autre la Vallée par où passe la Chiana pour se jeter dans le Tibre, & ils laissèrent au milieu une ouverture pour regler la quantité d'eau qu'ils vouloient bien recevoir. Cette muraille se voit encore aujourd'hui.

Les contestations sur le cours de la Chiana se renouvelèrent entre Rome & Florence sous le Pontificat d'Alexandre VII. Le Pape & le grand Duc convinrent de nommer des Commissaires. Le Pape nomma le Cardinal Carpegne, qui devoit être aidé de M. Cassini, aujourd'hui membre de l'Academie des Sciences, & le grand Duc nomma le Sénateur Michelozzi & M. Viviani. La Politique eut alors un besoin indispensable du secours de la Geometrie.

Ils reglerent en 1664 & en 1665 tant ce qu'il y avoit à faire de part & d'autre, que la maniere de l'exécuter. Mais, comme il arrive assez souvent dans ce qui ne regarde que le Public, on n'alla pas plus loin que le Projet.

Ce Reglement des Rivières de la Toscane n'étoit pas une occupation suffisante pour deux Hommes tels que M<sup>rs</sup> Cassini & Viviani. Ils firent en même temps des observations sur les Insectes qui se trouvent dans les Galles, & dans les Nœuds des Chênes, sur des Coquillages de Mer en partie pétrifiés & en partie dans leur état naturel, qu'ils déterrerent dans les Montagnes de ce Pays-là; ils poussèrent même leur curiosité jusqu'à des

Antiquités que les observateurs de la Nature, assés occupés d'ailleurs, dédaignent quelquefois comme des effets trop incertains & trop casuels du caprice des Hommes, ils tirèrent de la terre beaucoup d'Urnes sepulchrales, & des Inscriptions Hetrusques. Mais ce qu'il y eut de plus considerable, ce fut qu'en ce même lieu M. Cassini fit voir à M. Viviani les Eclipses de Soleil dans Jupiter causées par les Satellites, & qu'il en dressa des Tables & des Ephemerides. Le Disciple de Galilée eut le plaisir d'être témoin des progrès qu'on faisoit en suivant les pas de son Maître.

En ce temps-là il arriva à M. Viviani ce qui doit l'avoir le plus flaté en toute sa vie, il reçut une pension du Roi en 1664, d'un Prince dont il n'étoit point sujet, & à qui il étoit inutile. Si ces circonstances relevent le mérite de M. Viviani, elles relevent encore plus la magnificence du Roi, & son amour pour les Lettres.

Aussi-tôt M. Viviani résolut de dedier au Roi le Traité qu'il avoit autrefois medité sur les Lieux solides d'Aristée, & pour lequel ce qu'il avoit déjà fait sur Apollonius lui donnoit de grandes ouvertures. Du caractère dont il étoit, une prompte execution de cet ancien dessein devenoit pour lui un devoir. Cependant il fut détourné indispensablement par des Ouvrages publics, & même par des negotiations que son Maître lui confia. En 1666 il fut honoré par le grand Duc Ferdinand II du titre de premier Mathématicien de S. A. Titre d'autant plus glorieux que Galilée l'avoit porté. Enfin en 1673 il commença à imprimer son Aristée, mais les Ouvrages publics, & de plus des infirmités & des maladies, le traverserent encore, & lui firent abandonner son impression.

L'année suivante lui fit naître une distraction nouvelle, dont il ne lui étoit pas possible de se défendre. Il s'agissoit de la Memoire du grand Galilée, dont on avoit trouvé quelques Ecrits posthumes, & principalement un Traité des Proportions pour éclaircir le 5<sup>e</sup> Livre d'Eu-



clide, qui ne paroît pas s'estre expliqué assez nettement sur ce sujet. M. Viviani en fit imprimer un petit in Quarto, sous ce Titre, *Quinto Libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle Proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo*. 1674. Cet Ouvrage de Geometrie est principalement considerable par les sentimens de son cœur, qu'il y a répandus en tous lieux.

En 1676, il parut dans le Journal de France trois Problèmes proposés par M. de Comiers, Prevôt de l'Eglise Collegiale de Ternant. Ils tomberent l'année suivante entre les mains de M. Viviani. Les deux premiers avoient rapport à la Trisection de l'angle, Problème fameux chez les Anciens, & qui les a beaucoup exercés. M. Viviani qui avoit des methodes nouvelles pour cette Trisection, fut tenté de les mettre au jour, en donnant la Solution des Problèmes de M. de Comiers. De plus il lui restoit encore un devoir d'amitié & de reconnaissance à remplir. Il avoit de grandes obligations au celebre M. Chapelain, il lui avoit autrefois promis de lui dédier quelque Ouvrage, & quoique M. Chapelain fût mort depuis, M. Viviani ne se croyoit pas degagé. Il dédia donc à la Memoire de son Ami son *Enodatio Problematum univrsis Geometris propositorum* à Cl. Claudio Comiers 1677. Il dit dans son Epître dédicatoire, qu'il aime mieux risquer une chose nouvelle & bisarre en apparence, que de manquer à l'amitié, & à sa parole, & qu'au lieu d'enfermer des dons & des offrandes dans le Tombeau de M. Chapelain, il les répand dans l'Univers, où sa gloire a tant éclaté. Il resout en différentes manieres les trois Problèmes de M. de Comiers, les élève toujours ensuite à une plus grande universalité, & par tout il fait paroître beaucoup de richesse, & d'abondance geometrique.

Par le chagrin avec lequel il parle dans sa Preface, de ces Problèmes ainsi proposés aux Geometres, il est aisé de conjecturer que ceux-ci l'avoient détourné de quelque occupation plus importante. Il nomme plusieurs  
Mathématiciens

Mathématiciens illustres qui ont marqué beaucoup de dégoût pour ces Enigmes. Galilée même lui avoit conseillé de ne se livrer jamais à ces sortes de supplices. Il est vrai que sans se servir de la raison de M. Hudde qui disoit que la Geometrie, Fille ou Mere de la Verité, étoit libre & non pas esclave, on peut dire avec moins d'esprit, & peut-être plus de solidité, que ceux qui proposent ces Questions, ont du moins l'avantage d'avoir toutes leurs pensées tournées de ce côté-là, & souvent le bonheur d'en avoir trouvé le dénouement par hasard. Mais il est vrai aussi que cette raison ne va qu'à excuser ceux qui ne voudront pas s'appliquer à ces Problèmes, ou tout au plus ceux qui ne les pourront résoudre, mais non pas à diminuer la gloire de ceux qui les résoudront.

Après les trois Problèmes de M. de Comiers, M. Viviani en résout encore un, qui venoit alors d'être proposé par un Inconnu. Mais il ne le résout que pour combler la mesure, & pour être en état de déclarer plus noblement, qu'il renonce pour jamais à ce métier-là.

Cependant il paroît qu'il avoit eu cette espece d'injustice de ne renoncer qu'à se laisser tourmenter par les autres, & non pas à les tourmenter lui-même. En 1691, il proposa dans les Actes de Leipzig, un Problème qui consistoit à *trouver l'art de percer une Voute hemispherique de quatre fenêtres, telles que le reste de la Voute fût absolument quarrable*. Le Problème venoit *A. D. Pio Lisci pu-ssillo Geometra*, qui étoit l'Anagramme de *Postremo Galilæi Discipulo*, & il marquoit que l'on attendoit cette Solution de la *Science secrete des illustres Analistes du temps*. Ce qu'il entendoit par cette Science secrete, étoit sans doute la Geometrie des Infiniment petits, ou le Calcul différentiel, qu'à peine connoissoit-on de reputation en Italie.

Le Problème de M. Viviani fut en effet bien-tôt expédié par cette Methode. M. Leibnitz le résolut le même jour qu'il le vit, & le donna dans les Actes de Leipzig en une infinité de manieres, aussi bien que M. Ber-

noulli de Bâle. Le nom de M. le Marquis de l'Hôpital ne parut point alors dans les Actes, parce que la guerre l'avoit empêché de recevoir ce journal. Mais M. l'Envoyé de Florence à Paris lui ayant proposé cette Enigme qui étoit sur une feuille volante, M. de l'Hôpital lui en donna aussi-tôt trois solutions, & lui en auroit donné une infinité d'autres, sans la trop grande facilité qu'il y trouva. Il paroît que ceux qui étoient dans l'ancienne Geometrie, quelque profonds qu'ils y fussent, n'étoient pas destinés à faire beaucoup de peine par leurs Questions aux Geometres du Calcul différentiel.

Ce Problème de la Voute quarrable faisoit partie d'un Ouvrage que M. Viviani donna la même année 1692, intitulé, *La Struttura, & Quadratura esatta dell'intero, e delle parti d'un nuovo Cielo ammirabile, ed uno degli antichi, delle volte regolari degli Architetti*. Il y traite tant en Geometre, qu'en Architecte, des Voutes anciennes des Romains, & d'une Voute nouvelle qu'il avoit inventée, & qu'il nommoit *Florentine*. Il avoit souvent rappelé la Geometrie à l'usage des Arts, & il en preferoit l'utilité à une excessive sublimité.

Il ne regardoit que comme des distractions importunes tout ce qui l'empêchoit de songer à l'Aristée qu'il destinoit au Roi, dont il recevoit toujours des bienfaits, & les bienfaits les plus glorieux qu'il reçût. En 1699 il en reçut encore un qui mit le comble à sa reconnoissance. S. M. l'agréa pour l'un des huit Associés Etrangers de l'Academie, selon le Reglement qui venoit d'être donné. Il sentit bien & par le mérite & par le petit nombre de ses Collegues de quel prix étoit cette place, & il en reprit avec plus de vivacité, comme il l'a déclaré lui-même, sa Divination sur Aristée. Enfin il en publia trois Livres en 1701, & les dedia au Roi par une Inscription en stile lapidaire, où les François ont le plaisir de voir un Etranger parler comme eux. Cet Ouvrage est plein de recherches fort profondes sur les Coniques, & apparemment il seroit à souhaiter pour son honneur

qu'Aristée pût résusciter, comme fit Apollonius.

M. Viviani n'avoit pas crû que par ce Traité adressé au Roi, il pût satisfaire à ce qu'il lui devoit. De la pension qu'il recevoit de S. M. il en avoit acheté à Florence une Maison, qu'il avoit fait rebâtir sur un dessein très-agréable, & aussi magnifique qu'il pouvoit convenir à un Particulier. Cette Maison s'appelle *Aedes Adeo datae*, & porté ce titre sur son Frontispice, allusion heureuse & au premier nom qu'on a donné au Roi, & à la maniere dont elle a été acquise. Une reconnoissance ingenieuse & difficile à contenter, n'a pû rien imaginer de plus nouveau & de plus noble qu'un pareil Monument. M. Viviani si digne par son sçavoir & par ses talens de recevoir les bienfaits du Roi, s'en rendoit encore plus digne par l'usage qu'il en faisoit après les avoir reçûs.

Galilée n'a pas été oublié dans le Plan de cette Maison. Son Buste est sur la Porte, & son Eloge ou plutôt toute l'Histoire de sa Vie, dans des Places ménagées exprès, & M. Viviani pour répandre dans le monde un Monument, qui de lui-même n'étoit que durable, en a fait faire des Estampes qu'il a mises à la fin de sa Divination sur Aristée.

La Preface de ce Livre est encore pleine, ou de sa reconnoissance pour différentes personnes, ou de la justice qu'il rend à tous les grands Geometres de ce Siecle, & qu'il leur rend, pour ainsi dire, du fond de son cœur. Il parle avec beaucoup d'éloges des Abbés Gradi & de Angelis, de M<sup>rs</sup> Slusé, Huguens, Wallis, David Gregori, sur tout de M. Leibnits, qu'il appelle *Phénix des Esprits*, & pour tout dire, *second Galilée*, dont il apprend que les découvertes presque divines ont beaucoup servi à l'illustre Marquis de l'Hôpital, son ami, à M<sup>rs</sup> Bernoulli, & à plusieurs autres grands Hommes. Il est facile de juger qu'avec de pareilles dispositions, quoiqu'il eût été nourri dans l'ancienne Geometrie, & qu'il fût d'un Pays si plein d'esprit, il auroit reçu sans repugnance, s'il eût vécu plus long-temps, la nouvelle Geometrie du Septentrion, &

l'on peut regretter que ces lumieres si dignes de son genie, ne soient pas parvenuës jusqu'à lui.

Sa Divination sur Aristée a été son dernier Ouvrage. Il mourut le 12 Septembre 1703, âgé de plus de 81 an, après avoir marqué tous les sentimens d'une sincere pieté.

Il avoit cette innocence & cette simplicité de mœurs que l'on conserve ordinairement, quand on a moins de commerce avec les Hommes, qu'avec les Livres, & il n'avoit point cette rudesse, & une certaine fierté sauvage que donne assés souvent le commerce des Livres sans celui des Hommes. Il étoit affable, modeste, ami sûr & fidele, & ce qui renferme beaucoup de vertus en une seule, reconnoissant au souverain degré. Il est vrai que le caractere general de sa Nation peut lui dérober une partie de cette gloire, les Italiens conservent le souvenir des bienfaits, & pour tout dire aussi, celui des offenses, plus profondément que d'autres Peuples qui ne sont guere susceptibles que d'impressions plus legeres, mais la reconnoissance que M. Viviani a fait éclater en toutes occasions pour tous ses bienfaiteurs, a été regardée comme extraordinaire, & s'est attiré de l'admiration, même en Italie.

**L**A place d'Academicien Associé Etranger, vacante par la mort de M. Viviani, a été remplie selon les formes ordinaires, par M. Martino Poli, Chimiste Romain.

F I N.

MEMOIRES

# MEMOIRES

DE

## MATHEMATIQUE

ET

## DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES  
*de l'Academie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCII.

---

### OBSERVATIONS

*Tant sur la quantité de pluie qui est tombée à Paris à l'Observatoire Royal, que sur le Thermometre & sur le Barometre pendant l'année dernière 1702.*

PAR M. DE LA HIRE.

Il y a de si grandes variétés dans les saisons de chaque année, qu'il semble d'abord que l'on doit y trouver des différences très-considérables, tant pour la chaleur & le froid, que pour la quantité de l'eau qui est tombée en pluie ou en neige. La dernière année 1702 a été regardée comme l'une des plus extraordinaires qu'on ait vûe il y a long-temps.  
1703. A

1703.  
10. Janvier.

## 2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

tems pour la sécheresse du Printems & de l'Esté. Cependant elle a été l'une des plus fertiles en grains , si l'on en excepte les Mars , ce qu'on peut attribuer à la fraîcheur & à l'humidité naturelle de la plupart des terres de ce pais-ci. On remarque aussi que lorsque la fin du Printems & le commencement de l'Esté sont pluvieux , les herbes croissent extraordinairement & font verser les blés ; & de plus dans les tems humides il survient assez souvent des brouillards qui gâtent le grain quand il commence à se former.

La quantité de l'eau qui est tombée en pluie ou en nége a été pendant les mois de

|         | <i>lignes.</i>   |         | <i>lignes.</i>   |           | <i>lignes.</i>   |
|---------|------------------|---------|------------------|-----------|------------------|
| Janvier | 18 $\frac{1}{4}$ | May     | 5 $\frac{1}{4}$  | Septembre | 11 $\frac{1}{2}$ |
| Fevrier | 18               | Juin    | 9                | Octobre   | 15 $\frac{1}{2}$ |
| Mars    | 9 $\frac{1}{2}$  | Juillet | 19               | Novembre  | 18               |
| Avril   | 17 $\frac{1}{2}$ | Aoust   | 35 $\frac{1}{4}$ | Decembre  | 18               |

Et ainsi pendant toute l'année la somme a été de 196 lignes ou bien 16  $\frac{1}{2}$  pouces , ce qui est bien moins que dans les années communes qui donnent 19 pouces de hauteur d'eau. Mais il faut remarquer que fort souvent les trois mois de Juin , Juillet & Aoust en fournissent autant que tout le reste de l'année , ce qui n'est pas arrivé cette année-ci , puisque ces mois n'ont pas été differens des autres. Aussi quoique l'eau qui tombe pendant ces trois mois soit fort abondante , ce qui ne vient que de quelques orages qui passent promptement , elle ne contribue que peu à la nourriture des plantes , en ce qu'elle est aussi-tôt élevée en vapeurs par la grande chaleur de la terre & de l'air , ou bien elle s'écoule dans les étangs & dans les ruisseaux , sans pénétrer fort avant dans terre. J'ai continué aussi à faire des remarques sur la nature des eaux de pluie , dont je rendrai compte à la Compagnie dans une autre Memoire , ce que j'ai déjà fait en partie il y a quelques années.

Le Thermometre dont je me sers pour connoître les degrés du chaud & du froid de l'air , est toujours placé à

découvert dans un endroit où le Soleil ni le vent ne donnent point ; toutes les observations que j'y fais sont toujours vers le lever du Soleil , qui est le tems de la journée où l'air est le plus froid. Ce Thermometre est rempli d'esprit de vin coloré , & est scellé hermetiquement. J'y ai marqué l'état moyen de l'air tel qu'il est au fond des carrieres de l'Observatoire en tout tems à 48 de ses degres.

Il a été au plus bas cette année à 14 degres  $\frac{1}{2}$  le premier jour de Janvier , ce qui étoit la marque d'un tres-grand froid ; mais dès le 6 il étoit remonté à 43 degres , & il s'est toujours maintenu dans tout le reste de ce mois , & même au commencement de Fevrier vers 40 degres tantôt un peu plus & tantôt un peu moins ; quoique ce soit ordinairement dans les premiers jours de Fevrier que le froid est le plus grand. Le 25 Decembre de cette année il étoit à 44 degres  $\frac{1}{4}$  , qui est à deux degres près de la hauteur où il étoit dans les premiers jours de Juin. Le 17 Decembre il a été au plus bas depuis le commencement de l'Hyver à 30  $\frac{1}{2}$ .

Le 19 Juin il étoit à 60 degres  $\frac{1}{2}$  , le 29 de Juillet à 61 , & le 6 Aoust à 62 , qui est le plus haut où il soit venu ; mais le 2 Septembre il étoit encore à 61  $\frac{1}{2}$ . D'où l'on connoît en general que pendant les mois de Juin , Juillet , Aoust & le commencement de Septembre , il a fait de tres grandes chaleurs.

La plus grande hauteur de la liqueur du Thermometre a été vers les 2 heures après midi à 71 degres  $\frac{1}{2}$  le 5<sup>e</sup> jour d'Aoust.

Il n'est pas tombé de nége ou tres-peu tant au commencement qu'à la fin de cette année.

Pour ce qui est du Barometre dont je me sers à marquer les changemens de la pesanteur de l'air , il est simple & est toujours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire , qui est à 26 toises à peu près plus haut que la riviere dans son état moyen. Le Mercure s'est élevé dans le tuyau à 28 pouces 2 lignes  $\frac{1}{2}$  le 11<sup>e</sup> de Fevrier,



#### 4. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

le vent étoit alors au *Sud*, comme quelques jours devant & après, quoique le Barometre se soit toujours maintenu vers les 28 pouces, ce qui ne s'accorde pas avec ce qu'on observe ordinairement de la hauteur du Mercure dans le Barometre & du vent. Il a été au plus bas à 26 pouces 5 lignes le 20 Decembre avec un vent mediocre de *Sud*, ce qui est fort extraordinaire; car ce grand abaissement du Mercure sembloit marquer quelque grand orage. La difference entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 9 lignes  $\frac{1}{2}$ ; beaucoup plus qu'à l'ordinaire.

M. Amontons ayant proposé cette année à l'Academie un Thermometre comme celui de Santorius, c'est à dire, qui n'est point scellé, & dont les degrés de chaleur se marquent par l'elevation du Mercure dans un tuyau, au lieu d'eau seconde comme avoit fait Santorius, la chaleur & le froid de l'air extérieur agissant sur celui de la phiole du Thermometre, & ayant remarqué que l'eau bouillante dans laquelle il avoit plongé cette phiole ne pouvoit causer qu'une certaine dilatation à l'air qui y étoit renfermé, quelque augmentation qu'on fît au feu pour faire bouillir l'eau, il a jugé que c'étoit un moyen pour avoir un terme connu par toute la terre auquel on pourroit rapporter les differens degrés de dilatation de l'air, ou sa chaleur; & m'ayant donné un de ces Thermometres qu'il avoit rempli comme il a expliqué à l'Academie, je l'ai exposé au grand Soleil d'Esté derriere une vitre & vers le midi dans un lieu bien fermé, j'ay observé que le Mercure s'est élevé au plus haut à 31 pouces 5 lignes vers les 2 heures après midi du cinquième jour d'Aoust, le Mercure de mon Barometre étoit alors à 27 pouces 10 lignes  $\frac{1}{2}$  de hauteur.

La declinaison de l'aiguille aimantée étoit le 22 Septembre 1702 de 8<sup>d</sup> 48' vers l'Occident. Elle a été observée dans le même endroit que les années precedentes, & avec la même aiguille de 8 pouces de long.

# OBSERVATION SUR L'ECLIPSE DE LUNE

*Du 3. Janvier 1703.*

PAR M<sup>re</sup>. CASSINI.

**L**E soir du second jour de Janvier qui preceda l'E-  
clipse de Lune, le Ciel s'étant éclairci, nous fîmes  
des observations pour déterminer le diametre apparent  
de la Lune, & la disposition apparente de ses Taches dans  
son disque par la methode que nous avons expliquée au-  
trefois à l'Academie.

1703.  
10. Janvier.

Cette disposition à l'égard du centre apparent & du  
bord de la Lune varie en peu de temps assez sensible-  
ment, tant en longitude suivant la distance de la Lune à  
son Apogée, qu'en latitude suivant sa distance des nœuds,  
& quelque peu aussi suivant sa hauteur apparente sur l'ho-  
rison. La disposition des Taches qui est dans la Figure in-  
ferée dans la Connoissance des Temps, est la moyenne  
dans laquelle elles se trouvent lorsque la Lune est dans  
son Apogée ou dans son Perigée, & dans l'Ecliptique.

Dans cette Eclipsé qui est arrivée à 46 degré de dis-  
tance de l'Apogée, & à 36 minutes de l'Ecliptique, les  
Taches de la Lune étoient sensiblement plus proches du  
bord Occidental que dans cette Figure. La difference  
étoit de la valeur de 3 degrés & demi d'un grand cercle  
de la Lune, qui est celle qu'on appelle communément  
Libration en longitude. La difference en latitude étoit  
peu sensible.

Nous observâmes la disposition des Taches par le temps  
du passage de l'image de la Lune qui se fait au foyer de la  
Lunette par le fil perpendiculaire à la trace de son mou-  
vement apparent d'Orient en Occident, & par deux au-

tres fils inclinez à cette trace de part & d'autre de 45 degrés, ce qui nous donnoit en même temps le diametre apparent de la Lune que nous déterminâmes le premier.

A 6<sup>h</sup> 17' la Lune passa par le fil perpendiculaire en 2 minutes 13 secondes d'heure, ce que nous vérifiâmes trois fois. Ce temps étant comparé au temps que la Lune employa ce jour-là à son retour au merdien, qui suivant la Connoissance des Temps vérifiée par les observations des jours precedens, fut de 24 heures 51 minutes, pendant lesquelles elle parcourt par son mouvement composé à l'Occident 360 degrés, donne à proportion 32 minutes 6 secondes dans le parallele de la Lune. Cet arc se réduit à l'ordinaire à l'arc d'un grand cercle par le moyen de la declinaison de la Lune, qui dans la Connoissance des Temps se trouve à la même heure de 22 degrés 10 min. faisant comme le Sinus de 90 degrés distance de l'Equinoxial au Pole au Sinus de 67 degré 50 min. complement de la declinaison, qui est la distance de la Lune au Pole, ainsi 32' 7" du parallele de la Lune à 30' 30" d'un grand cercle. Cet arc mesure l'angle que la Lune fait à l'œil, qui est un peu plus grand que celui qu'elle fait au centre de la Terre quand elle est élevée sur l'horison.

Il est aisé de demontrer que la difference entre ces angles est égale à la difference des parallaxes de la hauteur du bord supérieur, & de celle du bord inférieur de la Lune. Nous avons besoin de sçavoir ces parallaxes pour trouver cette difference, & le demi-diametre horizontal de la Lune, que nous avons dit dans le Traité de l'Antiquité de l'Astronomie être à sa parallaxe horizontale comme 15 à 56, ce que nous avons confirmé par des observations faites depuis ce temps-là.

Nous le cherchons en faisant premierement comme 30 à 56; ainsi le diametre apparent 30' 30" à 56' 56", qui est un arc un peu plus grand que celui de la parallaxe horizontale de la Lune, mais qui peut servir à réduire son diametre apparent au diametre horizontal à une seconde près.

Au temps de ces observations le bord inferieur de la Lune étoit élevé sur l'horison de 28 degrés, le supérieur de  $28^{\circ} 30' 30''$ . A ces hauteurs la difference des parallaxes dûe à l'horizontale  $56' 56''$  dans le Canon universel parallatique est de 14 secondes à ôter de  $30' 30''$ , & restent  $30' 16''$  diametre horizontal de la Lune. Or comme 15 est à 56, ainsi le demi-diametre horizontal de la Lune  $15' 8''$  est à la parallaxe horizontal correcte  $56' 30''$ , qui étant employée comme la precedente nous donne la même difference de 14 secondes, negligents les tierces. Y ayant ajouté la parallaxe horizontale du Soleil qui est de dix secondes, suivant les recherches dont nous avons donné plusieurs essais dans le Livre des Voyages de l'Academie, la somme des parallaxes est  $56' 40''$ , d'où ayant ôté le demi-diametre du Soleil qui dans le même Ouvrage & dans la Connoissance des Temps est donné en ce jour-là de  $16' 22''$ , reste le demi-diametre de l'ombre de la Terre de  $40' 18''$ .

Nous décrivîmes donc un cercle dont le diametre avoit cette même proportion au diametre de la Figure de la Lune inserée dans la Connoissance des Temps. Ce cercle nous representoit l'ombre de la Terre dans l'orbe de la Lune par laquelle elle devoit passer. Et parce que dans cette Eclipsé la Lune ayant de la latitude meridionale, les Taches qui sont dans la partie Septentrionale étoient celles qui devoient être éclipsées, nous entreprîmes de les décrire avec une précision qui pût servir à déterminer ses phases.

Nous avons déterminé leur situation dans le disque apparent de la Lune, par rapport à la trace de son mouvement journalier à l'Occident, composé de l'universel & du particulier, de la maniere que nous avons autrefois expliquée dans l'Academie. Cette trace décrite dans le disque de la Lune, decline ordinairement un peu de son parallele à l'équinoxial, à cause du changement de la declinaison. Mais dans cette Eclipsé, quoique la Lune fût déjà avancée de plusieurs degrés dans le Signe du Can-

cer, qui decline dans la partie Orientale vers le Sud ; sa déclinaison Septentrionale ne diminuoit pas sensiblement, à cause que la latitude Meridionale diminuant de même récompensoit la déclinaison contraire de l'arc du Zodiaque qu'elle parcouroit.

Ainsi cette Eclipsé arriva assez précisément au Tropicque de la Lune, quand la trace de son mouvement composé à l'Occident concouroit presque avec l'orbite de la Lune, par laquelle elle va par son mouvement propre vers l'Orient, & avec son parallèle à l'équinoxial ; ce qui ne sçauroit arriver qu'à peu près à cette distance du Tropicque du Cancer, ou du Capricorne.

Lorsque l'ombre passoit par deux ou trois Taches de celles dont on avoit déterminé la situation, on appliquoit dans la figure de la Lune le cercle qui representoit l'ombre, pour marquer la phase, à l'égard de laquelle on trouvoit le centre de l'ombre. On tiroit par ce centre une ligne parallèle à celle de l'orbite de la Lune, par laquelle on la faisoit mouvoir par le mouvement horaire de la Lune au Soleil, que l'on trouvoit par l'observation du progrès de l'ombre sur le disque de la Lune, ce que l'on fit avec plus de loisir après la fin de l'Eclipsé sur la figure qu'on avoit décrite. Cela nous a servi à déterminer le commencement de l'Eclipsé avec plus de précision que nous n'avions fait sans le secours de cette figure ; car nous perdîmes de vûe le bord de la Lune où devoit commencer l'Eclipsé à  $5^h 30' 50''$ , que nous aurions pris pour le commencement véritable, sans les phases suivantes qui nous firent connoître que l'Eclipsé commença trois ou quatre minutes plus tard.

Voici comme elles furent marquées à l'horloge qui accélèroit alors à l'égard du Soleil de 5. secondes, & d'une seconde par heure.

$5^h 37' 0''$  La huitième partie de la circonference de la Lune éclipsée.

$5^h 38' 8''$  L'ombre au milieu entre Aristarque & le bord de la Lune.

$5^h 43' 50''$

- 5<sup>h</sup> 43' 50" L'ombre à la mer *Imbrium*.  
 5 44 30 L'ombre à Heraclides.  
 5 46 40 Aristarque commence.  
 5 47 18 Aristarque au milieu.  
 5 48 10 Aristarque tout dans l'ombre.  
 5 49 10 L'ombre à Plato.  
 5 49 50 Au milieu de Plato.  
 5 53 0 Les cornes de l'Eclipse dans un parallele à l'horison.  
 5 54 30 L'ombre à Galilée.  
 5 56 0 Galilée couvert.  
 5 58 20 Environ le milieu d'Eraſtorenes & Tymocharis.  
 6<sup>h</sup> 0' 0" Kepler qui ne se distingue pas bien.  
 6 2 50 Copernic éloigné de son diametre.  
 6 3 10 Le détroit entre *mare imbrium* & *mare serenitatis*.  
 6 6 0 La Lune se couvre, Copernic & Grimaldi étant prêt d'entrer dans l'ombre.  
 6.13 0 L'ombre par le milieu de Grimaldi, où elle demeure long-temps.  
 6 14 30 Plus précisément au milieu de Grimaldi.  
 6 15 32 L'ombre à Manilius.  
 6 17 50 Grimaldi demeure à la même maniere.  
 6 19 20 Pline environ.  
 6 26 50 Le bord de Caspia *Insula finis medis*, & tout Grimaldi dans l'ombre.  
 6 29 20 L'ombre à Proclus.  
 6 29 40 A Dionysius.  
 6 31 0 Dionysius entierement dans l'ombre.  
 6 37 4 Toute la tache Caspia, *promontorium acutum*, & encore tout Grimaldi dans l'ombre.  
 6 30 10 La Lune se couvre.  
 6 51 0 Grimaldi sort fort lentement.  
 6 52 50 L'ombre au bord de Catavina.  
 6 54 40 Grimaldi entierement hors de l'ombre.  
 7<sup>h</sup> 1' 0" La Lune se couvre.  
 7 4 30 Doigts écliptiques 7<sup>d</sup> 48'.  
 7 8 53 Arcturus passe par le Meridien.  
 1703.

10 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

7<sup>h</sup> 11' 10" L'ombre à Petavius.

7 18 54 Galilée tout decouvert.

Ensuite la Lune se couvre.

7 30 0 Copernic est entierement sorti de l'ombre.

7 39 49 Aristarque decouvert.

Ensuite la Lune se cache dans les nuages , &  
n'en sort plus.

Après l'observation on a déterminé sur la figure de la  
Lune les phases suivantes.

| COMMENCEMENT.    |   | 5 <sup>h</sup> 35' |    |    |
|------------------|---|--------------------|----|----|
| DOITS OBSCURCIS. |   |                    |    |    |
|                  | 1 | 5                  | 40 | 35 |
|                  | 2 | 5                  | 47 | 0  |
|                  | 3 | 5                  | 55 | 0  |
|                  | 4 | 6                  | 3  | 0  |
|                  | 5 | 6                  | 11 | 30 |
|                  | 6 | 6                  | 19 | 25 |
|                  | 7 | 6                  | 31 | 30 |
| MILIEU.          |   | 6                  | 58 | 0  |
|                  | 7 | 7                  | 24 | 30 |
|                  | 7 | 7                  | 36 | 35 |

OBSERVATIONS  
DE L'ECLIPSE PARTIALE  
DE LUNE,

*Arrivée le 3. Janvier au matin en 1703.  
à l'Observatoire Royal.*

PAR M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE.

Nous avons eu le tems plus favorable pour obser- 1703:  
ver cette Eclipsé, qu'on auroit osé l'esperer à cause 10 Janvier.  
de la pluie & de la grande quantité de nuages qui avoient  
couvert le Ciel pendant toute la nuit, & qui le cou-  
vroient encore avec un vent tres-violent un peu avant  
le commencement de l'Eclipsé. L'ombre de la terre sur  
le disque de la Lune a été assez bien terminée, au moins  
dans la plus grande partie des observations, car on re-  
marquoit quelquefois des inégalitez considerables dans  
cet ombre sur les parties les plus claires de la Lune, ce  
qui pouvoit venir des vapeurs épaisses qui couvroient la  
terre aux endroits qui jettoient leur ombre sur le corps  
de la Lune, & à l'inégalité de l'Atmosphere qui détour-  
noient les rayons de lumiere un peu plus dans des en-  
droits que dans d'autres. Il y avoit aussi de tems en tems  
des nuages qui couvroient le corps de la Lune, & qui em-  
pêchoient qu'on ne pût voir l'ombre de la terre bien dis-  
tinctement, ce qui peut avoir causé quelque peu d'erreur  
dans les observations.

On s'est aussi apperçu que dans les observations de la  
quantité de l'Eclipsé qui ont été faites avec le Microme-  
tre, on ne prenoit pas l'ombre la plus forte, mais tirant  
un peu sur la penombre. Cependant comme on avoit  
commencé à faire les observations de cette manière, on



# MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

a continué de même pour n'y pas faire de changement, enforte qu'on ne doit pas s'étonner si en comparant ces observations avec celles qui auront été faites ailleurs, on ne se trouve pas entièrement d'accord.

Pour les observations du passage de l'ombre sur les taches de la Lune, elles ont été faites lorsque l'ombre la plus forte les rencontroit.

Nous nous sommes séparés pour ces observations, l'un a fait seulement celles de la quantité de l'Eclipse avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7 piés de foyer, & l'autre a observé avec une Lunette de même grandeur le passage de l'ombre par les taches.

Dans le commencement de l'Eclipse l'ombre n'étoit pas bien terminée, cependant on l'a marqué le plus juste qu'il a été possible, & l'on donne ici les observations telles qu'on les a faites de suite; enfin on a réduit en doigts & en minutes de doit la quantité éclipsee qu'on a observée en minutes & en secondes de degré.

| <i>Temps.</i>           | <i>Minutes &amp; secondes<br/>de la partie éclipsee.</i> | <i>Doits &amp; Minutes<br/>de doit de l'Eclipse.</i> |
|-------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| à 5 <sup>h</sup> 36' 0" | Commencement.                                            | Doit.                                                |
| 42 5                    | 2 32"                                                    | 1 0'                                                 |
| 44 20                   | 3 10                                                     | 1 15                                                 |
| 46 10                   | 3 48                                                     | 1 30                                                 |
| 48 40                   | 5 4                                                      | 2 0                                                  |
| 54 5                    | 6 58                                                     | 2 45                                                 |
| 56 40                   | 7 36                                                     | 3 0                                                  |
| 58 40                   | 8 14                                                     | 3 15                                                 |
| 59 40                   | 8 52                                                     | 3 30                                                 |
| 6 1 30                  | 9 30                                                     | 3 45                                                 |
| 3 12                    | 10 8                                                     | 4 0                                                  |
| 14 10                   | 13 51                                                    | 5 28                                                 |
| 16 55                   | 14 29                                                    | 5 43                                                 |
| 19 50                   | 15 7                                                     | 5 58                                                 |
| 22 20                   | 15 45                                                    | 6 13                                                 |
| 25 20                   | 16 23                                                    | 6 28                                                 |

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 31 | 30 | 17 | 3  | 6  | 44 |    |
| 33 | 20 | 17 | 39 | 6  | 58 |    |
| 37 | 40 | 18 | 15 | 7  | 12 |    |
| 46 | 20 | 18 | 55 | 7  | 28 |    |
| 51 | 40 | 19 | 33 | 7  | 43 |    |
| 54 | 40 | 19 | 42 | 7  | 46 |    |
| 7  | 3  | 40 | 20 | 11 | 7  | 58 |
|    | 8  | 40 | 19 | 33 | 7  | 43 |
|    | 12 | 40 | 18 | 55 | 7  | 28 |
|    | 19 | 10 | 18 | 15 | 7  | 12 |

Après ce tems-là on ne pût faire aucunes observations exactes, quoique la Lune fût encore assez élevée sur l'horizon, puisqu'elle ne se coucha que 37' après ; car il y avoit trop de nuages dans cette partie du Ciel.

*Observations de l'ombre de la terre par les taches de la Lune.*

| Temps.                 | NOMS DES TACHES.                       |
|------------------------|----------------------------------------|
| à                      | <i>Immersion dans l'ombre.</i>         |
| 5 <sup>h</sup> 46' 40" | Le milieu d'Aristarchus.               |
| 50 2                   | Le milieu de Platon.                   |
| 57 28                  | Eratostene.                            |
| 6 3 12                 | Commencement de la Mer de Serenité.    |
| 15 30                  | Manilius.                              |
| 16 55                  | Le milieu de Grimaldi.                 |
| 17 40                  | Menelaus.                              |
| 21 50                  | Plinius.                               |
| 25 16                  | Le milieu de l'Isle du Sinus moyen.    |
| 27 2                   | Commencement de la Mer des Crises.     |
| 37 22                  | Fin de la Mer des Crises.              |
| 46 40                  | Le milieu de Grimaldi sort de l'ombre. |
| 53 20                  | Fracastorius.                          |
| 55 20                  | Fin de Grimaldi.                       |
| 7 6 20                 | Bullialdus.                            |
| 17 55                  | Galileus.                              |

#### 14 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Si l'on vouloit conclure le commencement de l'Eclipse par les premiers doits observez, on trouveroit qu'elle auroit commencé à  $5^h 35' 30''$ . Nos Ephemerides portent  $5^h 36' 29''$ , ce qui ne seroit éloigné de l'observation que de 1'. Mais les Ephemerides de Mezzavacca donnent ce commencement réduit à Paris à  $5^h 11' 58''$ , en prenant pour difference de meridiens entre Paris & Boulogne  $35' 35''$ , enforte qu'il est écarté du vrai de  $25' 42''$ .

Pour le tems du milieu de l'Eclipse, comme il n'est pas possible de le déterminer par la plus grande obscurité, à cause que l'ombre n'augmente pas ou ne diminue pas assez sensiblement vers ce tems-là, & que d'ailleurs on n'en a pas pû voir la fin, nous le pourrons conclure assez bien par les phases correspondantes tant devant qu'après, & nous le trouverons par l'une de ces comparaisons à  $6^h 58' 25''$ , par une autre à  $6^h 59' 30''$ , & par une troisième à  $7^h 0' 10''$ . Nous l'avions estimée à  $7^h 3' 40''$  dans le tems où nous avons marqué la plus grande obscurité : mais cette observation ne scauroit être bien juste non plus que la quantité, à cause que l'ombre n'étoit pas alors bien terminée, la Lune étant trop proche de l'horison, & le Ciel rempli de nuages legers. Nos Ephemerides donnent le milieu à  $7^h 3' 18''$ , & celles de Mezzavacca à  $7^h 39' 7''$  toute reduction faite, & il est écarté de l'observation de plus d'une demi heure.

A la hauteur de  $14^{\circ} \frac{1}{2}$  le diametre de la Lune étoit de  $30' 23''$ , donc le diametre horizontal  $30' 18''$ , l'observation a été faite avec le Micrometre.



## OBSERVATION

## D'UNE TACHE

## DANS LE SOLEIL.

PAR M. CASSINI le fils.

Nous avons continué d'observer la Tache que nous  
 apperçûmes dans le disque du Soleil le 22 du mois  
 de Decembre de l'année 1702. 1703.  
10. Janvier.

Sa longitude du bord Oriental du Soleil étoit ce jour-  
 là à midy de  $45^{\text{d}} \frac{1}{4}$ .

Le 23 le Ciel fut couvert.

Nous l'observâmes le 24 à midy. Sa longitude étoit  
 alors de  $72^{\text{d}} 30'$ .

Le 25 à midy sa longitude étoit de  $86^{\text{d}} 30'$ .

Le 26 le Ciel fut couvert, & nous l'observâmes le 27  
 à 8<sup>h</sup> du matin. Sa longitude étoit de  $110^{\text{d}}$ .

Nous ne pûmes ensuite l'observer que le 30 à 2<sup>h</sup> du soir.  
 Sa longitude étoit de  $152^{\text{d}} \frac{1}{2}$ . Elle paroissoit encore fort  
 grosse, quoiqu'elle fut assez proche du bord Occidental  
 du Soleil, de sorte qu'on l'auroit pû voir encore le 31, si  
 le Ciel n'eût pas été couvert.

La déclinaison Meridionale de cette Tache étoit dans  
 les premières observations de 10 à 11 degrés. Dans les  
 dernières il y avoit quelques irrégularitez, que je ne sçay  
 si l'on doit attribuer à quelques mouvemens particuliers  
 de la Tache, ou à la difficulté qu'on avoit de déterminer  
 sa situation, à cause du mauvais tems & des vents qu'il a  
 toujours fait pendant le tems que cette Tache a été dans  
 le disque apparent du Soleil.

Suivant ces observations, & principalement celle du  
 25, cette Tache a passé par le milieu du parallele qu'elle  
 décrit dans le Soleil le 25 Decembre 1702 à 6<sup>h</sup> du soir,

& supposant sa révolution apparente de 27 jours 12<sup>h</sup> telle que nous l'avons déterminé dans les Memoires précédens, elle a dû entrer dans le disque du Soleil le 18 sur les 9<sup>h</sup> du soir, & elle en est sortie le 1 Janvier de cette année 1703 à 3<sup>h</sup> du soir. Cependant on ne pût l'appercevoir ce jour-là au lever du Soleil, même avec de grandes Lunettes, à cause peut être de l'obliquité de la surface du Soleil sur le bord. Si cette Tache ne se dissipe pas avant son retour, elle se trouvera sur le disque apparent du Soleil le 15 à 9<sup>h</sup> du matin, & on pourra la voir le 16 de ce mois de Janvier.

## OBSERVATIONS

## D'UNE TACHE

*Qui a paru dans le Soleil au mois de Decembre 1702.  
à l'Observatoire.*

PAR M<sup>rs</sup>. DE LA HIRE.

1703.  
10. Janvier.

LE 22 Decembre 1702, en observant le Soleil dans son passage par le Meridien, nous apperçûmes une Tache vers le bord Oriental du Soleil : Elle étoit de mediocre grandeur, & composée de deux principales Taches qui étoient environnées d'un espee de nuage terminé dans ses bords, & qui étoit plus clair autour de la Tache que vers ses extremités, comme on voit ordinairement ces sortes de Taches. On l'auroit pû voir un peu plutôt si le Ciel avoit été serein. Nous l'avons suivie avec assez de peine dans tout son cours sur le disque apparent du Soleil, à cause du mauvais tems qui a toujours regné. Cette Tache ne convient pas avec celle que nous avons observée au mois de Novembre 1700, ni avec celle du mois de May de cette année, enforte qu'on ne peut pas dire

dire que ce soit la même qui a commencé à reparoître après un certain nombre de révolutions , pendant lesquelles elle auroit été entièrement plongée dans la matière du Soleil.

Les observations que nous avons faites quand on l'a pû voir , font connoître que son mouvement apparent a été en ligne courbe. Le diametre de toute la masse qui l'environnoit pouvoit avoir à peu près une demie-minute , & l'on a toujours observé la plus grosse des deux Taches dont elle étoit composée.

Le 22 Decembre à midy la Tache passa par le Meridien  $1^{\circ} 59''$ , après le premier bord du Soleil qui emploïoit alors dans son passage  $2^{\circ} 22''$ . La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $17^{\circ} 4' 35''$ , & le bord supérieur du Soleil de  $18^{\circ} 0' 40''$ , d'où l'on connoît qu'elle étoit alors dans la partie Meridionale du Soleil.

Le 24 la Tache passa au Meridien après le premier bord du Soleil  $1^{\circ} 30''$ . Sa hauteur Meridienne apparente étoit de  $17^{\circ} 42' 20''$ .

Le 26 la Tache passa après le premier bord du Soleil  $58''$ . Sa hauteur Meridienne étoit de  $17^{\circ} 46' 30''$ .

Le 27 vers midy la difference du passage par un Meridien entre la Tache & le premier bord du Soleil étoit de  $44'$ .

Le 29 vers les  $11^h$  la distance de la Tache entre un Meridien qui touchoit le bord Occidental du Soleil étoit  $4' 6''$  observé avec le Micrometre , & la difference de déclinaison de la Tache & du bord inférieur du Soleil étoit de  $12' 40''$  observée aussi avec le Micrometre.

Le 30 vers  $3^h$  après midy la distance de la Tache entre un Meridien qui touchoit le bord Occidentale du Soleil étoit de  $2' 40''$  observé avec le Micrometre , & la difference de déclinaison de la Tache & du bord inférieur du Soleil parut aussi de  $12' 40''$ .

Le premier Janvier 1703 il ne restoit plus dans le Soleil aucune apparence de la Tache.

# HISTOIRE DES SYMPTOMES SURVENUS A UNE DAME,

*à l'occasion d'un Remede appliqué pour des Dartres.*

PAR M. DU VERNEY, le jeune.

1703.  
24 Janvier.

UNE femme de bon tempérament ayant eu à l'âge de quarante ans quatorze enfans & plusieurs fausses couches, s'avisâ de vouloir faire guerir des Dartres farineuses qu'elle avoit sur les mains depuis huit ou dix ans, ensuite d'une couche. Elle s'adressa pour cet effet à un homme qui lui donna d'une eau claire comme de l'eau de fontaine, dont elle se servit sans aucune précaution. Les Dartres disparurent en vingt-quatre heures; mais en même tems elle eut des envies de vomir cruelles, & se sentit un espece d'étouffement. Ces symptômes ne cessèrent dans ces parties que pour se répandre sur d'autres, de sorte qu'à mesure que l'estomac & la poitrine se rétablirent par le regime, la tête fût attaquée, & elle ne se trouva débarrassée que par une fluxion sur le visage en maniere d'érésipelle dartreuse aux côtez du nez. Jusques là cette Dame avoit été en regle; alors cet écoulement periodique cessa, la fluxion érisipelateuse augmenta, le nez & les levres grossirent, les paupieres enflerent, les yeux furent fermez durant plusieurs mois, toutes les sources de la salive se gonflerent, les levres se renverserent, & la peau du visage s'ointoit dès qu'on y touchoit; toutes les dents de la machoire inferieure, & la plus grande partie de celles de la superieure tomberent sans avoir changé de couleur, le nez resta écrasé sans qu'il y ait eu aucune supuration, & sans qu'on ait vû sortir aucune esquille. Depuis ce tems-là jusqu'à present, c'est à dire, durant onze à douze ans la malade a toûjours été incom-

modée dans les changemens de saison , surtout au Printemps , d'une espece d'érésipelle à la levre inferieure , qui la grossissoit & la renversoit quand la fluxion étoit forte. Cette fluxion fut plus considerable en Avril 1700 qu'elle n'avoit été il y avoit long-tems , elle lui causa une salivation tres-violente. Se trouvant un jour plus incommodée que de coûtume , elle porta le doigt dans la bouche pour la nettoyer , elle sentit le long de la gencive de la machoire inferieure quelque chose de dur & d'inégal à peu près comme des dents. Cette nouveauté l'obligea d'appeller un Chirurgien , qui crût après y avoir porté le doigt que c'étoit les alveolles qui se decouvroient. Il lui fit faire quelques gargarismes , qui n'empêcherent pas le progrès de la maladie. On demanda du conseil , qui fut surpris de la singularité de la maladie , laquelle augmentoit de jour à autre en s'élevant sur la gencive comme auroit fait des dents , neanmoins sans en avoir la figure. Ce corps étranger paroissoit au toucher une matiere pierreuse , & comme on craignoit que par sa hauteur il n'occupât bientôt l'espace qui est naturellement entre les deux machoires , on fit nouvelle consultation , les avis furent differens , & la malade sans soulagement. Quelques jours après je fus mandé chez la malade , & je me déterminai à tenter de lui donner quelque secours. Je commençai par affoiblir le flux de bouche en faisant diversion par une tisanne en partie purgative & en partie diaforetique ; j'emploiai en même tems les gargarismes propres à resister à la pourriture & à la puanteur extraordinaire de la bouche. Ces remedes furent faits avec la Sauge , la Menthe sauvage , le Scordium , la Centaurée , le Miel rosat & l'Esprit volatil armoniac. Le flux diminué , & la puanteur corrigée , j'emploiai de nouveaux gargarismes faits avec la fleur de Sureau , la graine de Lin , les Figues & l'Esprit de Nitre dulcifié. J'ébranlois tous les jours cette excroissance sans savoir précisément ce que ce pouvoit être. Le huitième jour du traitement je la séparai , la malade perdit tres peu de sang , & ne sentit presque point de douleur. Je fis conti-



nuer la tisanne, où j'ajoutai les Antiscorbutiques, ce qui réussit tres-bien, le flux fut entierement arrêté, toutes les duretez des glandes fonduës & dissipées, l'appetit & le sommeil bon, de maniere que la malade jouït ensuite d'une meilleure santé.

Dès que ce corps étranger fut sorti, je le mis & lavai dans de l'eau de vie, qu'il remplit d'une matiere semblable à des filers de laine blanche, qui ne se dissolvoient point non plus que dans l'eau; ensuite je m'apperçûs que c'étoit une exfoliation de presque toute la machoire inferieure, dont les porosités étoient remplies & chargées en partie d'une matiere tartareuse, & en partie filamenteuse. Cette exfoliation a beaucoup perdu de son volume en se desséchant.

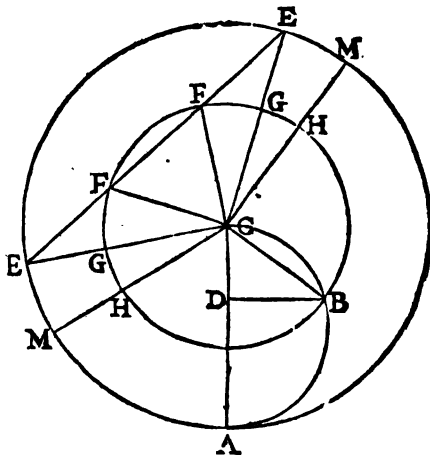
Le 6 Juin de la même année cette Dame se plaignit d'une douleur au front, où il survint de l'enflure qui s'étendoit jusqu'au milieu du nez avec changement de couleur à la peau, & y étant mandé je trouvai de la fluctuation & du bruit.

Je fis ferrer le nez à la malade & souffler dans sa main, la peau de dessus la racine du nez & des environs s'enfla beaucoup. J'ouvris cette tumeur à la racine du nez, il en sortit du vent & des matieres de différentes couleurs, & la peau qui resta comme celle d'une vessie collée sur l'os le laissoit sentir inégal & raboteux comme une pierre ponce. Je n'eus point de curiosité peut-être un peu dangereuse en pareille occasion, je ne découvris point l'os, je me contentai d'y porter une liqueur faite avec la Centaurée, l'Absinte & le Miel durant deux jours seulement, & j'appliquai par-dessus un Cerat fait avec la Cire blanche, le blanc de Balaine, les huiles Anodines, le Mercure doux & le Diaforetique mineral; je lui fis user de la tisanne précédente, & tout fut rétabli en dix ou douze jours.

# MANIERE DE TROUVER une infinité de Portions de cercle, toutes quar- rables, moyennant la seule Geometrie d'E- clide.

PAR M. VARIGNON.

I. **S**OIT  $AEE$  un cer-  
cle donné à dis-  
cretion, dans lequel en  
soit fait un autre aussi  
quelconque concentri-  
que  $BFF$ , avec une  
droite  $EE$  qui les ren-  
contre tous deux comme l'on  
voudra en  $E$  & en  $F$  sans  
passer par leur centre  
commun  $C$ , soit qu'elle  
coupe l'un & l'autre com-  
me l'on voit ici, ou qu'elle  
ne coupe que l'exte-



1703.  
27 Janvier.

rieur & touche seulement l'intérieur comme lorsque les points  $F$  &  $F$  se confondent en un. Je dis que si après avoir tiré de chaque côté dans le grand cercle le rayon  $CE$  qui rencontre le petit cercle en  $G$ , l'on prend aussi de chaque côté sur ce dernier cercle l'arc  $GH$ .  $FG :: GC$ ,  $EC :: GC$ . l'on aura de part & d'autre la portion de cercle  $EFGHM$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ .

**DEMONST.** On sçait que les secteurs  $ECM$  &  $GCH$  sont entr'eux comme les quarrés de leurs rayons  $EC$  &  $GC$  : c'est à dire, le secteur  $ECM$ . secteur  $GCH :: EC^2. GC^2$ . Donc (dividendo) l'espace  $EGHM$ . secteur  $GCH ::  $EC^2. GC^2$  (hyp.) ::  $FG. GH ::$  secteur  $FCG$ . secteur  $GCH$ . Et par conséquent la portion de$

cercle  $EGHM$  est égale au secteur  $FCG$ . Donc en ajoutant de part & d'autre le Triangle mixte  $FGÉ$ , l'on aura aussi la portion de cercle  $EF G H M$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. Pour rendre ceci praticable par la seule Geometrie d'Euclide, soient  $m$  &  $n$  deux nombres entiers, dont le premier  $m$  soit un terme quelconque d'une progression geometrique double, &  $n$  tel autre nombre qu'on voudra. Soit ensuite le rayon  $AC$  du cercle donné, divisé en  $D$  de maniere que le rayon  $AD. DC :: m. n$ . Et en ce point  $D$  la droite  $DB$  perpendiculaire à ce rayon, laquelle soit rencontrée en  $B$  par le demi-cercle  $ABC$  décrit sur ce même rayon comme diametre. Soit enfin décrit du centre  $C$ , & du rayon  $CB$ , le petit cercle  $BFF$ . Je dis que si l'on tire une droite  $EE$  quelconque qui le rencontre en  $F$  comme ci-dessus, & qu'on fasse le rayon  $CE$  qui le rencontre aussi eu  $G$ , l'on pourra toujours faire  $FG. GH :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$ . Et par consequent (*art. 1.*) en tirant les rayons  $CF, CH$ , dont celui-ci soit prolongé jusqu'en  $M$ , on pourra aussi toujours trouver une portion de cercle  $EF G H M$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ , c'est à dire, toujours quarrable.

DEMONSTR. Puisque (*hyp.*)  $m. n :: AD. DC$ . l'on aura aussi (*componendo*)  $m + n. n :: AC. DC :: \overline{AC}^2. \overline{CB}^2 :: \overline{EC}^2. \overline{GC}^2$ . Donc (*dividendo*)  $m. n :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$ . Or  $m$  étant (*hyp.*) un terme d'une progression geometrique double, il est visible par la Prop. 9. Liv. 1. d'Euclide, que quelque soit l'arc  $FG$ , on le pourra toujours diviser en autant de parties égales qu'il y aura d'unités dans  $m$ , & repeter une de ces parties en  $GH$  autant de fois qu'il y aura d'unités dans  $n$ ; Et ainsi avoir toujours  $FG. GH :: m. n$ . Donc la Geometrie seule d'Euclide donnera toujours ici  $FG. GH :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$ . Donc en prolongeant  $CH$  jusqu'en  $M$ , l'on aura aussi toujours (*art. 1.*) la portion de cercle  $EF G H M$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. On voit delà non seulement que le rapport de  $m$  à  $n$  pouvant varier à l'infini sans sortir des conditions requises, on peut aussi trouver une infinité de cercles  $BFF$  qui détermineront de cette manière une infinité de portions quarrables du cercle donné  $AE E$ , sans changer la position de la droite  $EE$  qui les rencontre comme l'on voudra ; mais encore que cette position arbitraire de la droite  $EE$  pouvant varier à l'infini, celui qu'on voudra de ces cercles  $BFF$  pourra seul fournir aussi de même une infinité de portions pareillement quarrables du cercle donné  $AE E$ . D'où l'on voit enfin que les variabilités infinies, tant du cercle  $BFF$ , que de la position de la droite  $EE$ , jointes ensemble, pourront fournir de même par la Geometrie seule d'Euclide, une infinité d'infinités de portions toutes quarrables du cercle donné.

## OBSERVATION

## DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 3. Janvier 1703. faite à Rome par Messieurs  
Bianchini & Maraldi, comparée à la nôtre  
de Paris.

PAR M. CASSINI.

| A Rome.<br>heur. min. sec. |                                                         | à Paris.              | Difference<br>des Merid. |
|----------------------------|---------------------------------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| 4 40 0                     | <b>A</b> Près minuit le diamètre<br>de la Lune 30' 45". |                       | 1703.<br>31. Janvier.    |
| 6 14 0                     | Commencement avec une Lu-<br>nette de 6 palmes.         |                       |                          |
| 6 15 $\frac{1}{2}$         | Commencement avec une de<br>15 palmes.                  | 5 <sup>h</sup> 35' 0" | 0 40' $\frac{1}{2}$ "    |
| 6 24 $\frac{1}{2}$         | L'ombre à Heraclides.                                   | 5 44 25               | 0 40 5                   |
| 6 25 $\frac{1}{2}$         | L'ombre à Promontorium acu-<br>tum.                     |                       |                          |

## 24 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

| <i>A Rome.</i>                    |                                                                                                                                                                             | <i>à Paris.</i>      | <i>Difference<br/>des Merid.</i> |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------|
| 6 <sup>h</sup> 26 $\frac{1}{2}$ " | Deux doigts environ douteuse.                                                                                                                                               | 5 <sup>h</sup> 48' 0 | 0 38' $\frac{1}{2}$              |
| 6 28 17                           | L'ombre à Aristarque.                                                                                                                                                       | 5 46 35              | 0 41 42                          |
| 6 30 0                            | Aristarque est tout caché.                                                                                                                                                  | 5 48                 | 0 41 55                          |
| 6 30 0                            | L'ombre au bord de Plato.                                                                                                                                                   | 5 49                 | 0 40 55                          |
| 6 31 $\frac{1}{2}$                | Deux doigts éclipez.                                                                                                                                                        | 5 48                 | 0 43 $\frac{1}{2}$               |
| nuages.                           |                                                                                                                                                                             |                      |                                  |
| 6 35 0                            | Deux doigts $\frac{1}{4}$ avec la Lunette<br>de 6 palmes.                                                                                                                   |                      |                                  |
| nuag.                             |                                                                                                                                                                             |                      |                                  |
| 6 36 0                            | Deux doigts 24' éclipez envi-<br>ron.                                                                                                                                       |                      |                                  |
| 6 39 $\frac{1}{4}$                | L'ombre à Erastotesne.                                                                                                                                                      |                      |                                  |
| 6 41 0                            | Quatre doigts d'éclipses.                                                                                                                                                   | 6 3 0                | 0 38 0                           |
| 6 48 $\frac{1}{2}$                | Cinq doigts $\frac{2}{3}$ par la Lunette de<br>six palmes.                                                                                                                  |                      |                                  |
| 6 49 $\frac{1}{2}$                | Cinq doigts $\frac{1}{4}$ par la Lunette<br>plus grande.                                                                                                                    |                      |                                  |
| nuag.                             |                                                                                                                                                                             |                      |                                  |
| 6 55 0                            | On ne voit point Grimaldi<br>douteuse.                                                                                                                                      |                      |                                  |
| 6 55 0                            | L'ombre à Manilius.                                                                                                                                                         | 6 15 27              | 37 13                            |
| nuag.                             |                                                                                                                                                                             |                      |                                  |
| 6 58 0                            | On voit le milieu de Grimaldi.<br>Menelaus & Pline sont cachez.                                                                                                             | 6 17 15              | 0 40 45                          |
| 6 58 $\frac{1}{2}$                | Six doigts avec la Lunette de six<br>palmes.                                                                                                                                | 6 21 20              | 0 37 10                          |
| 7 5 0                             | L'ombre paroît au milieu de<br>Messale au travers des nua-<br>ges.                                                                                                          |                      |                                  |
| 7 7 $\frac{1}{2}$                 | Six doigts 35' environ.                                                                                                                                                     |                      |                                  |
| 7 13 0                            | On voit encore la Lune proche de l'horison,<br>mais on n'y peut plus rien distinguer ; le parallele diurne<br>par Aristarque passoit par le milieu de <i>mare Caspium</i> . |                      |                                  |

*Reflexions*

*Reflexions de M. Cassini.*

Parmi les différences des Meridiens qui se tirent de ces observations, les plus certaines sont celles qui se tirent des observations de la tache d'Aristarque, qui est la plus claire & la plus déterminée qui soit dans la Lune. Elles la donnent entre  $41' 42''$  &  $41' 55''$ . Les observations des Eclipses des Satellites de Jupiter faites cette même année à Rome par Messieurs Bianchini & Maraldi, & en même temps à Paris, insérées dans la Connoissance des Temps la donnent de  $40' 11''$  :  $40' 20''$  :  $40' 39''$  :  $41' 9''$  :  $41' 47''$ . Cette dernière est à 5 secondes près de la première observation d'Aristarque, à 8" près de la seconde au milieu entre les deux. Le temps des mêmes phases déterminé par deux Observateurs, & par deux Lunettes de différentes grandeurs différent de quelques minutes. Ce qui sera arrivé de l'estime différente du terme de l'ombre qui n'est pas bien coupée, & se confond souvent avec la noirceur des grandes taches qu'on appelle Mers, quand elle s'y rencontre. La même différence s'est trouvée ordinairement dans la détermination des doits par deux Observateurs à Paris, c'est pourquoi ces observations des doits ne sont pas si propres pour trouver la différence des Meridiens.

Après l'observation de cette dernière Eclipse de Lune, ayant cherché parmi les observations anciennes, des Eclipses partiales & horizontales, comme la nôtre, qui soient arrivées près du même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé une qui arriva le même jour de l'année Julienne, & fort près de la même heure. C'est celle qui au rapport de Ptolomée, au Livre quatrième de son Almageste, fut observée en Babylone l'année 366 de Nabonnassar, quand Phanocrate étoit Archonte à Athenes, dont le commencement fut à  $6^h 36$  minutes après le milieu de la nuit, qui suivit le 26 du mois Thot. Ce temps se rapporte au 22 Décembre de l'année Julienne 383 avant l'Epoque de J. C. Le milieu de cette Eclipse fut déterminé à  $7^h$ .

20 minutes, la Lune s'étant couchée avant la fin de l'Eclipsé, comme il est arrivée à cette dernière observée à Paris.

Le P. Petau au Livre 8 de *Doctrina temporum*, ayant calculé cette Eclipsé ancienne suivant diverses Tables, trouva que toutes excèdent le tems de cette observation, les Alphonfines d'une heure 16 minutes, les Prussiennes de 49 minutes, les Danoïses de 42 minutes, les Parisiennes du même Auteur de 33 minutes; de sorte que suivant quelques-unes de ces Tables toute l'Eclipsé seroit arrivée quand la Lune étoit déjà couchée à Babylone, où elle n'auroit pas pû être observée.

Le P. Riccioli dans son *Astronomie Reformée*, rapporte plusieurs fois ce calcul du P. Petau, & ajoute que les Tables Rudolphines tardent dans cette Eclipsé d'une heure 15 minutes, & que les Philolaïques ne tardent que 2 minutes 50 secondes, tant il y a de diversité entre diverses Tables Astronomiques dans cette Eclipsé si ancienne. Lui-même dont les Tables se conforment dans cet intervalle aux Philolaïques à 5 minutes près, représente cette ancienne Eclipsé tres-exactement.

Ces mêmes Tables du P. Riccioli représenteroient aussi assez bien l'Eclipsé de cette année, sans l'erreur de 10 degrez qui s'est glissée dans l'Epoque de la longitude de l'année 1700, & des centièmes suivantes où elle n'augmente point. Il y a une autre erreur d'un degre 3' & demie dans les nœuds de la Lune en toutes les Epoques des années Juliennes échûës jusqu'à présent, qui s'est aussi glissée dans les mêmes Tables. Elle ne produit à présent que la différence de 5 à 6 minutes dans la latitude de la Lune, & environ d'une minute dans le temps des Eclipses. Si la différence étoit plus grande, elle obligeroit à refaire le calcul de 35 Eclipses marquées aux années Juliennes qu'il compare aux observations, outre 27 autres marquées aux années Gregoriennes qui n'ont point besoin de cette correction des nœuds. On voit par ces calculs que les plus grandes différences entre ces Tables & les Eclipses les plus

anciennes qu'il examine , ne montent qu'une fois à une heure & 40 minutes , une autre fois à 1 heure 5 minutes , & une autre à 43 minutes ; & parce qu'une Eclipsé de Lune ne sçauroit retourner au même jour de l'année Julienne , & près de la même heure qu'après 18 ou 19 années qu'elle emploie à faire le tour du Zodiaque , il n'y sçauroit y avoir d'erreur Chronologique dans la comparaison des années auxquelles les Tables Astronomiques reduites à cette justesse representent deux Eclipses si éloignées , quand il n'y a d'ailleurs sujet de douter de plus de 18 années. Ainsi puisque les Tables du P. Riccioli qui representent ordinairement à une heure près un si grand nombre d'Eclipses , representent assez bien ces deux , reduisant l'année de Nabonnassar à l'année Julienne rapportée à l'Epoque de J. C ; il n'y a point de doute que l'année 366 de Nabonnassar & l'année de l'Archonte Phanocrate ne soit la 383 avant l'Epoque de J. C. C'est la seconde utilité que l'on tire des observations des Eclipses , qui ne servent pas moins à la certitude de la Chronologie , qu'à la perfection de la Geographie.

## OBSERVATION

## DE L'ECLIPSE DE LUNE

*Du 3 Janvier de cette année 1703 , faite à Tours  
par M. Nonnet.*

PAR M. DE LA HIRE le fils.

Quoique M. Nonnet n'ait pas eu un tems fort favorable pour l'observation de l'Eclipsé de Lune , il n'a pas laissé de m'envoyer quelques observations de Tables que je vais rapporter icy.

1703.

31. Janvier.



# 28 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

|                                                          | à Tours.               |                     | à Paris. | Difference. |
|----------------------------------------------------------|------------------------|---------------------|----------|-------------|
| Le commencement                                          | 5 <sup>h</sup> 29' 10" |                     | 5 36 30  | 7' 20"      |
| Harpalus.                                                | 5 32 13                |                     |          |             |
| Aristarcus.                                              | Le milieu.             |                     |          |             |
| Heraclides.                                              | } 5 40 16              |                     | 5 46 40  | 6 24        |
| Helicon.                                                 |                        | Le milieu de Plato. |          |             |
| Com. de Plato dout.                                      | 5 42 20                |                     | 5 50 2   |             |
| Promontoire du<br>Sommeil douteux<br>à cause des nuages. | 6 21 30                |                     |          |             |

La difference de longitude entre Paris. & Tours , tirée du commencement , est tres proche de ce que toutes les observations tant d'Eclipses de Lune , que d'Immersions & Emerfions des Satellites de Jupiter nous ont donné , qui est 7' , puisqu'elle n'est écartée que de 20'. Il n'a pas vû le reste , à cause que le Ciel s'est tout à fait couvert.

## OBSERVATIONS DE L'ECLIPSE DE LUNE

*Du 3 Janvier 1703 , faites à Bologne par Messieurs Manfredi & Stancari , comparée à celles de Paris & de Rome , avec les differences des Meridiens qui en resultent.*

PAR M. CASSINI le fils.

1703.  
28. Fevrier.

L'Immersion des Taches fut observée par une Lunette de 10 pieds &  $\frac{1}{2}$  par M. Manfredi. Les doits Ecliptiques furent observez par un Micrometre placé dans une Lunette de 8 pieds par M. Stancari.

A 6 heures du soir le diametre de la Lune par le Micrometre verifié par les étoiles Equinoxiales 30' 7".

A 6<sup>h</sup> 26' Passage de la Lune par le cercle horaire 2' 13 $\frac{1}{2}$ ".

A 7<sup>h</sup> 11' Passage de la Lune en 2' 14" presque.

A Paris à 6<sup>h</sup> 19' & à 6<sup>h</sup> 27' nous observâmes ce passage en 2' 13", qui réduits à un grand cercle donnent le diamètre apparent de la Lune de 30' 48".

A 16<sup>h</sup> 53' Passage de la Lune par le cercle horaire en 2' 15".

A Paris à 17<sup>h</sup> 20' nous observâmes le même passage de la Lune en 2' 15".

à 18<sup>h</sup> 8' 40" Commencement de l'Eclipse observée.

18 9 40 Commencement tiré des phases suivantes.

18 18 10 Un doit  $\frac{1}{2}$  éclipsé.

18 20 15 Un doit  $\frac{1}{4}$ .

18 20 50 L'ombre à Heraclides.

18 22 20 L'ombre à Helicon.

18 25 10 Tout Aristarque dans l'ombre.

18 26 10 L'ombre à Plato.

18 26 40 Deux doigts  $\frac{1}{2}$ .

18 31 10 Trois doigts.

18 32 15 L'ombre à Galilée.

18 37 10 Kepler déjà couvert.

18 37 40 Trois doigts  $\frac{1}{2}$ .

18 39 40 L'ombre à *mare serenitatis*.

18 40 10 L'ombre à Copernic.

18 42 40 Tout Copernic dans l'ombre.

Quatre doigts  $\frac{1}{4}$ .

Ensuite la Lune se cache dans les nuages.

*Comparaison des Observations choisies de Paris avec  
celles de Bologne & de Rome.*

| <i>A Paris.</i>          |                        | <i>à Bologne.</i>       | <i>Diff. des Me-<br/>ridiens de Pa-<br/>ris à Bologne.</i> |
|--------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------|
| Aristarque dans l'ombre. | 17 <sup>h</sup> 48' 5" | 18 <sup>h</sup> 25' 10" | 0 <sup>h</sup> 37' 5"                                      |
| L'ombre à Plato.         | 17 49 5                | 18 26 10                | 37 5                                                       |
| L'ombre à Galilée.       | 17 54 25               | 18 32 15                | 37 50                                                      |
| Kepler dans l'ombre.     | 17 59 55               | 18 37 10                | 37 15                                                      |

| <i>A Paris.</i>          |                        | <i>à Rome.</i>          | <i>Diff. des Me-<br/>ridiens de Pa-<br/>ris à Rome.</i> |
|--------------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------------------------------------|
| Commencement à           | 17 <sup>h</sup> 35' 0" | 18 <sup>h</sup> 15' 30" | 0 <sup>h</sup> 40' 30                                   |
| L'ombre à Heraclides.    | 17 44 25               | 18 24 30                | 40 5                                                    |
| Aristarque dans l'ombre. | 17 48 5                | 18 30 0                 | 41 55                                                   |
| L'ombre à Plato.         | 17 49 5                | 18 30 0                 | 40 55                                                   |

Par les Satalites de Jupiter dans la Connoissance des  
Temps de 1702.

*Différence des Meridiens  
de Paris à Bologne.*

0<sup>h</sup> 36' 51"  
35 10  
35 43  
35 47  
35 34

*Différence des Meridiens  
de Paris à Rome.*

0<sup>h</sup> 40' 39"  
41 9  
41 47  
40 20  
40 11

# ESSAY DE L'ANALYSE DU SOUFFRE COMMUN.

PAR M. HOMBERG.

Toutes les matieres que nous appellons sulphureuses <sup>1703.</sup>  
sont si embarrassées de matieres terreuses , salines <sup>18. Avril.</sup>  
& aqueuses , que tres-souvent ce n'est que la moindre  
partie de ces mixtes qui merite le nom de souffre que la  
Chimie donne ordinairement aux matieres inflammables ,  
comme sont le souffre commun , les bitumes , les huiles ,  
&c. Quelquefois aussi elle donne le même nom à certai-  
nes matieres qui ne sont nullement inflammables , mais  
seulement colorées sans aucune autre raison , particu-  
lièrement dans les matieres minerales ; ensorte que l'on voit  
le mot de souffre attribué à toutes sortes de matieres mê-  
me tres-oppoées entr'elles , ce qui marque assez que nous  
n'avons qu'une idée fort confuse de ce que c'est que le  
vrai souffre , & que l'on pourroit même dire que nous ne  
le connoissons point du tout.

Cependant comme c'est le principe de Chimie le plus  
considerable , qui doit par consequent être connu , pour  
raisonner intelligiblement dans cet Art , il m'a paru im-  
portant d'en rechercher la nature , & le vrai caractère  
qui le distingue d'avec les autres principes.

J'ai crû que ce seroit un moyen pour y parvenir , que  
d'analyser le plus exactement qu'il se pourra ces matieres  
que la Chimie appelle sulphureuses , afin que par leur dé-  
composition on mette en évidence ce qu'elles ont de par-  
ticulier ; de sorte qu'on en puisse tirer une définition in-  
telligible , que jusqu'à present nous n'avons pas. J'ai déjà  
donné l'analyse des huiles , voici celle du souffre com-  
mun.

Le souffre commun me paroît composé de quatre dif-

ferentes matieres ; ſçavoir , de terre , de ſel , d'une matiere purement graſſe où inflammable , & d'un peu de métal. Les trois premières matieres y ſont à peu près en portions égales , & ſont preſque tout le corps du ſouffre commun , que je ſuppoſe avoir été épuré par la ſublimation de ſa terre ſuperfluë , & dont il n'en eſt reſté que ſeulement autant que le feu de la ſublimation en a pû enlever avec ſes autres principes , ce que nous appellons ordinairement fleurs de ſouffre ; le métal qui ſe trouve dans le ſouffre commun y eſt en ſi petite quantité qu'on pourroit le négliger.

Nous ne pouvons pas par une ſeule operation ſeparer diſtinctement les matieres qui compoſent le ſouffre commun , tant à cauſe de leur étroite liaiſon , que par la grande volatilité de l'huile inflammable du ſouffre , qui emporte preſque toujours les trois autres principes.

Dans le feu clos , c'eſt à dire de la ſublimation ou de la diſtillation , ils ſont emportez tous quatre en même tems , ſans qu'il y ait aucun changement dans leur liaiſon.

Dans le feu ouvert de la flamme , ils ſont emportez auſſi ; mais il ſ'y fait une ſeparation de la matiere bitumineuſe ou graſſe , qui eſt enlevée par la flamme , d'avec la ſaline , qui ſ'accroche ſeulement à l'humidité qu'elle rencontre dans l'air , & compoſe ce que nous appellons eſprit de ſouffre , en quittant toute la matiere inflammable , ſans en retenir la moindre marque ; enſorte que l'eſprit de ſouffre n'eſt que le ſel acide de ce mineral , qui eſt en tout ſemblable à l'eſprit de vitriol.

Il eſt difficile de ſçavoir précifément combien il y a de ſel acide dans une certaine maſſe de ſouffre commun , parce que l'operation pour en tirer ce ſel ſe fait communément en enflammant le ſouffre ; & comme la flamme ne peut ſubſiſter ſans la laiſſer à l'air libre , cet air diſſipe peut être la plus grande partie de l'acide du ſouffre. Cependant il ſ'en conſerve plus ou moins ſelon l'adreſſe de l'artiſte , & ſelon la température de l'air dans lequel on fait.

fait cette operation. Voici la maniere dont je me sers pour le tirer, qui me donne une once & quelquefois une once & demie d'esprit acide par livre de fleur de soufre.

Je prends un ballon de verre le plus gros que je puis avoir, j'y fais une ouverture d'environ huit ou dix pouces, je suspends ce ballon en guise de cloche immédiatement au dessus d'un pot de terre qui doit avoir cinq ou six pouces de diametre & autant d'ouverture, je fais fondre auparavant dix ou douze livres de soufre dans ce pot jusqu'à ce qu'il soit plein de soufre fondu, j'y mets le feu en sorte que le soufre brûle dans toute sa superficie, je lui approche le ballon aussi près qu'il est possible sans éteindre le soufre, il dégoute du ballon l'esprit acide dans une terrine vernissée, au milieu de laquelle est posé sur un godet renversé le pot qui tient le soufre fondu & allumé. Une machine disposée de cette maniere, & qui est en train d'aller, donne cinq ou six onces d'esprit de soufre en vingt quatre heures.

Cette operation n'est autre chose que l'operation ordinaire de la cloche qui produit peu d'esprit acide, corrigée d'une maniere qu'elle en donne davantage. Sa correction consiste principalement en deux choses : La premiere est de substituer un gros ballon ouvert à la place de la cloche des Jardiniers ; la cloche a tres peu de capacité en dedans, & une fort grande ouverture évasée en dehors : le ballon a une grande capacité en dedans, & une petite ouverture. Le peu de capacité de la cloche fait que peu d'esprit s'y peut attacher, & sa grande ouverture évasée donne une trop grande facilité à la fumée du soufre de s'échaper, & de se perdre en l'air ; le ballon ouvert remédie à ces inconveniens. La seconde correction est qu'on prenoit trop peu de soufre à la fois, & encore n'étoit-il souvent pas fondu, & par consequent non en état de monter en esprit aussi abondamment qu'il le faut pour le recueillir commodément ; ce qui est si vrai, que si le pot n'est pas de la capacité au moins de

dix ou de douze livres, s'il n'est pas toujours plein, & si le soufre n'est pas fondu jusqu'au fond du pot, le soufre se consomme peu à peu, & l'on n'en tire point, ou très-peu d'esprit acide.

Il faut avoir soin de nettoyer de tems en tems avec un fil de fer la superficie du soufre qui brûle; car il s'y fait des croûtes terreuses qui ne donnent point de flamme, & le font éteindre quelquefois tout à fait: ce qui n'arrive qu'au soufre qui tient beaucoup de terre, comme sont le soufre blanchâtre, ou noirâtre, ou celui qui a un œil verdâtre, le soufre d'un beau jaune n'y est pas tant sujet.

Quoique cette operation donne plus d'esprit acide que l'operation ordinaire, cependant il s'en dissipe encore une très-grande quantité; ce qui s'observe par la forte odeur de soufre qui environne les vaisseaux qui sont en operation, en sorte qu'on ne sauroit par cette operation s'assurer de la quantité que le mixte en contient.

Cet esprit acide est entierement depouillé de son huile inflammable; il est très-propre à se mettre en sel volatil presque insipide, comme fait l'esprit acide du vitriol, auquel il est semblable, & même l'on pourroit dire que c'est la même chose.

Voilà donc l'un des principes du soufre commun, savoir son sel dégagé des autres principes, réengagé cependant de nouveau dans le vehicule ordinaire des sels acides, c'est à dire dans l'humidité que ce sel a rencontré dans l'air en s'élevant en fumée par la flamme; dans cette operation la matiere huileuse ou inflammable du soufre aussi bien que la matiere terreuse sont dissipées en l'air, & perduës pour l'artiste.

J'ai séparé les principes qui composent le soufre commun, en conservant chaque principe séparément par l'operation suivante.

Mettez dans un matras, qui contient environ deux pintes, quatre onces de fleurs de soufre commun, versez dessus une livre d'huile distillée de fenouil ou de therobentine, laissez en digestion forte pendant huit jours,

L'huile dissoudra tout le souffre, & deviendra d'une couleur rouge tres foncée, laissez refroidir le vaisseau, & vous y trouverez environ les trois quarts de vôtre souffre cristallisé en eguilles jaunes, versez la teinture par inclination, que vous garderez à part, versez de la nouvelle huile de therebentine une livre sur ces cristaux de souffre, remettez en digestion comme auparavant, le vaisseau étant froid, versez la teinture par inclination, que vous ajouterez à la premiere, & vous trouverez vôtre souffre diminué considerablement; faites ceci quatre ou cinq fois, & toutes vos fleurs de souffre resteront dissoutes à froid dans l'huile de therebentine. Mettez toutes ces dissolutions ou teintures de souffre dans une cornuë de verre assez grande, car la matiere se gonfle à la fin, & distillez à tres petit feu en douze ou quinze jours & nuits, il en sortira les deux tiers environ de l'huile de therebentine sans aucune couleur, & en même tems environ quatre onces d'une eau blanchâtre pesante & aussi acide que du bon esprit de vitriol, après quoi les gouttes de l'huile commenceront à distiller rouges; vous changerez de recipient, & vous augmenterez pour lors le feu par degrez, & en sept ou huit heures de tems vous chasserez avec un fort grand feu tout ce qui voudra s'en distiller, en prenant pour recipient une cornuë de verre, la plûpart de l'huile passera à la fin fort épaisse & fort colorée dans le recipient, accompagnée encore d'une eau blanchâtre & tres-acide. Il restera dans la cornuë une tête morte noire, spongieuse ou feuillonnée, luisante & insipide, qui pesera plus de deux onces & demie. Cette tête morte ne blanchir, ni ne s'enflame, ni ne se diminue considerablement au grand feu.

La matiere qui a passé dans le recipient se distillera par un tres-petit feu pendant plusieurs jours & nuits pour en separer encore l'huile non colorée & le reste de l'eau acide, jusqu'à ce que l'huile commence à passer rouge, il faut pour lors retirer la cornuë du feu, & verser sur la matiere gommeuse & noire qui reste, une demie livre de bon esprit de vin, mêler le tout bien ensemble, & distil-



ler à fort petit feu ; l'esprit de vin étant passé , vous verserez une demie livre de nouvel esprit de vin sur la gomme noire qui reste dans la cornue , & distillerez comme devant ; faites ceci tant de fois que l'esprit de vin qui passe n'ait plus de mauvaise odeur.

Ces distillations de l'esprit de vin emportent de la gomme noire qui reste dans la cornue une partie de l'acide du soufre que les premières distillations n'en pouvoient pas separer ; & comme l'esprit de vin emporte avec l'acide toute la mauvaise odeur que les dissolutions du soufre commun ont ordinairement , je soupçonne que l'acide du soufre pourroit bien être la cause de cette odeur insupportable qui accompagne ces dissolutions.

Pour sçavoir à peu près combien il s'étoit séparé de sel acide de quatre onces de fleur de soufre , j'ai pris deux onces de sel de tartre bien sec , je l'ai dissout dans de l'eau commune , j'ai versé dans cette dissolution toutes les eaux blanchâtres & acides que j'avois distillées de ces quatre onces de soufre , il s'est fait une ébullition fort considérable , & après avoir évaporé toute l'eau & séché le sel de tartre , il s'est trouvé augmenté de trois gros & seize grains , que je compte être le sel acide que les distillations ont séparé du soufre que j'y avois employé.

J'ai examiné la première tête morte noire , spongieuse , luisante & insipide pour sçavoir ce qu'elle pouvoit contenir , en la faisant rougir dans un creuset à la forge , elle a donné un peu d'exhalaison qui sentoit le soufre allumé , elle s'est diminuée de deux gros , & étant retirée du feu , elle ne m'a pas paruée changée , ni au goût , ni en couleur , ni en consistance.

Je l'ai exposée ensuite au verre ardent , elle ne s'est point fondue ni enflammée , mais il en est sorti beaucoup de fumée d'une odeur d'eau forte qui bouilliroit , je l'ai retirée du foyer lorsqu'elle ne fumoit plus , elle étoit diminuée environ de la moitié , & ce qui restoit étoit noir , luisant , feuilleté & sans goût , n'ayant en apparence changé en aucune manière au verre ardent.

J'ai jugé que cette matiere étoit la partie terreuse du souffre commun ; elle a pesé après avoir été exposée au Soleil une once & près d'un gros, ce qui fait un peu plus d'un quart du total ; je n'ai pas pû la fondre seule au verre ardent , je lui ai donc ajouté un peu de borax , & elle s'est fonduë en un verre de couleur grise brune , & comme ce verre ayant été gardé en un lieu humide s'est couvert d'un peu de verd de gris, j'ai reconnu que le souffre que j'avois employé avoit contenu un peu de cuivre , mais en si petite quantité , que je n'ai pas pû l'en separer en forme de merail.

Il y a toute apparence que la fumée qui est sortie de cette terre pendant qu'elle étoit exposée au verre ardent, est un reste de la matiere huileuse & du sel acide du souffre commun , que le feu ordinaire n'étoit pas capable d'en separer ; je juge que dans cette évaporation il pouvoit bien y avoir eu autant de matiere huileuse que de sel acide , & qu'ainsi il pouvoit bien y avoir eu environ trois gros de sel acide dans cette tête morte, lesquels joints aux trois gros & seize grains tirez des eaux acides distillées , il paroît qu'on peut compter vrai-semblablement sur six gros de sel acide environ dans quatre onces de fleur de souffre , qui sont près d'un fixième du total.

L'on pourroit s'étonner de la quantité d'eau qui s'est trouvée dans nos distillations, n'y ayant aucune matiere sensiblement aqueuse , ni dans l'huile de therebentine , ni dans la fleur de souffre ; mais quand on considerera que dans l'air il y a toujours beaucoup d'humidité qui peut servir de vehicule & de dissolvant aux sels acides, on en sera moins étonné ; à quoi si l'on veut ajouter que la plus grande partie des huiles distillées sont de l'eau toute pure , comme je l'ai verifié par l'analyse des huiles que j'ai donné il y a quelques années. L'on concevra aisément que le sel acide du souffre commun aura pû trouver assez de liqueur aqueuse dans la grande quantité d'huile de therebentine qui tenoit le souffre en dissolution , pour lui servir de vehicule , & passer par la distillation en esprit acide.

Il paroît étrange que la tête morte qui demeure dans la cornuë après la premiere distillation soit si copieuse , & qu'elle ne diminuë presque pas dans le grand feu , puis- que le souffre qui l'a produit a été auparavant si volatil , que toute la masse en a été sublimée dans la fleur de souffre , ce qui pourroit être une preuve que toute la volatilité du souffre ne consiste que dans son huile ou dans sa partie inflammable , laquelle ayant été séparée de ses autres principes , & passée par le bec de la cornuë avec l'huile de therebentine qu'on lui avoit joint ; ces autres principes , particulièrement la terre , ne se sont pas trouvez capables d'être enlevez par la flame.

La matiere gommeuse noire qui reste dans la seconde cornuë après les distillations de l'esprit de vin , me paroît n'être autre chose que le vrai souffre du souffre commun , ou sa partie inflammable , ayant gardé pour vehicule seulement autant d'huile distillée qu'il étoit besoin pour en être retenu ; car le souffre principe , aussi bien que le sel principe , m'ont paru jusqu'à présent ne pouvoir pas nous devenir sensibles , s'ils ne sont enchaînez , pour ainsi dire , ou retenus par quelqu'autre matiere , soit aqueuse , terreuse , ou mercurielle.

Il s'est trouvé près de quatre onces de cette gomme noire , qui ne peuvent pas être produites du souffre seul. Il s'est donc joint à la matiere huileuse du souffre commun une partie de l'huile de therebentine ; ce qui me rend tout à fait incertain de la quantité de la matiere huileuse que le souffre commun peut contenir. Nous avons trouvé plus d'un quart de matiere terreuse , un peu moins qu'un quart de sel acide , qui font à peu près la moitié du total du souffre qui a été employé dans cette operation ; & comme dans toutes les operations de Chimie l'on doit compter sur une perte de la matiere que l'on traite , & que cette operation a été longue avec plusieurs changemens de vaisseaux , je compte que la perte totale est à peu près d'un quart , & qu'ainsi il nous reste un quart environ de matiere huileuse du total du souffre , ce qui fait com-

cevoir un mélange des parties à peu près égales des principes dans le composé du soufre commun.

Cette gomme tirée du soufre commun a une odeur grate & balsamique , ayant perdu entierement la mauvaise odeur que nous observons dans toutes les dissolutions du soufre commun : elle se dissout en partie dans l'esprit de vin , laissant une matiere resineuse & dure qui ne se dissout pas dans l'esprit de vin , ni dans les lessives les plus fortes , mais bien dans les huiles distillées. Je sçai par experience que celle qui se dissout dans l'esprit de vin est un bon remede dans les maladies qui ont pour cause le trop de matieres salines , apparemment par la raison que les sels sont d'ordinaire les matieres qui corrigent la trop grande vivacité des souffres , & les souffres celles qui corrigent la trop grande acrimonie des sels.

Je n'ai pas encore fait assez d'experiences sur cette matiere resineuse , qui ne se dissout pas dans l'esprit de vin , pour en connoître l'usage en Medecine ; mais je sçai qu'elle ne produit pas les mêmes effets que l'autre qui se dissout dans l'esprit de vin.

J'ai dit ci-dessus que l'acide du soufre commun & l'acide du vitriol sont parfaitement la même chose ; ce qui m'a donné occasion de penser ainsi , est premierement que tout ce qui se fait par l'esprit de vitriol , se peut faire de même par l'esprit de soufre & *vice versa*.

Secondement , que l'on peut récomposer du vitriol aussi bien par l'esprit du soufre que par l'esprit du vitriol , sans que l'on puisse trouver aucune difference entre ces deux vitriols factices.

Troisièmement , que le sel de tartre raffiné par l'esprit de soufre , ou par l'esprit de vitriol , produit des cristaux parfaitement égaux ; au lieu que tous les autres esprits acides produisent des cristaux differens avec le sel de tartre ; ces cristaux ressemblans toujours aux sels primitifs dont ils ont été tirez par la violence du feu.

Quatrièmement , & principalement parce qu'on tire le soufre & le vitriol d'une même pierre minerale , voici

comment je m'imagine que ces deux matieres si distinguées entr'elles, sçavoir le souffre commun & le vitriol, se peuvent tirer separément, & sans se confondre, d'une même matrice ou pierre minerale, n'ayant cependant que le même sel acide qui donne la forme à ces deux différentes matieres.

Je suppose donc que la mine du souffre, qui est une marcasite fort dure, pesante & brillante, est une matiere minerale composée de terre, d'un sel acide, d'une huile inflammable & d'un peu de métal. Ce sel acide est capable de dissoudre, & de se joindre separément à chacune des autres trois matieres qui composent la marcasite; mais comme chaque acide dissolvant, parmi les différentes matieres qu'il est capable de dissoudre, il s'en trouve qu'il dissout plus aisément les unes que les autres, nôtre acide dans la marcasite, d'abord qu'on la presente au feu, se joint à ce qu'il est capable de dissoudre le plus aisément, qui est ici la matiere grasse ou inflammable de ce mixte, & compose ce que nous appellons souffre commun, le surplus du sel acide qui reste dans la marcasite, ayant été rendu fluide par l'eau, dissout la partie métallique qu'elle contient, comme une matiere plus aisée à dissoudre que la simple terre qui reste de la marcasite, cette dissolution en est separée par les lotions, lesquelles étant évaporées jusqu'à un certain point, se cristallisent en ce que nous appellons vitriol, qui contient quelquefois du fer, & quelquefois du cuivre selon le métal qui étoit dans la marcasite. Le reste du sel acide ne trouvant plus de métal à dissoudre, dissout enfin une partie de la simple terre de sa marcasite, & compose dans la cristallisation ce que nous appellons alum; en sorte que ces trois différentes matieres, sçavoir le souffre commun, le vitriol & l'alum, sont égaux dans l'acide qu'ils contiennent; leur difference consistant seulement dans les matieres dissoutes, qui sont ou simplement terreuses dans l'alum, ou terreuses & métalliques dans le vitriol, ou terreuses & bitumineuses dans le souffre commun.

# LES OBSERVATIONS DE L'EQUINOXE.

DU PRINTEMPS

*De cette année 1703, comparées avec les plus  
anciennes.*

PAR M. CASSINI.

**L**es observations des Equinoxes les plus recentes, com-<sup>1703.</sup>  
parées avec les plus anciennes, sont censées les plus<sup>18. Avril.</sup>  
propres pour déterminer la grandeur de l'année Equino-  
xiale. Car les erreurs auxquelles ces observations sont ex-  
posées, étant partagées dans la multitude d'années qui  
sont entr'elles, restent d'autant plus imperceptibles en-  
chacune, que le nombre en est plus grand.

L'observation de l'Equinoxe du Printemps de cette  
année 1703, que nous venons de faire à l'Observatoire  
Royal, est éloignée de 47 ans de celle que nous fîmes  
l'an 1656 à Bologne avec nôtre grand Gnomon, dont la  
perpendiculaire est de 1000 pouces du pied de Paris. Elle  
fut alors donnée au public, & ensuite inserée dans l'A-  
stronomie reformée du P. Riccioli. Ces observations com-  
parées ensemble peuvent servir à déterminer la grandeur  
de l'année Solaire en ce siècle, autant que cela se peut par  
des observations faites par la même personne avec une  
grande attention.

Cette même observation est éloignée de la plus an-  
cienne des observations de l'Equinoxe du Printemps que  
nous ayons de 1848 ans. C'est celle qu'Hipparque fit la  
32 année de la troisième Periode de Calippus, que Pro-  
lomée rapporte à la 602 Egyptienne depuis Nabonassar,  
& nos Chronologistes à l'année 146 avant l'Epoque de  
1703.

F.

J. C. dans la forme Julienne. La comparaison de cette observation & des autres qui la suivent avec les nôtres, peut donc servir à trouver la grandeur de l'année moyenne avec la plus grande précision que l'on peut avoir présentement, & la comparaison des extrêmes avec les autres peut servir à examiner s'il y a des inégalitez en divers siècles.

Cette recherche est d'une importance d'autant plus grande, que présentement le saint Siege sur les motifs qui lui ont été representez par ordre du Roy, fait examiner l'état présent du Calendrier Romain par une Congregation de Sçavans, parmi lesquels Sa Sainteté a placé un Sujet de cette Académie Royale des Sciences.

Pour sçavoir à quel degré de justesse nous pouvons aspirer par cette comparaison, nous examinerons en premier lieu les observations d'Hipparque. Elles furent faites par des Armilles ou Cerceaux de bronze, qui avoient été placez pour ces sortes d'observations dans un Portique d'Alexandrie dans le Plan de l'Equinoxial. Ce qui avoit été executé, comme l'on dit, du regne de Ptolomee Evergete, sous la direction d'Eratosthenes son Bibliothecaire, Mathématicien tres. celebre. Au jour de l'Equinoxe la convexité de l'Armille exposée au Soleil faisoit ombre à la concavité opposée. Cette ombre étoit plus étroite que la largeur de l'Armille, à cause de la grandeur apparente du Soleil qui diminueoit l'ombre de part & d'autre, & l'on jugeoit que c'étoit l'Equinoxe lorsque le milieu de la largeur de l'ombre concouroit avec le milieu de la largeur de l'Armille, de sorte que ses bords étoient également éclairez de part & d'autre.

Quand l'Equinoxe arrivoit de nuit, on comparoit l'illumination du jour précédent avec celle du jour suivant, & à proportion de la variation journaliere on calculoit le temps de l'Equinoxe. La variation de l'ombre dans l'Armille se faisoit si lentement, qu'elle n'étoit point évidemment sensible d'une heure à l'autre. On y trouvoit même quelque inégalité dans son progrès journalier, qui s'ap-

percevoit par les grands instrumens. Hipparque qui n'aspiroit qu'à la subtilité qu'il croïoit possible, se contentoit ordinairement de déterminer les Equinoxes à un quart de jour près. Ainsi il ne leur assignoit que le matin, le soir, le midy, & le minuit; & dans les Equinoxes d'Automne il remarque souvent que l'observation d'un Equinoxe différoit d'un quart de jour de l'observation précédente, ce qui en trois fois monta à son compte à trois quarts de jour. Mais dans les Equinoxes du Printemps il n'y eût pas de si grandes différences. Seulement dans la premiere observation qui fut faite avec beaucoup d'attention le 27 de Mekir, qui se rapporte au 24 Mars Julien, 21 Mars Gregorien (ayant étendu l'une & l'autre forme d'année à ce temps-là) Hipparque marqua l'Equinoxe au matin & observa que 5 heures ou environ après, les Armilles étoient également éclairées de part & d'autre; de sorte, dit-il, qu'il y eût une différence d'environ 5 heures entre ces deux observations du même Equinoxe.

Les Modernes attribuent cette différence aux refractions, qui élevant le Soleil le matin, le firent paroître à l'Equinoxial de meilleure heure qu'il n'y fût effectivement; & cessant, ou se réduisant à peu de chose cinq heures après, laisserent voir le Soleil à l'Equinoxial où il étoit avec plus d'évidence. Le rapport de cette observation du 24 de Mars de l'année Julienne 146 avant l'Epoque de J. C. est évident; parce qu'ayant calculé pour ce jour-là le lieu moyen de la Lune par les Tables modernes accommodées aux années Juliennes & à l'Epoque de J. C. où elle se retourne au même jour de l'année à 7 ou 8 degrez près, qu'après 19 années, on le trouve au même degre que par les Tables de Ptolomée accommodées aux années Egyptiennes & à l'Epoque de Nabonassar. Deux autres observations de l'Equinoxe du Printemps qu'Hipparque fit aux années suivantes, s'accordoient à montrer qu'en 4 années Egyptiennes de 365 jours, les Equinoxes retardent à peu près d'un jour.

Car onze ans après la premiere observation, la 43 de



la troisième période Calippique, Hipparque observe l'Equinoxe du Printemps après le minuit entre le 29 & le 30 de Mekir, plus tard dans l'année Egyptienne que le premier Equinoxe de 2 jours & environ trois quarts ; & après 7 autres années, la 30 de la même période, il observa l'Equinoxe le premier jour de Phamenot, qui concourt avec le 23 Mars Julien, 20 Gregorien au coucher du Soleil, un jour & trois quarts plus tard dans l'année Egyptienne, que le second Equinoxe. Ainsi en comparant ces observations ensemble, il trouvoit qu'elles s'accordoient toutes à montrer que les Equinoxes retardent d'une année à l'autre d'un quart de jour. D'où l'on voit que dans le premier Equinoxe il préfera la première observation faite le matin ; à celle qui fut faite le même jour à 5 heures. Ce que Ptolomée fit aussi dans l'usage qu'il fit de cette observation d'Hipparque. Mais il ajoute que dans ces observations il se peut glisser quelque erreur qui monte à un quart de jour.

L'erreur de 6 heures qui font 21600 secondes partagée en 1848 années, qui sont entre la première observation d'Hipparque & la dernière des nôtres, donne à chaque année presque 12 secondes, qui seroit l'erreur à laquelle seroit exposée la grandeur de l'année tirée de la comparai-





de le trouver par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil , corrigées par la refraction & par la parallaxe , & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial : le temps n'ayant pas été propre pour en pratiquer d'autres qui demandent plusieurs observations faites en diverses heures de plusieurs jours avant & après l'Equinoxe.

Nous y avons employé les mêmes refractions , les mêmes parallaxes , & la même hauteur de l'Equinoxial que nous avons donnée dans le Livre des voyages de l'Académie. Car quoiqu'on y trouve quelque peu de différence d'une année à l'autre , elle revient souvent à la même , & ces Elemens sont comme moyens entre les excès & les défauts qu'on y trouve quelquefois.

Par cette maniere en comparant ensemble les observations des hauteurs meridiennes faites plusieurs jours avant , & plusieurs jours après ; & corrigeant les unes par les autres , nous avons trouvé l'Equinoxe du Printemps de cette année 1703 le 21 de Mars à 8 heures du matin. Ce seroit à Alexandrie vers les 10 heures du matin , qui sont 4 heures après le lever du Soleil. Nous negligons icy quelques minutes dont il est inutile de tenir compte dans la comparaison de nos observations avec les anciennes d'Hipparque , dans lesquelles ce grand Astronome ne tenoit ordinairement compte que des quarts de jours , & déclare que ces observations sont sujettes à l'erreur d'un quart de jour. Cette heure est entre la première & la seconde des observations du premier Equinoxe du Printemps faites par Hipparque , une le matin & l'autre sur les 5 heures du jour , & approche plus de la seconde , que les Modernes préfèrent à la première.

Nous avons déjà dit que le jour de cette observation d'Hipparque fut le 21 de Mars dans la forme Gregorienne. En voici la preuve. Dans la forme Gregorienne les centièmes années , à la reserve des 400<sup>mes</sup> après l'Epoque de J. C. sont communes , & ont un jour de moins que 100 Juliennes. Suivant cette regle prolongée en arriere , depuis l'observation d'Hipparque jusqu'à la nôtre en 1848

années Gregoriennes il y auroit eu 14 centièmes années communes. Car la centième avant l'Epoque de J. C. auroit été commune, & depuis l'année de J. C. jusqu'à 1600 après, il y auroit eu 12 centièmes communes. L'année 1700 fut aussi commune, ce qui fait en tout 14 centièmes années communes, qui ôtent 14 jours à 1848 années Juliennes, pour les égaler à 1848 années Gregoriennes. Or puisque la premiere observation d'Hipparque fut faite le 24 Mars Julien, & la nôtre le 10 Mars Julien; il y eut entre ces observations & la nôtre 1848 années Juliennes moins 14 jours. Il y eut donc 1848 années Gregoriennes entieres, qui par consequent se terminent au même jour du mois Gregorien. Nôtre observation fut au 21 Mars Gregorien. Donc celle d'Hipparque fut aussi au 21 Mars Gregorien. Ce qu'il y a encore de particulier dans la comparaison de ces observations, est qu'elles sont arrivées dans les deux formes aux années qui précèdent les Bissextiles immédiatement, & au même jour de la semaine. L'on sçait que les mêmes jours de la semaine retournent aux mêmes jours des années Juliennes, après chaque periode de 28 années Juliennes, qu'on appelle le Cycle Solaire. En 1848 années il y a 66 de ces Cycles Solaires. Donc les mêmes jours de la semaine retournent après 1848 années Juliennes entieres. Mais ce nombre d'années Juliennes excède un pareil nombre d'années Gregoriennes de 14 jours, qui font deux semaines entieres. Ces deux Equinoxes sont donc arrivez le même jour de la semaine, qui fut Mercredi le 21 de Mars. Il y a donc eu entre la plus ancienne des observations des Equinoxes du Printemps que nous ayons, & la derniere des nôtres arrivée fort près de la même heure, non seulement un nombre d'années Gregoriennes entieres, mais aussi un nombre de semaines entieres. L'intervalle entre ces observations, aussi-bien que sa moitié, peut donc être pris pour une Periode Chronologique, composée d'années Solaires Astronomiques & de semaines entieres, & pourroit servir à l'usage Ecclesiastique.

Il est aisé présentement de tirer de ces observations la grandeur de l'année Equinoxiale. Car puisque les Equinoxes ont anticipé de 14 jours en 1848 années Juliennes, ou de 7 jours en 924 de ces années, ils ont anticipé d'un jour en 133 années &  $\frac{1}{7}$ . La correction Gregorienne suppose l'anticipation d'un jour en 133 années Juliennes & un tiers, qui est en raison de 3 jours en 400 années. En partageant 7 jours en 924 années, il vient à chaque année l'anticipation de 10 minutes  $54'' \frac{1}{7}$ , d'où la grandeur de l'année résulte 365 jours 5 heures  $49' 5'' \frac{1}{7}$ .

Nous parlons icy de la grandeur apparente que les Astronomes modernes distinguent de la grandeur moyenne, après la découverte du mouvement de l'Apogée du Soleil inconnu à Ptolomée & à Hipparque. On démontre que la diverse situation de l'Apogée depuis Hipparque jusqu'à présent est cause que l'Equinoxe véritable du Printemps anticipe présentement plus que le moyen, qui retarde à l'égard du véritable; ainsi l'anticipation de l'Equinoxe moyen diminué.

Cette anticipation est diverse suivant diverses Tables. Suivant les nôtres & les autres plus modernes, elle n'excede point 3 heures & trois quarts, qui est au dessous de l'ambiguité des observations anciennes. Si on en veut tenir compte, cette difference en 1848 années donnera 7 secondes à ajouter à l'année cy-dessus trouvée de 365 jours 5 heures  $49' 5''$ , & la grandeur de l'année sera de 365 jours 5 heures  $49' 12''$  comme la Gregorienne, à laquelle par conséquent il n'y a rien à changer, si ce n'est dans la distribution des années Bissextiles parmi les communes. Dans chaque Periode de 400 années qui ramene précisément les Equinoxes à la même heure & minute du même jour de l'année, selon la distribution présente des Bissextiles dans les années Gregoriennes, il y a une variation qui monte à deux jours, & plus de quatre heures.

Nous avions proposé dans les Journaux des Sçavans une maniere facile d'empêcher que cette variation des Equinoxes, qui retardent d'une année commune à l'autre de

5 heures 49 minutes, n'excede jamais un jour entier. C'étoit de laisser Bissextiles toutes les quatre centièmes comme dans la forme Gregorienne, aussi-bien que les quatrièmes d'après jusqu'à la 33, qui seroit commune à l'ordinaire, & rameneroit l'Equinoxe à la même heure du même jour de l'année. C'est pourquoi après chaque 33 années on recommenceroit une période semblable, qui ne seroit interrompue qu'aux quatre centièmes années.

Par cette regle la variation des Equinoxes n'arriveroit jamais à un jour entier, & les autres centièmes années resteroient communes comme dans la forme presente Gregorienne, qui à la verité dans l'usage civil est plus commode que cette forme plus exacte, que nous avons proposée autrefois dans les Journaux.

Nous venons de recevoir les observations faites dernièrement à Rome par le grand Gnomon, que le Pape y a fait construire pour les observations du Soleil à l'usage du Calendrier. M. Maraldi nous a envoyé celles du 21 & 22 de Mars, qui étant comparées ensemble donnent l'Equinoxe au 21 à 9 heures 4 minutes du matin. Ce seroit à Paris à 8 heures 23 minutes, la difference des Meridiens entre Paris & Rome ayant été trouvée par les observations des Eclipses, & particulièrement par celles des Satellites de Jupiter de 41 minutes.

Il est donc arrivé par les observations de Rome 23 minutes plus tard que nous ne l'avions déterminé par celles de Paris. C'est une difference qui dépend de 23 secondes dans les hauteurs meridiennes du Soleil, que l'on a prises avant & après de part & d'autre, qui est extrêmement difficile à éviter, partie par la diversité des instrumens toujours sujets à quelque peu d'erreur, partie par la diversité des refractions. Mais cette difference partagée dans la multitude des années échûes depuis les plus anciennes observations que nous ayons, ne varie pas la grandeur d'une seconde entiere.

L'année Gregorienne est donc aussi juste qu'on la puisse avoir, par la comparaison des observations les plus anciennes,

ciennes, faites par les Armilles avec les plus modernes faites par ce Gnomon. Il est beaucoup plus grand que celui que le Pape Gregoire XIII fit faire pour le même usage au Vatican. Il y a aussi lieu de le supposer plus exact, Sa Sainteté y ayant employé M. Bianchini, qui est un Prelat tres-versé dans les observations Astronomiques, & M. Maraldi de cette Academie Royale, qui travaille depuis long-temps à l'Observatoire Royal, & qui a merité d'être aggregé à la Congregation du Calendrier. Une affaire de cette importance, où l'on emploie les Maîtres de l'art, demande l'inspection immediate du Ciel faite avec toutes les circonspections. C'est ce que Sa Sainteté a voulu faire connoître à tout le monde & à la posterité, par une Medaille où ce Gnomon est figuré avec ces mots : *Gnomone Astronomico ad usum Calendarii constructo*. L'Equinoxe de cette année qui est arrivé le 21. de Mars, où il retournera en ce siecle 8 fois en 33 années, fait assez voir que l'Epoque Gregorienne des Equinoxes n'est pas mal prise.

Nous avons aussi démontré dans les Journaux que la grandeur du mois lunaire Gregorien, qui suppose l'anticipation des nouvelles Lunes dans le Cycle de 19 années, de 8 jours en 2500 années Juliennes, est conforme à celle qui se tire des meilleures Tables Astronomiques, & de la comparaison des observations des Eclipses les plus anciennes avec les plus modernes, qui vaut mieux que toutes les Tables.

Il n'y reste donc qu'à conformer les Epoques des mois Ecclesiastiques aux Astronomiques de la maniere qu'elles y étoient conformes au siecle du Concile de Nicée, auquel le Pape Gregoire XIII. entreprit de les conformer. Car son dessein ne fut pas suivi de ses Mathématiciens dans l'établissement de l'Epoque Lunaire, ayant remis les nouvelles Lunes Ecclesiastiques au commencement des Cycles au jour d'après les Astronomiques, ce qui retarde la Pâque quelquefois d'une semaine, comme il est arrivé cette année 1703, quelquefois l'anticipe de 4



semaines, comme il arrivera l'année prochaine 1704, si l'on tolere cette difference. C'est ce que le Roy fit représenter il y a trois ans par M. le Prince de Monacho, alors son Ambassadeur à Rome, & qui a porté le Pape à instituer la Congregation du Calendrier qui a tenu plusieurs séances sur cette affaire. L'Academie qui a avec elle une correspondance continuelle, en attend la conclusion, suivant l'intention de Sa Majesté, pour s'y conformer dans les réponses aux consultations étrangères sur ce sujet.

Nous avons depuis reçu les observations de ce même Equinoxe faites à Bologne par M. Manfredi, par notre grand Gnomon de saint Petrone, qui le donnent au même temps que nous l'avons observé à Paris, la réduction étant faite par la difference des Meridiens déjà établie par les Eclipses des Satellites de Jupiter.

---

*LE THERMOMETRE  
réduit à une mesure fixe & certaine, & le  
moyen d'y rapporter les observations faites  
avec les anciens Thermometres.*

PAR M. AMONTONS.

1703.  
18. Avril.

**N**ous convenons facilement que la chaleur est la cause generale de tous les effets & de toutes les productions qui se font sur la terre, & que sans elle tout n'y seroit qu'une masse sans mouvement même dans ses parties.

La chaleur étant donc, pour ainsi dire, l'ame de la nature, il est tres-utile aux Physiciens de la sçavoir mesurer avec exactitude, & nous ne pouvons par conséquent disconvenir que les instrumens qui peuvent servir à en déterminer avec précision les differens degres, ne soient de la derniere utilité dans l'étude de la Physique

dont l'objet est la connoissance de ces effets , & de ces productions ; mais comme cette connoissance n'est pas l'ouvrage d'un jour , que c'est au contraire , s'il m'est permis de parler de la sorte , l'ouvrage d'un nombre indefini de siecles , que ce n'est que par une longue suite d'observations qu'on peut y parvenir , & que souvent on ne trouve à en faire l'application que long-temps après qu'elles ont été faites , un des principaux soins que nous devons prendre , c'est celui de leur conservation , afin de transmettre ces observations à une posterité réservée , pour recueillir le fruit du travail de ses peres. C'est ainsi , par exemple , que par la longueur du pendule à secondes nous lui avons déjà assuré toutes celles qui dépendent de la mesure , c'est aussi de cette maniere que par l'équilibre que nous avons trouvé moyen de faire de l'atmosphère avec les liquides , dont nous connoissons la pesanteur , nous pourrions peut-être lui assurer toutes celles qui dépendent de l'air dans lequel nous vivons , qui selon quelques uns contient le premier principe de la vie , & sur lequel par conséquent nous ne pouvons étendre trop loin nos connoissances.

Sanctorius dans ses Commentaires sur Avicenne nous a laissé plusieurs moyens par lesquels ce sçavant Medecin a cru qu'on y pourroit réussir ; mais le Thermometre qu'il a donné agissant pour le moins autant par le poids ou la legereté de l'air , que par son plus ou son moins de chaleur ; c'est avec raison qu'on lui a préféré les Thermometres à esprit de vin , & que nous préferons presentement à ceux-cy , celui dont nous avons donné la description dans les Memoires de Juin 1702 , qu'il seroit inutile de rapporter icy , & qui étant exempt des défauts des anciens Thermometres , ne nous laisseroit plus rien à souhaiter sur cette matiere , s'il se pouvoit transporter aisément , & qu'il ne fût pas necessaire dans l'usage d'y faire la correction du poids de l'air.

Mais comme il faut soigneusement prendre garde à le renverser , ce qui le déregleroit entierement , &

qu'il faut de nécessité à chaque fois qu'on l'observe avoir égard au plus ou au moins de pesanteur de l'atmosphère , pour faire la correction de ce qu'il excède , ou défaut de 18 pouces de mercure , que par cette raison il ne peut convenir à toutes sortes de personnes. On ne doit le considérer que comme propre à perpetuer la connoissance de nos Thermometres aux siècles à venir , & que comme l'é-talon sur lequel on en peut en tout temps regler d'autres à esprit de vin qui ayent la même marche , & qui puissent plus commodément servir aux mêmes usages , en la maniere qu'il va être dit.

*Thermometres à esprit de vin reglez sur les  
Thermometres à air.*

Quant à la figure du verre & à la liqueur qu'il contient, ces Thermometres ne different en rien des ordinaires ; si ce n'est peut être en grandeur & dans leur marche , qui est exactement égale à la marche du Thermometre à air , après la correction du poids de l'air faite.

Quant à la graduation de ces nouveaux Thermometres à esprit de vin , elle est par pouces & par lignes. Il y en a deux , la progression de l'une est en montant , l'autre en descendant.

Celle qui monte indique les degrés de chaleur ; c'est à dire , la quantité de pouces & de lignes en hauteur de mercure que la chaleur fait soutenir au ressort de l'air ; d'où il paroît que l'extrême froid de ce Thermometre seroit celui qui réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort , ce qui seroit un degré de froid beaucoup plus considerable que celui que nous tenons pour tres-froid , puisque l'expérience nous a fait connoître que si la chaleur de l'eau bouillante rend le ressort de l'air capable de soutenir une charge égale à celle de 73 pouces de mercure , le degré de chaleur qui reste dans l'air , quand l'eau se gele , est encore assez

grand pour lui en faire soutenir une égale à  $51 \frac{1}{2}$ , ce qui merite une attention tres-particuliere.

La graduation qui descend montre les degrès de froid au dessous de la chaleur de l'eau bouillante; c'est à dire,

la quantité de  
pouces & de li-  
gnes dont la di-  
minution de cha-  
leur au dessous  
de celle de l'eau  
bouillante, fait  
soutenir moins  
de mercure au  
ressort de l'air,  
& ces degrès de  
chaud & de  
froid que ces  
Thermometres  
marquent en mê-  
me-tems, sont  
toujours com-  
plément l'un à  
l'autre à 73, ce  
qui fait que l'un  
étant connu, l'au-  
tre l'est pareille-  
ment tout ain-  
si qu'il est repre-  
senté par les Fi-  
gures cy-jointes,  
qui marquent en  
quoi la gradua-  
tion de ces nou-  
veaux Thermo-  
metres differe  
de celle des an-  
ciens.

les-chauds  
chaud  
tempere  
froid  
très-froid

ANCIEN THERMOMETRE.

| degrés | de de chaleur. |
|--------|----------------|
| 14     | 59             |
| 15     | 58             |
| 16     | 57             |
| 17     | 56             |
| 18     | 55             |
| 19     | 54             |
| 20     | 53             |
| 21     | 52             |
| 22     | 51             |
| 23     | 50             |
| 24     | 49             |
| 25     | 48             |
| 26     | 47             |
| 27     | 46             |
| 28     | 45             |
| 29     | 44             |
| 30     | 43             |
| 31     | 42             |
| 32     | 41             |
| 33     | 40             |
| 34     | 39             |
| 35     | 38             |
| 36     | 37             |
| 37     | 36             |
| 38     | 35             |
| 39     | 34             |
| 40     | 33             |
| 41     | 32             |
| 42     | 31             |
| 43     | 30             |
| 44     | 29             |
| 45     | 28             |
| 46     | 27             |
| 47     | 26             |
| 48     | 25             |
| 49     | 24             |
| 50     | 23             |
| 51     | 22             |
| 52     | 21             |
| 53     | 20             |
| 54     | 19             |
| 55     | 18             |
| 56     | 17             |
| 57     | 16             |
| 58     | 15             |
| 59     | 14             |
| 60     | 13             |
| 61     | 12             |
| 62     | 11             |
| 63     | 10             |
| 64     | 9              |
| 65     | 8              |
| 66     | 7              |
| 67     | 6              |
| 68     | 5              |
| 69     | 4              |
| 70     | 3              |
| 71     | 2              |
| 72     | 1              |
| 73     | 0              |
| 74     | 1              |
| 75     | 2              |
| 76     | 3              |
| 77     | 4              |
| 78     | 5              |
| 79     | 6              |
| 80     | 7              |
| 81     | 8              |
| 82     | 9              |
| 83     | 10             |
| 84     | 11             |
| 85     | 12             |
| 86     | 13             |
| 87     | 14             |
| 88     | 15             |
| 89     | 16             |
| 90     | 17             |
| 91     | 18             |
| 92     | 19             |
| 93     | 20             |
| 94     | 21             |
| 95     | 22             |
| 96     | 23             |
| 97     | 24             |
| 98     | 25             |
| 99     | 26             |
| 100    | 27             |
| 101    | 28             |
| 102    | 29             |
| 103    | 30             |
| 104    | 31             |
| 105    | 32             |
| 106    | 33             |
| 107    | 34             |
| 108    | 35             |
| 109    | 36             |
| 110    | 37             |
| 111    | 38             |
| 112    | 39             |
| 113    | 40             |
| 114    | 41             |
| 115    | 42             |
| 116    | 43             |
| 117    | 44             |
| 118    | 45             |
| 119    | 46             |
| 120    | 47             |
| 121    | 48             |
| 122    | 49             |
| 123    | 50             |
| 124    | 51             |
| 125    | 52             |
| 126    | 53             |
| 127    | 54             |
| 128    | 55             |
| 129    | 56             |
| 130    | 57             |
| 131    | 58             |
| 132    | 59             |
| 133    | 60             |
| 134    | 61             |
| 135    | 62             |
| 136    | 63             |
| 137    | 64             |
| 138    | 65             |
| 139    | 66             |
| 140    | 67             |
| 141    | 68             |
| 142    | 69             |
| 143    | 70             |
| 144    | 71             |
| 145    | 72             |
| 146    | 73             |
| 147    | 74             |
| 148    | 75             |
| 149    | 76             |
| 150    | 77             |
| 151    | 78             |
| 152    | 79             |
| 153    | 80             |
| 154    | 81             |
| 155    | 82             |
| 156    | 83             |
| 157    | 84             |
| 158    | 85             |
| 159    | 86             |
| 160    | 87             |
| 161    | 88             |
| 162    | 89             |
| 163    | 90             |
| 164    | 91             |
| 165    | 92             |
| 166    | 93             |
| 167    | 94             |
| 168    | 95             |
| 169    | 96             |
| 170    | 97             |
| 171    | 98             |
| 172    | 99             |
| 173    | 100            |
| 174    | 101            |
| 175    | 102            |
| 176    | 103            |
| 177    | 104            |
| 178    | 105            |
| 179    | 106            |
| 180    | 107            |
| 181    | 108            |
| 182    | 109            |
| 183    | 110            |
| 184    | 111            |
| 185    | 112            |
| 186    | 113            |
| 187    | 114            |
| 188    | 115            |
| 189    | 116            |
| 190    | 117            |
| 191    | 118            |
| 192    | 119            |
| 193    | 120            |
| 194    | 121            |
| 195    | 122            |
| 196    | 123            |
| 197    | 124            |
| 198    | 125            |
| 199    | 126            |
| 200    | 127            |
| 201    | 128            |
| 202    | 129            |
| 203    | 130            |
| 204    | 131            |
| 205    | 132            |
| 206    | 133            |
| 207    | 134            |
| 208    | 135            |
| 209    | 136            |
| 210    | 137            |
| 211    | 138            |
| 212    | 139            |
| 213    | 140            |
| 214    | 141            |
| 215    | 142            |
| 216    | 143            |
| 217    | 144            |
| 218    | 145            |
| 219    | 146            |
| 220    | 147            |
| 221    | 148            |
| 222    | 149            |
| 223    | 150            |
| 224    | 151            |
| 225    | 152            |
| 226    | 153            |
| 227    | 154            |
| 228    | 155            |
| 229    | 156            |
| 230    | 157            |
| 231    | 158            |
| 232    | 159            |
| 233    | 160            |
| 234    | 161            |
| 235    | 162            |
| 236    | 163            |
| 237    | 164            |
| 238    | 165            |
| 239    | 166            |
| 240    | 167            |
| 241    | 168            |
| 242    | 169            |
| 243    | 170            |
| 244    | 171            |
| 245    | 172            |
| 246    | 173            |
| 247    | 174            |
| 248    | 175            |
| 249    | 176            |
| 250    | 177            |
| 251    | 178            |
| 252    | 179            |
| 253    | 180            |
| 254    | 181            |
| 255    | 182            |
| 256    | 183            |
| 257    | 184            |
| 258    | 185            |
| 259    | 186            |
| 260    | 187            |
| 261    | 188            |
| 262    | 189            |
| 263    | 190            |
| 264    | 191            |
| 265    | 192            |
| 266    | 193            |
| 267    | 194            |
| 268    | 195            |
| 269    | 196            |
| 270    | 197            |
| 271    | 198            |
| 272    | 199            |
| 273    | 200            |
| 274    | 201            |
| 275    | 202            |
| 276    | 203            |
| 277    | 204            |
| 278    | 205            |
| 279    | 206            |
| 280    | 207            |
| 281    | 208            |
| 282    | 209            |
| 283    | 210            |
| 284    | 211            |
| 285    | 212            |
| 286    | 213            |
| 287    | 214            |
| 288    | 215            |
| 289    | 216            |
| 290    | 217            |
| 291    | 218            |
| 292    | 219            |
| 293    | 220            |
| 294    | 221            |
| 295    | 222            |
| 296    | 223            |
| 297    | 224            |
| 298    | 225            |
| 299    | 226            |
| 300    | 227            |
| 301    | 228            |
| 302    | 229            |
| 303    | 230            |
| 304    | 231            |
| 305    | 232            |
| 306    | 233            |
| 307    | 234            |
| 308    | 235            |
| 309    | 236            |
| 310    | 237            |
| 311    | 238            |
| 312    | 239            |
| 313    | 240            |
| 314    | 241            |
| 315    | 242            |
| 316    | 243            |
| 317    | 244            |
| 318    | 245            |
| 319    | 246            |
| 320    | 247            |
| 321    | 248            |
| 322    | 249            |
| 323    | 250            |
| 324    | 251            |
| 325    | 252            |
| 326    | 253            |
| 327    | 254            |
| 328    | 255            |
| 329    | 256            |
| 330    | 257            |
| 331    | 258            |
| 332    | 259            |
| 333    | 260            |
| 334    | 261            |
| 335    | 262            |
| 336    | 263            |
| 337    | 264            |
| 338    | 265            |
| 339    | 266            |
| 340    | 267            |
| 341    | 268            |
| 342    | 269            |
| 343    | 270            |
| 344    | 271            |
| 345    | 272            |
| 346    | 273            |
| 347    | 274            |
| 348    | 275            |
| 349    | 276            |
| 350    | 277            |
| 351    | 278            |
| 352    | 279            |
| 353    | 280            |
| 354    | 281            |
| 355    | 282            |
| 356    | 283            |
| 357    | 284            |
| 358    | 285            |
| 359    | 286            |
| 360    | 287            |
| 361    | 288            |
| 362    | 289            |
| 363    | 290            |
| 364    | 291            |
| 365    | 292            |
| 366    | 293            |
| 367    | 294            |
| 368    | 295            |
| 369    | 296            |
| 370    | 297            |
| 371    | 298            |
| 372    | 299            |
| 373    | 300            |
| 374    | 301            |
| 375    | 302            |
| 376    | 303            |
| 377    | 304            |
| 378    | 305            |
| 379    | 306            |
| 380    | 307            |
| 381    | 308            |
| 382    | 309            |
| 383    | 310            |
| 384    | 311            |
| 385    | 312            |
| 386    | 313            |
| 387    | 314            |
| 388    | 315            |
| 389    | 316            |
| 390    | 317            |
| 391    | 318            |
| 392    | 319            |
| 393    | 320            |
| 394    | 321            |
| 395    | 322            |
| 396    | 323            |
| 397    | 324            |
| 398    | 325            |
| 399    | 326            |
| 400    | 327            |
| 401    | 328            |
| 402    | 329            |
| 403    | 330            |
| 404    | 331            |
| 405    | 332            |
| 406    | 333            |
| 407    | 334            |
| 408    | 335            |
| 409    | 336            |
| 410    | 337            |
| 411    | 338            |
| 412    | 339            |
| 413    | 340            |
| 414    | 341            |
| 415    | 342            |
| 416    | 343            |
| 417    | 344            |
| 418    | 345            |
| 419    | 346            |
| 420    | 347            |
| 421    | 348            |
| 422    | 349            |
| 423    | 350            |
| 424    | 351            |
| 425    | 352            |
| 426    | 353            |
| 427    | 354            |
| 428    | 355            |
| 429    | 356            |
| 430    | 357            |
| 431    | 358            |
| 432    | 359            |
| 433    | 360            |
| 434    | 361            |
| 435    | 362            |
| 436    | 363            |
| 437    | 364            |
| 438    | 365            |
| 439    | 366            |
| 440    | 367            |
| 441    | 368            |
| 442    | 369            |
| 443    | 370            |
| 444    | 371            |
| 445    | 372            |
| 446    | 373            |
| 447    | 374            |
| 448    | 375            |
| 449    | 376            |
| 450    | 377            |
| 451    | 378            |
| 452    | 379            |
| 453    | 380            |
| 454    | 381            |
| 455    | 382            |
| 456    | 383            |
| 457    | 384            |
| 458    | 385            |
| 459    | 386            |
| 460    | 387            |
| 461    | 388            |
| 462    | 389            |
| 463    | 390            |
| 464    | 391            |
| 465    | 392            |
| 466    | 393            |
| 467    | 394            |
| 468    | 395            |
| 469    | 396            |
| 470    | 397            |
| 471    | 398            |
| 472    | 399            |
| 473    | 400            |
| 474    | 401            |
| 475    | 402            |
| 476    | 403            |
| 477    | 404            |
| 478    | 405            |
| 479    | 406            |
| 480    | 407            |
| 481    | 408            |
| 482    | 409            |
| 483    | 410            |
| 484    | 411            |
| 485    | 412            |
| 486    | 413            |
| 487    | 414            |
| 488    | 415            |
| 489    | 416            |
| 490    | 417            |
| 491    | 418            |
| 492    | 419            |
| 493    | 420            |
| 494    | 421            |
| 495    | 422            |
| 496    | 423            |
| 497    | 424            |
| 498    | 425            |
| 499    | 426            |
| 500    | 427            |
| 501    | 428            |
| 502    | 429            |
| 503    | 430            |
| 504    | 431            |
| 505    | 432            |
| 506    | 433            |
| 507    | 434            |
| 508    | 435            |
| 509    | 436            |
| 510    | 437            |
| 511    | 438            |
| 512    | 439            |
| 513    | 440            |
| 514    | 441            |
| 515    | 442            |
| 516    | 443            |
| 517    | 444            |
| 518    | 445            |
| 519    | 446            |
| 520    | 447            |
| 521    | 448            |
| 522    | 449            |
| 523    | 450            |
| 524    | 451            |
| 525    | 452            |
| 526    | 453            |
| 527    | 454            |
| 528    | 455            |
| 529    | 456            |
| 530    | 457            |
| 531    | 458            |
| 532    | 459            |
| 533    | 460            |
| 534    | 461            |
| 535    | 462            |
| 536    | 463            |
| 537    | 464            |
| 538    | 465            |
| 539    | 466            |
| 540    | 467            |
| 541    | 468            |
| 542    | 469            |
| 543    | 470            |
| 544    | 471            |
| 545    | 472            |
| 546    | 473            |
| 547    | 474            |
| 548    | 475            |
| 549    | 476            |
| 550    | 477            |
| 551    | 478            |
| 552    | 479            |
| 553    | 480            |
| 554    | 481            |
| 555    | 482            |
| 556    | 483            |
| 557    | 484            |
| 558    | 485            |
| 559    | 4              |

Avec ces nouveaux Thermometres on a observé que le plus grand & le moindre degré de chaleur que nous experimentions à Paris, sont à peu près entr'eux comme 6 à 5, si bien que de la plus grande chaleur de l'Esté au plus grand froid de l'Hyver, il n'y a gueres qu'un sixième de diminution. Mais comme dans le plus grand froid de l'Hyver une grande partie des corps liquides perdent leur liquidité, il est assez vrai-semblable que si la diminution étoit totale, il n'y auroit aucun corps qui en fût excepté, ce qui semble prouver que l'état naturel des corps est la solidité, & ce qu'on rapporte icy pour donner à entendre que pour faire quelque progrès dans la Physique, il n'est pas si indifferant qu'on le pense de savoir mesurer exactement les differens degrés de chaleur qui sont dans la nature.

Mais comme il y a déjà long temps que plusieurs ont reconnu cette verité, & se sont servis dans leurs observations des Thermometres ordinaires, qui n'ont pu servir au plus qu'à leur faire comparer grossierement ces degrés de chaleur sans les mesurer. Afin que ni eux ni la posterité ne soient pas frustrez du fruit de leur travail, ils pourront aisément rectifier leurs observations par la comparaison qu'ils pourront faire des Thermometres dont ils se sont servis, à ceux dont on leur donne icy la description; & nous invitons ceux qui pourroient avoir sur ce sujet quelques remarques utiles, à nous les communiquer, pour leur donner place sur la graduation de ces Thermometres avec celles que nous avons nous-même observées.

*Maniere de rectifier avec les nouveaux Thermometres  
les observations faites avec les anciens.*

Mettez pendant quelques jours un nouveau Thermometre à côté de celui que vous avez observé; après quelque espace de tems comme d'une heure ou deux, remarquez à quels degrés ils sont l'un & l'autre; quelques

jours ensuite que vous vous appercevrez qu'ils ont changé considérablement, remarquez encore exactement à quels degrés ils sont; partagez ensuite l'espace parcouru par l'ancien Thermometre en autant de parties que l'espace parcouru par le nouveau contient de lignes; servez-vous de ces parties pour faire une nouvelle graduation à côté de l'ancienne, en les distinguant de 12 en 12 dans le même ordre, & notez des mêmes chiffres qu'elles sont dans la graduation du nouveau Thermometre avec lesquelles elles doivent parfaitement convenir, excepté qu'elles seront plus grandes ou plus petites, selon que ces Thermometres seront plus ou moins sensibles.

On pourra pour distinguer ces parties des autres les appeller lignes réduites, douze desquelles feront pareillement le pouce réduit; ainsi ces deux Thermometres marqueront dans les mêmes tems les mêmes pouces & lignes, ou ce qui est la même chose les mêmes degrés de chaleur ou de froid. Après cela il sera facile de reduire les degrés des anciennes observations en degrés de chaleur ou de froid dont on connoît l'effet.

### *Exemple.*

On veut sçavoir ce que c'est que le degré de chaleur que les anciens Thermometres marquoient lorsqu'ils étoient à la 50<sup>me</sup> division de leur graduation; après en avoir fait à côté de l'ancienne une nouvelle tant en montant qu'en descendant, & l'avoir notée des mêmes chiffres que celle du nouveau Thermometre, en la maniere qu'il a été dit cy-dessus, on trouve que l'endroit de cette nouvelle graduation en montant, qui est vis à vis cette 50<sup>me</sup> division de l'ancienne est 54 pouces, & celui qui s'y trouve en descendant est 19 pouces; cela fait connoître que le degré de chaleur qui a fait monter le Thermometre à cette cinquantième division, est le même que celui qui donne assez de force au ressort de l'air enfermé dans la boule du Thermometre d'air pour soutenir 54

pouces de mercure, & que ce degré de chaleur est environ les trois quarts de celui de l'eau bouillante.

On observe presentement la marche de ces Thermometres à esprit de vin, afin qu'à mesure que l'occasion se présentera d'en envoyer dans les differens climats pour y être observez, on soit en état de le faire, & de ne rien négliger de ce qui peut contribuer à augmenter nos connoissances, non seulement sur la temperature de l'air, que chaque climat respire, mais encore sur les differens états des lieux souterrains, sur la temperature des eaux, tant chaudes que froides, & generalement sur tous les effets de la nature, où le plus & le moins de chaleur peut se mesurer avec quelque utilité.

## R E M A R Q U E S

*Sur l'Eau de la pluie, & sur l'origine des Fontaines ;  
avec quelques particularitez sur la construction  
des Cisternes.*

PAR M. DE LA HIRE.

1703.  
18 Avril.

TOut ce qui regarde les eaux, tant pour les nécessitez de la vie, que pour l'ornement des Palais & des Jardins, a toujours été regardé comme une des principales connoissances qui fut nécessaire aux hommes. On s'est appliqué avec grand soin à rendre de tres-petites rivières capables de porter de grands bateaux, & de joindre par ce moyen des mers fort éloignées l'une de l'autre. On a conduit des fontaines tres-abondantes par de longs détours, & sur des Aquedues tres-élevez, jusques dans des lieux où la nature avoit refusé d'en donner. On a enfin inventé un grand nombre de machines propres à élever l'eau, & la porter jusqu'au haut des montagnes, pour la distribuer ensuite sous mille figures différentes

différentes avec des mouvemens surnaturels, & en donner un spectacle digne d'admiration. C'en étoit assez pour le commun des hommes, mais la curiosité de ceux qui recherchent les secrets de la nature n'étoit pas encore satisfaite, il falloit reconnoître l'origine de ces sources d'eau si abondantes, qu'on rencontre par toute la terre, & même sur des rochers fort élevez, & c'est ce qui a donné tant d'exercice aux Philosophes anciens & modernes.

Nous voyons deux principales opinions sur l'origine des fontaines, qui sont fondées chacune sur des expériences dont il semble qu'on ne puisse pas douter : car il est évident que plusieurs fontaines ont pour principe l'eau de la pluie & la fonte des néges sur les montagnes, mais comment ces pluies & ces néges qui sont très-rares sur des rochers escarpez & fort élevez & dans des païs fort chauds, pourront-elles y fournir des fontaines très-abondantes & permanentes qu'on y voit en plusieurs endroits ?

C'est la plus forte objection que fassent ceux qui ne sont pas du sentiment que les pluies font les fontaines, & ils admettent seulement des cavitez souterraines en forme d'alembic, où les vapeurs des eaux qui coulent dans la terre à la hauteur de la mer, s'élevent par les fentes des rochers, & se condensent par le froid de la superficie de la terre.

M. Mariotte qui a suivi l'opinion des premiers qui prennent le parti de la pluie, a fait un examen très-particulier de l'eau de pluie & de nége qui tombe sur l'étendue de la terre, qui fournit ses eaux à la riviere de Seine, & il trouve par son calcul qu'il y en a beaucoup plus qu'il ne seroit nécessaire pour entretenir la riviere dans son état moyen pendant tout le cours d'une année.

En examinant le Traité de l'origine des fontaines de M. Plot Anglois qui a été imprimé en 1685, j'y fis plusieurs remarques que je fis dans ces tems-là aux assemblées de l'Académie, & j'entrepris alors de reconnoître par moi-même ce que les eaux de pluie & de nége pouvoient fournir aux fontaines & aux rivières. Je commençay d'abord



à rechercher quelle étoit la quantité d'eau de pluie qui tomboit sur la terre pendant toute une année, & j'en ay donné depuis des Memoires à l'Academie à la fin de chaque année ; ce qui fait connoître que la hauteur de l'eau qui tombe à l'Observatoire Royal, où j'ay fait mes observations, seroit dans une année moyenne de 19 à 20 poudes, à peu près comme M. Mariotte l'avoit supposé dans son examen.

Mais comme je doutois que ce fût sur cette quantité d'eau qu'on dût compter pour l'origine des fontaines, je fis les experiences suivantes pour m'en assurer.

Je choisîs un endroit de la terrasse basse de l'Observatoire, & en 1688 je fis mettre dans terre à 8 piés de profondeur un bassin de plomb de 4 piés de superficie. Ce bassin avoit des rebords de 6 poudes de hauteur, & étoit un peu incliné vers l'un de ses angles, où j'avois fait souder un tuyau de plomb de 12 piés de longueur, qui ayant aussi une pente assez considerable, entroit dans un caveau par son extremité. Ce bassin étoit éloigné du mur de la cave, afin qu'il fût environné d'une plus grande quantité de terre semblable à celle qui étoit au dessus, & qu'elle ne pût pas sécher par la proximité du mur. Je mis dans le bassin ou cuvette de plomb, à l'endroit de l'ouverture qui répondoit au tuyau, plusieurs cailloux de différentes grosseurs, afin que cette ouverture ne pût pas se boucher, quand la terre auroit été remise par dessus à la hauteur du terrain, c'est-à-dire de 8 piés de hauteur. Ce terrain est d'une nature moyenne entre le sable & la terre franche, en sorte que l'eau le peut penetrer assez facilement, & la superficie extérieure en est de niveau.

Je pensois que si les eaux de pluie & de neige fonduë pénétrent la terre jusqu'à ce qu'elles rencontrent un tuf, ou une terre argilleuse qui ne la laisse point passer, comme disent ceux qui suivent la premiere opinion de l'origine des fontaines, il devoit arriver la même chose à la cuvette de plomb que j'avois enterrée, & qu'enfin je devois avoir une espece de source d'eau, qui devoit couler par le tuyau qui répondoit dans le caveau.

Mais comme je n'étois pas persuadé que cela pût arriver, je mis encore dans le même tems une autre machine en experience à 8 pouces seulement de profondeur en terre; c'étoit une cuvette qui avoit 64 pouces en superficie, & des rebords de 8 pouces de hauteur. J'avois choisi un lieu où le Soleil ni le vent ne donnoient point, & j'avois eu grand soin d'ôter toutes les herbes qui croissoient sur la terre au dessus de cette cuvette, afin que toute l'eau qui tomberoit sur la terre, pût passer sans empêchement jusqu'au fond de la cuvette, où il y avoit un petit trou & un tuyau qui portoit dans un vaisseau, toute l'eau qui pouvoit pénétrer la terre. Cette cuvette n'étoit pas exposée à l'air; mais elle étoit enterrée dans une très-grande quaiſſe remplie par les côtez & par dessous de la même terre qui étoit au dedans, afin que la terre de la cuvette ne pût pas se dessécher par l'air.

Je remarquay premièrement dans cette petite cuvette, que depuis le 12 Juin jusqu'au 19 de Février suivant, l'eau n'avoit point coulé par le tuyau au dessous de la cuvette, & qu'elle y coula seulement alors, à cause d'une grande quantité de nége qui étoit sur la terre & qui se fondoit. Depuis ce tems-là la terre de cette cuvette étoit toujours fort humide; mais l'eau ne couloit point que quelques heures après qu'il avoit plu, & elle cessoit de couler quand ce qui étoit tombé étoit épuisé; car il en restoit toujours dans la terre une certaine quantité, qui ne passoit point à moins qu'il n'y en eût de nouvelle au dessus de la terre.

Un an après je refis la même experience dans la petite cuvette, mais je la mis à 16 pouces avant dans terre, qui étoit une fois plus qu'elle n'étoit d'abord. Il n'y avoit point d'herbes sur la terre, & elle étoit encore à l'abri du Soleil & du vent. Il arriva à peu près la même chose que dans la précédente, excepté seulement que lorsqu'il se passoit un tems considérable sans pleuvoir, la terre se desséchoit un peu, & une mediocre pluie qui survenoit ensuite n'étoit pas capable de l'humecter suffisamment avec ce qui y restoit pour la faire couler.

Enfin je plantay quelques herbes sur la terre au dessus de la cuvette ; mais quand les plantes furent un peu fortes, non seulement il ne couloit point d'eau après la pluie ; mais toute celle qui tomboit n'étoit pas suffisante toute seule pour les nourrir, & elles se fanoient & séchoient, à moins qu'on ne les arrosât de tems en tems.

Il me vint alors en pensée de mesurer la dissipation ou évaporation de l'eau au travers des feuilles des plantes, quand elles sont exposées au Soleil & au vent. Le 30 Juin à 5 heures  $\frac{1}{2}$  du matin, je mis dans une phiole de verre, dont l'ouverture étoit petite, une livre d'eau pesée fort exactement avec la phiole, & je ceullis deux feuilles de figuier de mediocre grandeur, lesquelles pesoient ensemble 5 gros 48 grains, & j'en fis tremper le bout des queueës dans l'eau de la phiole. Ces feuilles étoient très-fraîches & fermes quand je les ceullis. Ensuite j'exposay la phiole & les feuilles au Soleil qui étoit clair & chaud, & en un lieu où il faisoit un peu de vent, & je bouchay exactement avec du papier le reste du col de la phiole qui n'étoit pas occupé par les queueës des feuilles, afin que l'eau de la phiole ne pût pas s'évaporer par cette ouverture.

A 11 heures du matin je pesay le tout ensemble, & je trouvay qu'il y avoit une diminution de poids de 2 gros que l'air & le Soleil avoient tiré d'eau de cette feuille, laquelle ne peut être réparée, quand la feuille est attachée à l'arbre, que par l'humidité de la terre qui passe par les racines.

Je fis aussi plusieurs autres expériences sur des plantes, & je trouvay toujours une très-grande dissipation d'humidité ; & après avoir mesuré la superficie des feuilles, & avoir considéré ce qui en couvre ordinairement la terre, j'ay jugé que l'eau de la pluie, sur tout en Esté, quoyqu'elle soit alors fort abondante, n'est pas capable de les entretenir sans un secours tiré d'ailleurs. Il est vrai que l'air de la nuit fournit aux grands arbres & même aux plantes une grande quantité d'humidité, qu'on voit presque toujours sur les feuilles vers le lever du Soleil, laquelle pas-

sant jusque dans les racines, peut entretenir ces plantes une partie du jour; mais cette humidité toute seule ne pourroit pas suffire pour leur nourriture, si elles n'en tiroient de la terre même & des pluies qui y entrent, comme je l'ay remarqué dans mes expériences que je viens de rapporter.

Toutes ces expériences m'ont fait connoître que l'eau des pluies qui tombent sur la terre, où il y a toujours quelques herbes & des arbres, ne peut pas la pénétrer jusqu'à deux piés, à moins qu'elle n'ait été ramassée dans des lieux sablonneux & pierreux, qui la laissent passer facilement; mais ce ne peut être que des cas particuliers, dont on ne peut tirer de conséquence générale. On en peut voir un exemple au rocher de la sainte Baulme en Provence, où la pluie qui tombe sur ce rocher, qui est tout fendu & crevassé, & où il n'y a point d'herbes, pénétre dans la grotte en très-peu d'heures à 67 toises au dessous de la superficie du rocher, & y forme une très-belle cisterne, qui seroit enfin une fontaine quand la cisterne seroit remplie. Et lorsqu'il se rencontre sur de semblables rochers & dans des fonds considérables de grandes quantitez de néges qui se fondent en Esté à la seule chaleur du Soleil, on remarque de grands écoulemens de l'eau de quelques fontaines pendant quelque heures d'un même jour, & même à plusieurs reprises si le Soleil ne donne sur ces néges qu'à quelques heures différentes de la journée, le reste du tems ces néges étant à l'ombre des pointes des rochers, & ne pouvant pas se fondre facilement. C'est sans doute la raison de ce qu'on a rapporté, qu'il y avoit des fontaines au milieu des terres qui avoient un flux & un reflux comme la mer.

Ces expériences m'ont persuadé que je ne devois point attendre que les eaux de la pluie & des néges passassent au travers des 8 piés de terre qui étoient au dessus de la cuvette de plomb que j'avois enterrée sur la Terrasse de l'Observatoire; aussi il n'est pas coulé une seule goutte d'eau par le tuyau depuis 15 années.

On voit donc par-là qu'il ne peut y avoir que très-peu de fontaines qui tirent leur origine des pluies & des neiges, & il faut nécessairement avoir recours à d'autres causes pour expliquer comment il se peut rencontrer des sources très-abondantes dans des lieux élevez, & à très-peu de profondeur dans terre, comme est celle de Rungis près de Paris, qu'on ne peut attribuer à ces grottes ou alembics souterrains, qui servent à faire distiller l'eau des vapeurs condensées : car il n'y a point de rochers dans les environs, comme je l'ay reconnu par plusieurs puits que j'y ay fait faire, & le terrain est seulement un peu élevé où l'on a fait quelques puits, dont l'eau est fort proche de la surface de la terre, & plus élevée que l'endroit où l'on a ramassé les eaux. Cette source fournit 30 pouces d'eau environ, qui coule toujours, & qui souffre peu de changement, & tout l'espace de terre d'où elle peut venir, n'est pas assez grand pour fournir l'eau de cette source en ramassant celle de la pluie, quand il ne s'en dissiperoit point ; & de plus il est toujours cultivé & couvert d'herbes & de blé. Il y a quelques vallons assez proche de ce lieu, où il faut creuser fort bas pour trouver l'eau.

On a crû pouvoir expliquer ces sortes de sources par des tuyaux & des canaux naturels, qui conduisent l'eau de quelque petite riviere élevée, & qui passant par des lieux hauts & bas, & même au dessous de quelques rivières qui les traversent, sont si bien soudez & bouchez qu'ils ne laissent point échapper cette eau en chemin pour la conduire jusqu'au lieu où elle doit sortir hors de terre. Mais quand il pourroit se rencontrer de ces lieux souterrains, je suis persuadé qu'ils auroient seulement une pente nécessaire pour laisser couler l'eau entre les terres sur un fond de tuf ou d'argille ; mais pour s'imaginer des tuyaux naturels hauts & bas, c'est tout ce que peut faire l'art dans l'étendue d'un petit jardin, encore y a-t-il souvent à refaire à ces conduites.

Il me semble qu'on peut faire encore une objection con-

siderable à cette hypothese. Car si ces grandes sources élevées tirent leur origine de quelques rivières, ces mêmes rivières doivent aussi tirer leurs eaux d'autres sources encore plus élevées; car celles des pluies & des néges fonduës dans des lieux dont le fond seroit ferme, ne peuvent former que quelques torrens qui ne durent que peu de tems, & qui ne peuvent pas fournir à l'écoulement continuel de ces rivières. Les grands rams d'eau, comme des étangs qui sont ordinairement à la tête des petites rivières, ne prouvent rien pour l'origine des rivières: car nous avons fait plusieurs expériences, qui nous font connoître qu'il se dissipe beaucoup plus d'eau de celle qui est exposée à l'air dans un vaisseau fort large, qu'il n'y en peut tomber du Ciel.

Il ne reste donc qu'un seul moyen pour expliquer comment ces sources abondantes peuvent se former dans terre, encore s'y rencontre-t-il quelques difficultez. Il faut s'imaginer qu'au travers de la terre il passe une grande quantité de vapeurs, qui s'élèvent des eaux qui y sont ordinairement à la hauteur des rivières les plus proches, ou de la mer; que ces vapeurs passent d'autant plus facilement, qu'elles rencontrent un terrain plus facile à être pénétré, comme on le remarque en hyver à l'ouverture de quelques caves fort profondes. Les particules de ces vapeurs peuvent se joindre ensemble, ou par le froid de la superficie de la terre quand elles commencent à s'en approcher, ou quand elles rencontrent un terrain qui est déjà rempli d'eau à laquelle elles se joignent, ou enfin si elles trouvent quelque matière qui soit propre à les fixer, comme nous voyons que les sels étant exposés à l'air, retiennent les particules d'eau qui y voltigent. C'est alors que cette eau qui s'augmente toujours en rencontrant un fond assez solide pour la soutenir, coulent entre les terres sur ce fond, jusqu'à ce qu'elle s'échappe sur la superficie de la terre où ce fond se termine, où retombe dans un lieu plus bas en terre, s'il y a quelques ouvertures à la glaise où au ruf qui la soutient. C'est tout ce que je trouve

de plus vrai-semblable dans ce cas, encore faut-il que ces vapeurs ayent des conduits particuliers pour passer, par lesquels l'eau qu'elles forment ne puissent pas s'échapper.

J'ay voulu voir par experience ce qu'on pouvoit esperer de la maniere de condenser les vapeurs de l'eau lorsqu'elles s'attacheroient dans la terre contre des pierres qui seroient remplies de quelques sels; car c'étoit une pensée nouvelle que j'avois eüe pour expliquer de quelle maniere les eaux des vapeurs qui sont en terre pourroient se ramasser.

Je mis dans un des caveaux du fond de la carriere de l'Observatoire un vase de verre, & j'attachay sur le bord du vase un morceau de linge que j'avois trempé dans un peu d'eau, où j'avois fait dissoudre du sel de tartre. Je choisis ce sel, parceque je crus qu'il étoit plus propre à fixer les vapeurs que tout autre. Le lieu paroît fort humide, surtout en Esté. Quelque tems après je trouvay au fond du vase une quantité assez considerable de liqueur, qui n'étoit que l'eau de la vapeur de l'air, laquelle s'étoit attachée contre le linge; & en ayant été rempli, le surplus qui augmentoit toujours avoit coulé au long des côtes du vase. J'aurois poussé cette experience plus loin, pour voir si la liqueur auroit continué de couler, & si le sel qui étoit dans le linge auroit été entierement emporté par l'eau qui couloit, quoiqu'il puisse arriver que des pierres qui auroient des sels propres à fixer les vapeurs, auroient pû conserver toujours leur sel, & même s'en charger de nouveau; mais on entra dans le caveau en mon absence, on rompit le vase, & mon experience fut interrompue.

Je ne parle point de quelques fontaines particulieres & extraordinaires, qui se trouvent, à ce qu'on dit, sur le bord de la mer & sur des rochers élevez, lesquelles ont un flux & un reflux semblable à celui de la mer, & qui ne laissent pas d'être des eaux fort douces; j'ay expliqué mécaniquement de quelle maniere cela se pourroit faire, en supposant des réservoirs souterrains un peu élevez au dessus

dessus du niveau de la mer, & que la cavité où ces réservoirs sont placés ait communication par le moyen de quelques canaux avec la mer. Car il doit arriver que lorsque la mer monte, elle comprime l'air qui est dans cette cavité, lequel presse l'eau du réservoir, & l'oblige de s'échapper & même de s'élever par quelques fentes ou conduits de rochers jusque sur la superficie de la terre, où elle forme une fontaine qui doit diminuer peu à peu à mesure que la mer se retire, & que l'air comprimé qui la forçoit de monter se rétablit dans son premier état. Mais pour peu qu'on sçache de Méchanique, & qu'on entende bien les effets des corps liquides, on ne manquera pas de moyens pour expliquer non-seulement les merveilles qu'on voit dans la nature sur cette matiere, mais encore tout ce qu'on pourroit imaginer.

C'est assez parler de l'origine des fontaines, il me faut maintenant expliquer quelques remarques particulieres que j'ay faites à cette occasion sur les utilitez qu'on peut retirer de l'eau des pluies. L'avantage le plus considerable de l'eau de la pluie, c'est de la ramasser dans des réservoirs souterrains qu'on appelle *Cisternes*, où quand elle a été purifiée en passant au travers du sable de riviere, elle se conserve plusieurs années sans se corrompre. Cette eau est ordinairement la meilleur de toutes celles dont on peut user, soit pour boire, soit pour l'employer dans plusieurs usages, comme pour blanchissage & pour les teintures, en ce qu'elle n'est point mêlée d'aucun sel de la terre, comme sont presque toutes les eaux de fontaine, & même celles qu'on estime les meilleures. Ces *Cisternes* sont d'une très-grande utilité dans les lieux où l'on n'a point d'eau de source, ou bien lorsque toutes les eaux des puits sont mauvaises. Ce n'est pas icy le lieu de parler de la construction des *Cisternes*, ni du choix des matériaux qu'on y doit employer, puisqu'il ne s'agit que d'avoir un lieu qui tienne bien l'eau, & que les pierres & le mortier dont elles sont jointes, ne puissent communiquer aucune mauvaise qualité à l'eau qui y se-



journe pendant un tems considerable.

Ceux qui ont des Cisternes & qui sont curieux d'avoir de bonne eau, observent soigneusement de ne laisser point entrer l'eau des néges fondues dans la Cisterne, ni celles des pluies d'orage. Pour ce qui est de celles des néges fondues, je crois qu'on a quelque raison de les exclure des Cisternes, non pas à cause des sels qu'on s' imagine qui sont enfermez & mêlez avec les particules de la nége; mais seulement parce que ces néges demeurent ordinairement plusieurs jours, & quelquefois des mois entiers sur les toits des maisons, où elles se corrompent par la fiente des oiseaux & des animaux, & bien plus par le long séjour qu'elles font sur les tuiles qui sont toujours fort sales. C'est pour cette raison que lorsqu'il commence à pleuvoir, je voudrois que la premiere eau qui vient du toit & qui doit entrer dans la Cisterne, fût rejetée comme mauvaise, n'ayant servi qu'à laver les toits qui sont couverts de la poussiere qui s'élève de bouës desséchées dans les ruës & dans les grands chemins, & qu'on ne reçût seulement dans la Cisterne que celle qui vient ensuite.

Il y a une autre remarque fort considerable pour les eaux qu'on doit rejeter des Cisternes, & que le seul hazard m'a fait connoître. Il y a quelques années que je fus curieux de ramasser de l'eau de pluie qui tomboit à l'Observatoire, par le moyen de la cuvette dont je me sers pour mesurer la quantité d'eau qui tombe pendant l'année. Cette cuvette est de fer blanc bien étamé, elle a 4 piës de superficie, & des rebords de 6 pouces de hauteur. Il y a un trou & un petit tuyau qui y est soudé vers l'un des angles par où l'eau qui tombe dans la cuvette, qui est un peu inclinée vers cet angle, est portée dans un vaisseau qui la reçoit, pour mesurer ensuite, & connoître par ce moyen la quantité qui en est tombée. Je nettoyai & lavai la cuvette & le vaisseau qui reçoit l'eau le plus promptement qu'il me fût possible au commencement d'une pluie qui paroissoit abondante, & je ramassai en-

faire l'eau dans des bouteilles de verre bien nettes pour la conserver. Mais comme je voulus goûter de cette eau, je fus surpris de ce qu'elle avoit un fort mauvais goût, & qu'elle sentoit la fumée, ce qui me parût fort extraordinaire; car j'en avois souvent goûté de celle qui étoit ramassée de même manière, laquelle n'avoit pas ce même goût. Je ne voyois rien qui eût pû communiquer cette odeur de fumée à l'eau de pluie; car le lieu où je la ramasse est fort à découvert & élevé, & il n'y a point de cheminée qui n'en soit fort éloignée. Mais enfin je considèrai que cette eau de pluie étoit tombée avec un vent de Nord; ce qui n'est pas fort ordinaire, car il pleut rarement de ce vent; & comme toute la Ville est au Nord de l'Observatoire, la fumée des cheminées s'étoit mêlée avec l'eau qui tomboit & qui passoit ensuite par dessus le lieu où je la ramassois, & qu'enfin c'étoit la vraie cause de la mauvaise odeur de l'eau; car on sçait par plusieurs expériences que l'eau prend très-facilement l'odeur de la fumée. En effet, je m'en assurai quelque tems après; car ayant encore ramassé de l'eau de pluie qui tomboit avec un vent du Midi ou de Sud-Ouest, je n'y remarquai rien de semblable pour le goût; car il n'y a que de grandes campagnes qui s'étendent vers le Midy de l'Observatoire.

Je conclus de-là qu'on doit aussi rejeter des Cisternes toutes les eaux de pluie qui sont apportées par des vents qui passent sur des lieux infectez de quelque mauvaise odeur, comme des égouts, des voiries, & même des grandes Villes à cause de la fumée, comme je viens de remarquer; car les exhalaisons & les mauvaises vapeurs qui se mêlent avec l'eau qui entre dans la Cisterne, doivent corrompre celle qui y est entrée dans un autre tems.

Enfin puisque l'on ne peut douter par toutes les expériences & par toutes les épreuves qu'on a faites, que l'eau de la pluie qui a été purifiée dans du sable de rivière, pour lui ôter le limon & une odeur de terre qu'elle a en tombant du Ciel, ne soit la meilleure & la plus saine de

toutes celles dont on puisse se servir ; j'ai pensé de quelle maniere on pourroit pratiquer dans toutes les maisons , des Cisternes qui fourniroient assez d'eau pour l'usage de ceux qui y demeurent.

Premierement, il est certain qu'une maison ordinaire qui auroit en superficie 40 toises, lesquelles seroient couvertes de toits, peut ramasser chaque année 2160 piés cubique d'eau, en prenant seulement 18 pouces pour la hauteur de ce qu'il en tombe, qui est la moindre hauteur que j'aie observée. Mais ces 2160 piés cubiques valent 75600 pintes d'eau, à raison de 35 pintes par pié, qui est la juste mesure pour la pinte de Paris. Si l'on divise donc ce nombre de pintes par les 365 jours de l'année, on trouvera 200 pintes par jour. On voit par-là que quand il y auroit dans une maison, comme celle que je suppose, 25 personnes, ils auroient 8 pintes d'eau chacune à dépenser, qui est plus d'un seau de ceux d'ordinaire, & ce qui est plus que suffisant pour tous les usages de la vie.

Il ne me reste plus qu'à donner un avis sur le lieu & sur la maniere de construire ces sortes de Cisternes dans les maisons particulieres. On voit dans plusieurs Villes de Flandres vers les bords de la mer, où toutes les eaux des puits sont salées & ameres, à cause que le terrain n'est qu'un sable leger au travers duquel l'eau de la mer ne se purifie pas, que l'on fait des Cisternes dans chaque maison pour son usage particulier. Mais ces Cisternes sont enterrées, & ne sont que des caveaux où l'on croit que l'eau se conserve mieux qu'à l'air. Il est vrai que l'eau, & surtout celle de pluie, ne se conserve pas à l'air, à cause du limon dont elle est remplie & qu'elle ne dépose pas entierement en passant par le sable, & qu'elle se corrompt & qu'il s'y engendre une espece de mousse verte qui la couvre entierement. C'est pourquoi je voudrois qu'on pratiquât dans chaque maison, un petit lieu dont le plancher seroit élevé au dessus du rés de chauffée de 6 piés environ, que ce lieu n'eût tout au plus que la 40 ou cinquantième partie de la superficie de la maison, ce qui se-

roit dans nôtre exemple d'une toise à peu près. Ce lieu pourroit être élevé de 8 à 10 piés, bien vouté avec des murs fort époïs. Ce seroit dans ce lieu où je placerois un réservoir de plomb, qui recevroit toute l'eau de pluie après qu'elle auroit passé au travers du sable. Il ne faudroit à ce lieu qu'une très-petite porte bien époïsée & bien garnie de natte de paille, pour empêcher que la gelée ne pût pénétrer jusqu'à l'eau. Par ce moyen on pourroit distribuer facilement de très-bonne eau dans les Cuisines & les Lavoirs. Cette eau étant bien enfermée ne se corromproit pas plus que si elle étoit sousterre, & ne gèleroit jamais. Son peu d'élevation au dessus du rés de chauffée, serviroit assez à la commodité de sa distribution dans tous les lieux bas du logis. Ce réservoir pourroit être placé dans un endroit où il n'incommoderoit par son humidité, qu'autant que ceux d'eau de fontaine qui sont dans plusieurs maisons.

J'ay examiné depuis peu les différentes eaux de pluie que j'avois ramassées autrefois, & que j'avois conservées dans des bouteilles de verre. J'ai trouvé qu'il y en avoit quelques-unes qui étoient d'un mauvais goût, & je ne sçaurois assurer si ce sont celles qui avoient d'abord une odeur de fumée, quand je les ai mises dans la bouteille, les autres étoient assez bonnes & agréables, elles n'avoient plus le goût de terre qu'ont toutes les eaux de pluie, & c'étoit peut-être parce qu'elles avoient déposé un certain limon qu'on voit ordinairement au fond des vases où l'on a laissé pendant quelque tems des eaux de pluie.

J'ajouterai encore une remarque que j'ai faite sur les eaux de fontaine qui sont sur le côteau de la butte de Montmartre vers le Septentrion. Ces eaux sont fort claires, & assez bonnes pour boire. Cependant si l'on fait cuire de la viande & des herbes ordinaires à potage avec cette eau, le bouillon en est d'une grande amertume; ce qu'on ne peut pas attribuer à la nature des herbes du lieu, puisque si l'on se sert d'eau de pluie pour faire le bouillon, il est très-bon & n'a aucune amertume.

## R É P O N S E A L' E C R I T

DE M. DAVID GREGORIE,

*Touchant les lignes appellées Robervalliennes, qui  
servent à transformer les figures.*

PAR M. L'ABBE GALLOYS.

1703.  
3 Mars.

**L**orsque M. de la Hire eut fait imprimer le Recteif de plusieurs Ouvrages de Mathematique & de Physique composez par differentes personnes de l'Academie Royale des Sciences, je fis un extrait sommaire de ce qui s'y trouve de plus remarquable, & je l'inseray dans les Memoires de l'Academie du 30 Avril 1693. En parlant des Ouvrages de M. Roberval, je remarquay que la maniere de transformer les figures, qui est amplement expliquée à la fin de son Traité des Indivisibles, est celle-là même qui a depuis été publiée par M. Jacques Gregorie dans sa Geometrie universelle : que par une Lettre de Torricelli il paroissoit que plus de vingt ans avant l'impression de ce Livre de la Geometrie universelle, M. de Roberval avoit inventé cette maniere de transformer les figures par le moyen de certaines lignes que Torricelli appelloit *lignes Robervalliennes*, du nom de leur Inventeur, & qu'il y a bien de l'apparence que M. Jacques Gregorie, au voyage qu'il fit depuis en Italie, eut connoissance de cette methode. J'ajoutay que cet Auteur dit franchement dans sa Préface, qu'il ne veut pas assurer que tout ce qu'il a mis dans son Livre lui appartienne, de peur que l'on ne croie qu'il s'attribuë ce que d'autres ont trouvé avant lui. Voilà ce que-j'écrivis alors touchant ces lignes Robervalliennes.

M. David Gregorie, frere de M. Jacques Gregorie, &amp;

Professeur d'Astronomie à Oxford, s'est offensé de cette remarque, & il a tâché de la réfuter par un écrit qu'il a fait inserer dans les Transactions d'Angleterre du mois de Novembre 1694.

Comme depuis plusieurs années on voit ici peu de Transactions d'Angleterre, j'ai été fort long tems sans avoir connoissance de cet écrit, jusqu'à ce qu'un de mes Amis ayant apporté à Paris ces Transactions au retour d'un voyage qu'il fit en Angleterre l'année dernière, me communiqua cet article qui me regarde.

S'il ne s'agissoit que de mon interest personnel, je n'aurois pas pris la peine de répondre. M. David Gregorie a voulu défendre son frere à quelque prix que ce fût, & en soutenant une mauvaise cause, il ne pouvoit pas alleguer de bonnes raisons : C'est un excès de zele que j'aurois volontiers excusé. Mais des personnes de merite, au jugement desquels je me soumets, ayant estimé que cet écrit ne devoit pas demeurer sans réponse, parce qu'il s'agit de l'honneur de M. de Roberval, qui a été l'un des plus illustres membres de nôtre Compagnie, j'ai pris la résolution d'y répondre en peu de mots.

M. David Gregorie se plaint d'abord de ce que j'ai (dit-il) accusé son frere d'avoir dérobé à M. de Roberval cette methode de transformer les figures. Mais il est si peu vrai que je l'aye accusé de l'avoir dérobée, qu'au contraire j'ai tâché de l'en excuser. Car j'ai dit exprès, qu'il avoit averti dans sa Préface qu'il ne pretendoit pas s'attribuer tout ce qu'il a mis dans son Livre. Je ne pouvois rien dire de plus formel pour marquer que l'on ne doit pas l'accuser de larcin. Car on peut sans crainte de reproche se servir d'une methode inventée par un autre; l'on peut même y donner un nouveau tour; pourvû que l'on ne s'attribue pas l'honneur de l'invention. Autrement, tous les Geometres qui se sont servis de ce qu'Archimede a inventé, seroient des plagiaires. Donc avouer, comme l'avouë mon Adversaire, que j'ai dit que son Frere ne s'est pas attribué l'invention de cette methode; & après cela

dire que je l'ai accusé de l'avoir dérobée, c'est une calomnie qui se détruit d'elle-même.

Il ne s'agit donc point de sçavoir si M. Jacques Gregorie a dérobé cette methode à M. de Roberval, mais s'il l'a empruntée de lui.

Mon Adversaire pour montrer que cela n'est pas vrai, dit qu'il n'est pas certain que son Frere ait eu connoissance de ce que M. de Roberval a inventé sur cette matiere: *Quis pro certo id affirmet?* dit-il. J'avouë que cela n'est pas certain: aussi ne l'ai-je pas donné pour certain; j'ai seulement dit que cela étoit vrai-semblable, & je l'ai, ce me semble, assez bien prouvé.

Qu'a-t-il donc à se plaindre? Faute de raison il se met sur la raillerie. *Somniat hic Abbas*, dit-il, *relapsos nos esse ad ævum illud fabulosum quo Monachis potestas erat quilibet audendi & fingendi.* Il me prend pour un Moine, & il veut que je m' imagine avoir le privilege qu'il attribue aux anciens Moines, de dire tout ce qu'il leur plaisoit. J'aurois bien plus de raison de dire qu'il s' imagine avoir le pretendu privilege des Trembleurs de son país, qui veulent qu'on les croie sur leur simple parole: car il ne prouve rien, & il veut que l'on croie tout ce qu'il dit. Mais il se tiendroit peut-être offensé que je le prisse pour un Trembleur; & moi je tiens à honneur d'être pris pour un Moine.

Mais il ne paroît pas, dit-il, que M. de Roberval ait reclamé l'invention de cette methode. Je réponds qu'il ne s'en faut étonner. Car M. de Roberval sur les dernieres années de sa vie, lorsque le Livre de M. Jacques Gregorie commença à être connu à Paris, avoit renoncé à toutes sortes de contestations touchant la Geometrie: il ne lisoit plus même de Livres nouveaux. On pouvoit alors s'emparer de tout ce qu'il avoit inventé, & même se l'attribuer, sans craindre qu'il se mît en peine de le revendiquer.

Au moins, ajoûte mon Adversaire, il y a de l'apparence que M. de Roberval s'en seroit plaint à M. Huguens avec qui il a vécu familièrement durant plusieurs années;

&

& néanmoins M. Huguens a témoigné qu'il ne lui en a rien entendu dire. Mais où mon Adversaire a-t-il pris que M. Huguens & M. de Roberval vivoient familièrement ensemble ? Tous ceux qui les ont bien connus, savent que bien que ces deux grands Geometres se trouvaient souvent ensemble aux Conférences de l'Académie Royale des Sciences, il y avoit si peu de familiarité entr'eux, qu'il n'y a pas lieu de s'étonner qu'ils ne se communiquassent pas leurs affaires. De plus, M. de Roberval étoit alors fort indifférent sur tout ce que l'on pouvoit dire ou s'attribuer de ses Ouvrages : Et s'il n'avoit pas lû le Livre de M. Jacques Gregorie ( ce qui est très-croïable ) il n'avoit garde de faire des plaintes d'une chose qui n'étoit point venue à sa connoissance.

Une autre belle raison sur laquelle mon Adversaire a fort appuïé ; c'est, dit-il, qu'il n'est pas possible que M. Jacques Gregorie ait vû en 1668 la methode de M. de Roberval dans un Livre qui n'a été imprimé qu'en 1692. Non, cela n'est pas possible : Mais il est très-possible qu'étant à Padouë en 1668, il ait entendu parler de cette methode, qui étoit connue en Italie dès l'an 1646, quoiqu'elle n'ait été imprimée qu'en 1692.

Enfin mon Adversaire après s'être long-tems débattu inutilement ; est forcé d'avouer la verité du point principal de la question. Il faut, dit-il, demeurer d'accord de la verité : Il est vrai que la méthode de M. Jacques Gregorie pour la transformation des figures, est la même que celle de M. de Roberval : *Dicam quod res est, Propositio Gregorii eadem est cum propositione Robervallii de figurarum transformatione.* Il en convient enfin ; & il a bien fait d'en convenir : car le fait est si évident, qu'il ne lui auroit rien servi de le nier.

Il s'est retranché à dire que M. de Roberval n'a pas donné une bonne démonstration de sa proposition. Mais la question n'est pas de sçavoir si M. de Roberval a démontré bien ou mal : il s'agit de sçavoir si la proposition que M. Jacques Gregorie a mise dans son Livre, est



la même que celle qui a été inventée par M. de Roberval, & qui étoit connue en Italie long-tems avant l'impression de ce Livre. De plus mon Adversaire avance sans preuve que la démonstration de M. de Roberval est mauvaise : Et moi je soutiens qu'elle est bonne suivant la méthode des indivisibles, & j'en fais juges tous les Geometres qui voudront l'examiner sans passion. Enfin ce n'est pas une grande merveille que l'on ait pris un autre tour pour démontrer la proposition de M. de Roberval : Car, comme dit le proverbe, il est aisé d'ajouter à ce qui est déjà inventé.

Il n'y a dans l'écrit de mon Adversaire rien autre chose qui mérite réponse : Le reste n'est qu'un verbiage inutile, plusieurs redites sans ordre, & quelques mauvaises plaisanteries qu'il vaut mieux mépriser que relever. A la fin de son écrit, ne sachant plus de quel côté se tourner, il s'avise de parler de la comparaison de Harriot & de Descartes, dont je n'ai pas dit un seul mot ; & là dessus il me fait faire des raisonnemens à quoi je n'ai jamais pensé. Mais qu'il garde pour lui ses mauvais raisonnemens, & qu'il ne me les attribue point.

Pour conclure en peu de mots ; toute la question dont il s'agit, se réduit à trois chefs.

Le premier chef est de sçavoir si la méthode inventée par M. de Roberval pour transformer les figures a été connue en Italie avant l'année 1668. On ne peut pas en douter : car Torricelli, qui est mort en 1647. témoigne dans ses Lettres que M. de Roberval lui avoit communiqué cette méthode, & il en parle avec éloge.

Le second chef est de sçavoir si cette méthode de M. de Roberval est la même que celle qui se trouve dans le Livre publié par M. Jacques Gregorie en 1668. On vient de voir que la force de la vérité a contraint mon Adversaire d'avouer que c'est la même méthode.

Le troisième & dernier chef est de sçavoir s'il est vraisemblable que M. Jacques Gregorie ait pu avoir connoissance de cette méthode. Je laisse à juger à tout le monde

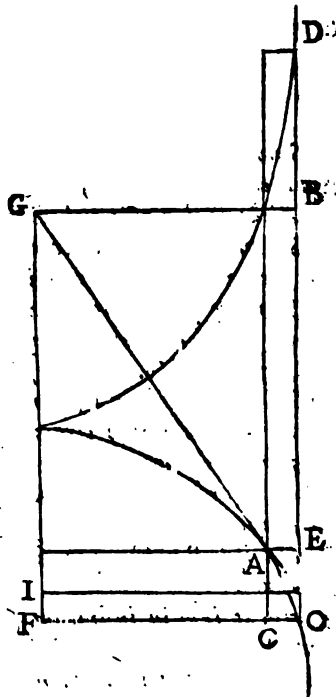
si n'est pas vrai-semblable qu'un Geometre curieux étant en Italie ait eu connoissance d'une tres-belle methode, qui étoit connue en Italie long tems avant qu'il vînt en ce país-là.

C'est là tout ce que j'avois à prouver.

J'avois dit que Torricelli avoit eu communication de la Méthode de M. de Roberval, & qu'il en avoit écrit avec élogé. Il y a bien plus. M. de Roberval lui ayant premièrement envoyé cette Méthode sans démonstration, Torricelli la trouva si belle, qu'il prit la peine de la démontrer à la maniere des Anciens, par des figures inscrites & circonscrites; & il envoya sa démonstration à M. de Roberval. Je donne icy cette démonstration telle que je l'ai trouvée écrite de la propre main de Torricelli avec les figures dans une de ses Lettres à M. de Roberval datée de Florence le 7 Juillet 1646. D'où l'on verra que la Méthode de M. de Roberval, & même la démonstration par les figures inscrites & circonscrites, étoit connue longtemps avant l'édition du Livre de M. Jacques Gregorie.

# LEMMA I.

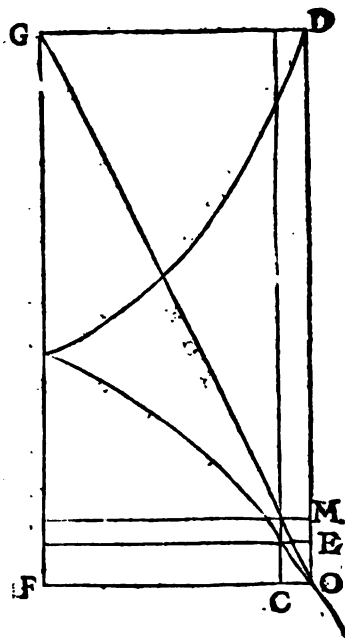
*In figurâ, qualis à Cl. Robervalio definita est, quodlibet parallelogrammum inscriptum AB minus erit quàm FA descriptum in figurâ generatrice. Nam ductâ tangente GA per A, finitiquè figurâ, æqualis erit AB ipsi AI. Ergo patet quod erat demonstrandum.*



K ij.

## LEMMA II.

Circumscriptum verò parallelogrammum  $CD$  majus eris quàm aliud parallelogrammum  $FE$ , quod nempe circumscriptum sit figura genitrici. Nam ductâ tangente per  $O$ , & complexâ figurâ, eris  $CD$  aequale ipsi  $FM$ . Ergo  $CD$  majus est quàm  $FE$ . Quod erat demonstrandum.



## THEOREMA.

Sumatur 1<sup>o</sup>. aliqua pars figura definita, putà  $ABCDE$ : Dico aequalem esse figura  $BCG$ .

Aliàs major esset vel minor.

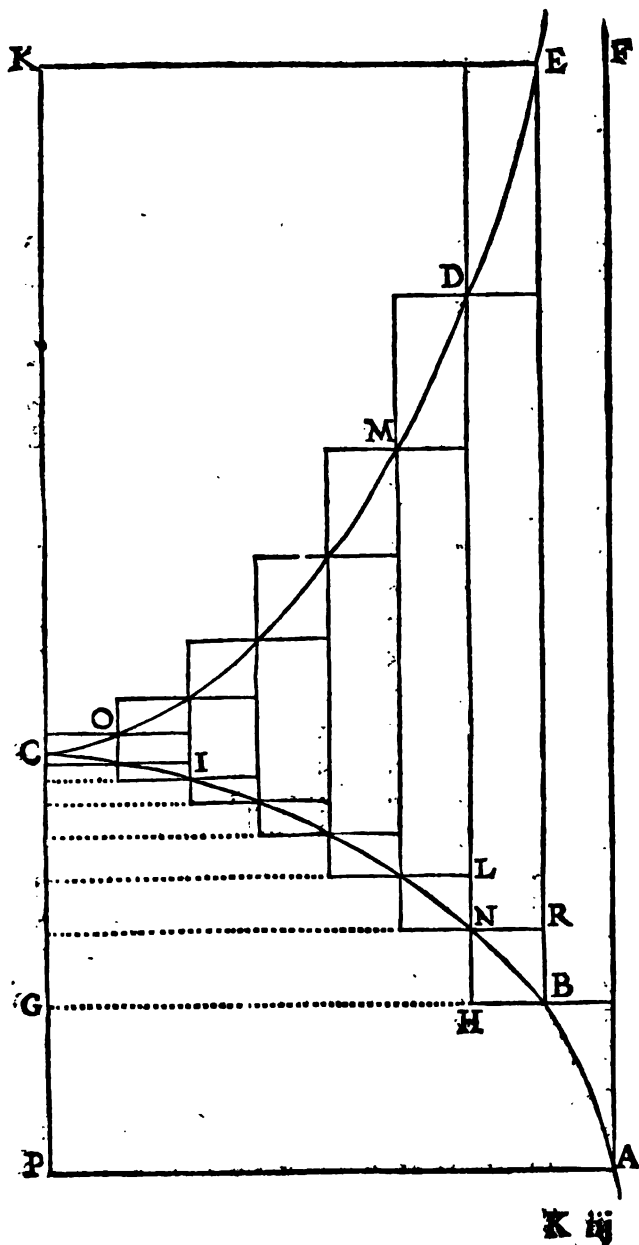
Sit primò major; seceturque  $BK$  semper bifariam donec  $HE$  minus sit excessu: tùm inscribatur in figurâ mixtâ  $BCE$ , alia figura constans ex parallelogrammis aequè altis  $RD$ ,  $LM$ , &c. quorum ultimum sit  $IO$ : Eritque inscripta figura ob constructionem adhuc major spatio  $BGC$ . Quod est contra Lemma primum.

Sit deinde minor; secloque  $BK$  semper bifariam, repertum sit  $HE$  minus defectu: tùm circumscribatur figura  $BCE$  alia figura constans ex parallelogrammis aequè altis; & eris circumscripta figura adhuc minor figurâ  $BCE$ . Quod esse non potest. Nam eadem figura circumscripta trilineo  $BCE$  major est quam alia quadam figura circumscripta ipsi  $BGC$ , per secundum Lemma. Patet ergo quod demonstrandum.

Abeas jam in infinitum (quamquam hactenùs dicta sufficere deberent.) Dico aequales esse figurâ, &c.

Aliàs altera ipsarum major erit.

*Si verò ponatur major ACEF; erit aliqua ipsius pars, puta BCE, equalis figura genitrici APC. Absurdum jam patet. Ergo, &c.*



## DEMONSTRATION

## GENERALE

*Du centre de Balancement ou d'Oscillation, tirée de la nature du Levier.*

Par M. BERNOULLI, Professeur à Bâle.

*Lettre du 15 Mars 1703.*

1703.  
25. Avril.

ON sçait que toute la doctrine du Balancement, que feu M. Huguens nous a laissée dans la quatrième Partie de son excellent Traité de la Pendule, est fondée sur cette hypothèse, que le centre commun de gravité de plusieurs corps liés ensemble doit remonter précisément à la même hauteur d'où il est descendu, soit que ces poids remontent conjointement, ou que se détachant à la fin de leur chute, ils remontent ensuite séparément chacun avec la vitesse qu'il aura pour lors acquise. Mais on sçait aussi qu'il y a eu bien des gens à qui cette demande a paru un peu hardie, & qui n'ont jamais pû tomber d'accord de son évidence, quoiqu'ils la crussent vrai-semblable. Il y en a eu même qui ont nié ce principe, entr'autres un Auteur illustre en a donné ses raisons dans les Journaux des Sçavans de 1681. & 1682. Mais le hazard m'ayant alors, je ne sçais comment, engagé à l'examen de ces raisons, je trouvay (de même que M. Huguens) que cet Auteur se trompoit lui-même, en ce qu'il supposoit que la vitesse totale d'un Pendule doit être égale à la somme des vitesses de ses parties séparées. Car ayant considéré que la pesanteur agissant uniformément sur toutes les parties d'un Pendule, celles de ces parties qui sont les plus éloignées de l'axe de son mouvement, & qui doivent décrire de plus grands arcs, se devoient moins ressentir de cet effort, que les moins éloi-

guées ; je voyois que celles-ci dans leur mouvement devoient s'appuyer d'un côté sur les plus éloignées, & de l'autre sur l'axe du Pendule, où il se perd toujours quelque chose de ce mouvement ; & je conclus de là que la vitesse totale du Pendule devoit nécessairement être plus petite que ne feroit la somme des vitesses de ses parties, si elles étoient tombées séparément. C'est ce qui me fit concevoir dans le Pendule une espèce de Levier, & penser à même tems si l'on ne pourroit pas aussi trouver par ce principe ce qu'a trouvé M. Huguens par un autre beaucoup plus sujet à contestation que celui du Levier. J'en proposay le dessein aux Geometres dans les Actes de Leipfick de 1686. où j'expliquay mon sentiment. M. le Marquis de l'Hôpital fut le premier qui s'aperçut de la justesse de cette pensée, & il en fit voir la convenance avec la doctrine de M. Huguens dans les Journaux de Rotterdam de 1690. par l'induction de deux, de trois, de quatre poids, &c. Après quoi je trouvay le moyen d'étendre la Démonstration à un nombre quelconque de poids égaux ou inégaux, tous situés en même ligne droite, comme on le peut voir dans les Actes de Leipfick de 1691. Mais je ne pouvois encore alors aller plus loin, ni appliquer mon principe à des lignes courbes, ni à des surfaces, ou à des solides, à cause de quelque difficulté qui m'arrêta. Je ne la surmontai que quelques années après, en résolvant ce Problème dans toute son étendue, en trouvant même plus que je ne cherchois : Car non seulement je renferme dans une équation courte & aisée tout ce que M. Huguens nous a donné sur ce sujet ; mais outre cela je prouve démonstrativement, en retournant sur mes pas, ce que cet Auteur a avancé sans preuve, sçavoir que le centre commun de gravité des parties d'un Pendule qui se brise en descendant contre quelque chose qui les oblige à réfléchir, doit nécessairement remonter à la hauteur d'où il est descendu. Je démontre encore, en suivant les mêmes traces, l'identité des Centres de Balancement & de Percussion. Enfin je détermine par cette méthode une

nouvelle espece de centre , que j'appelle *centre de tension* , où l'Hypothèse de M. Huguens ne sçauroit avoir lieu : j'expliqueray en son tems ce que j'entends par là. Et comme je n'ay encore rien publié de tout cela , je veux vous l'envoyer par parties , pour pouvoir être présenté à l'Academie , si vous trouvez qu'il le merite. Je commence par la premiere.

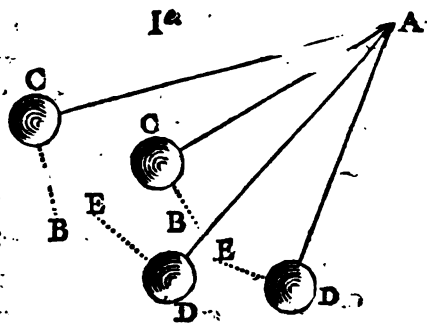
*Principe du Levier tiré ou pousé par des puissances qui sont en mouvement.*

FIGURE I. Soient  $AC, AC, AD,$

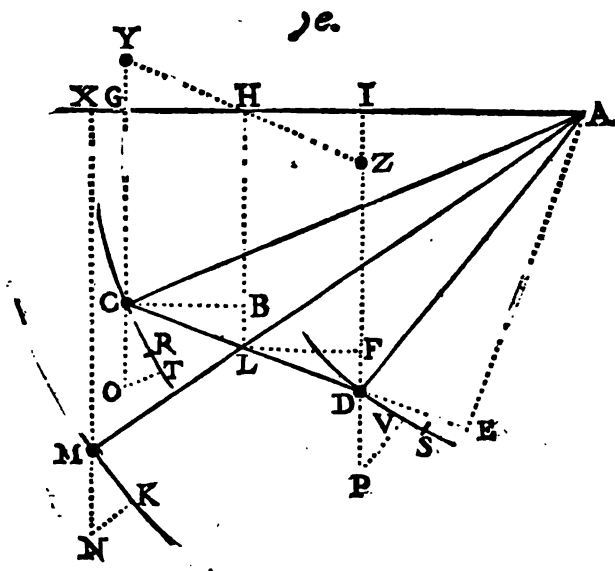
$AD$  , les branches d'un levier mobile autour du point  $A$  ; soient  $C, C, D, D$  , des poids ou des puissances muës avec des vîtesses  $CB, CB, DE, DE$  , lesquels fassent impression suivant les directions  $CB, CB, DE, DE$  , perpendiculaires aux bras de levier  $AC,$

$AC, AD, AD$  : Je suppose que si tous les produits des puissances  $C$  par  $AC$  &  $CB$  , sont égaux à tous les produits des puissances  $D$  ( qui agissent en sens contraire ) par  $AD$  &  $DE$  ; ou bien si tous les produits de  $C$  par  $AC$  &  $CB$  ( en tant qu'on conçoit toutes les puissances agir en même sens ) sont égaux à rien ; le levier doit demeurer en équilibre.

Ce principe a été démontré par feu M. Mariotte dans la Proposition 13. de la seconde Partie de son Traité de la Percussion des corps ; & il n'y a personne qui en disconvienne.



**SOLUTION.**



## S O L U T I O N.

Soit maintenant  $A$  l'axe horizontale du balancement, **FIG. II.**  
 $AXM$  un plan vertical droit à l'axe ;  $AM$  le diamètre  
 de la figure qui balance , auquel on ait appliqué dans le  
 même plan l'ordonnée  $CLD$  à angle donné  $ALD$ , la-  
 quelle ait  $CL = LD$ . Soient de plus  $C$  &  $D$  deux peti-  
 tes parcelles de la figure , lesquelles décrivent dans leur  
 balancement les arcs  $CT$ ,  $DS$  ; soit aussi  $AM$  la lon-  
 gueur du Pendule simple , qui fait ses vibrations dans le  
 même tems que la figure qui balance.

De ce que le balancement tant de  $M$ , que de  $C$  &  $D$ ,  
 s'acheve par l'hypothèse en même tems , il s'ensuit que  
 les vitesses dont ces poids se meuvent à chaque instant , sont  
 proportionnelles à leurs distances  $AM$ ,  $AC$ ,  $AD$ , de  
 l'axe  $A$  ; & que par conséquent leur mouvement peut être  
 continué avec ces vitesses , sans que les poids  $C$  &  $D$  agis-  
 sent en aucune manière l'un sur l'autre : De sorte qu'il  
 ne faut considérer que la seule impulsion que la pesanteur  
 ajoute à chaque moment aux vitesses acquises. Soit donc.



ce choc ou cette impulsion représentée par les petites lignes verticales & égales  $MN$ ,  $CO$ , &  $DP$ ; ensuite après avoir mené les droites  $NK$ ,  $OT$ , &  $PV$ , perpendiculaires aux arcs  $MK$ ,  $CT$ ,  $DV$ , soient conçus les mouvements par  $MN$ ,  $CO$ ,  $DP$ , comme étant composés chacun de deux autres, sçavoir du mouvement de  $M$  en  $K$ , & de  $K$  en  $N$ ; de  $C$  en  $T$ , & de  $T$  en  $O$ ; de  $D$  en  $V$ , & de  $V$  en  $P$ . Et là il est encore visible que celui qui se fait par  $KN$ ,  $TO$  &  $VP$ , se répand tout sur l'axe  $A$ , & qu'il s'y perd entierement. Ainsi il n'y a qu'un seul mouvement par  $MK$ ,  $CT$ ,  $DV$ , qui ait son effet; mais non sans quelque changement, d'autant que  $M$  étant parvenu en  $K$ , les poids  $C$  &  $D$  (à cause de l'isochronisme qu'on suppose) ne sçauroient être en  $T$  & en  $V$ ; ils doivent se trouver en des points comme  $R$  &  $S$ , tels que les arcs  $MK$ ,  $CR$ ,  $DS$ , soient semblables. C'est ce qui fait que l'effort de pesanteur qui agit sur le poids  $C$ , n'est pas épuisé au point  $R$ , & que le reste  $RT$  doit être employé à pousser le corps  $D$  par  $VS$ . Mais parce que ce corps  $D$  doit résister autant qu'il est poussé, c'est comme si étant en  $S$ , il y avoit une force qui tâchât de le repousser de  $S$ , en  $V$ . De sorte que voilà un levier  $CAD$ , sur lequel des poids comme  $C$  tirant ou poussant d'un côté avec des forces ou vitesses  $RT$ , & de l'autre des poids comme  $D$  tirans ou repoussans en sens contraire, avec des forces ou vitesses  $SV$ , sont équilibre. Donc suivant le precedent principe du levier, la somme des produits  $C * AC * RT$  d'une part, est égale à celle des produits  $D * AD * VS$  de l'autre; ou (ce qui revient au même) la somme des produits  $C * AC * RT$ , entant qu'on y comprend aussi ceux de l'autre côté, est égale à rien. En voici l'Analyse.

Soient  $MN$ ,  $CO$ ,  $DP$ , prolongées avec leur parallele  $LH$ , jusqu'à ce qu'elles coupent toutes l'horizontale  $AX$  en  $X$ ,  $G$ ,  $I$ , &  $A$ ; soit de plus  $AE$  perpendiculaire sur  $CD$ , & qu'on fasse

$$\begin{array}{l|l}
 MN = CO = DP \text{ sin. tot. } = a & MN. MK :: AL. AH. \\
 MK = b & a. \quad b. :: x. \quad \frac{bx}{a}. \\
 \text{sin. ang. } LAE = g & \text{sin. tot. sin. } HLC :: LC. HG = HI \\
 \text{sin. ang. } HLC = h & a. \quad b :: y. \quad \frac{by}{a}. \\
 AC = l & AG = AH + HG = \frac{bx + by}{a}. \\
 AD = m & AI = AH - HI = \frac{bx - by}{a}. \\
 AM = t & AC. AG :: CO. CT \\
 AL = x & l. \frac{bx + by}{a} :: a. \frac{bx + by}{l}. \\
 LC = LD = y & AD. AI :: DP. DV. \\
 C = D = dp & m. \frac{bx - by}{a} :: a. \frac{bx - by}{m}.
 \end{array}$$

$$\text{Sin. tot. sin. } LAE :: AL. LE.$$

$$a. \quad g. :: x. \quad \frac{gx}{a}.$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AL}^2 + \overline{LC}^2 + 2CLE.$$

$$ll = xx + yy + \frac{2gx}{a}.$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{AL}^2 + \overline{LD}^2 - 2DLE$$

$$mm = xx + yy - \frac{2gx}{a}.$$

$$AM. MK :: AC. CR :: AD. DS.$$

$$t. \quad b :: l. \quad \frac{bl}{t} :: m. \quad \frac{bm}{t}.$$

$$RT = CT - CR = \frac{bx + by}{l} - \frac{bl}{t}.$$

$$SV = DS - DV = \frac{bm}{t} - \frac{bx + by}{m}.$$

$$C \times AC \times RT = dp \times l \times \frac{bx + by}{l} - \frac{bl}{t} = bx + by - \frac{bll}{t} \times dp$$

$$(\text{en effaçant } ll) = bx + by - \frac{bx^2 - by^2}{t} - \frac{2gx}{at} \times dp.$$

$$D \times AD \times SV = dp \times m \times \frac{bm}{t} - \frac{bx + by}{m} = \frac{bmm}{t} - bx + by \times dp$$

$$(\text{en effaçant } mm) = \frac{bx^2 + by^2}{t} - \frac{2bgx}{at} - bx + by \times dp.$$

L ij

Donc tous les  $C \propto AC \propto RT =$  à tous les  $D \propto AD \propto SV$ ,

$$\text{donneront } \int \sqrt{bx + hy - \frac{bxx - byy}{a^2} - \frac{2bxy}{a^2}} \propto dp =$$

$$= \int \sqrt{\frac{bxx + byy}{a^2} - \frac{2bxy}{a^2} - bx + hy} \propto dp ; \text{ Et par consé-}$$

$$\text{quent (en ajoutant } \int \sqrt{\frac{bxx + byy}{a^2} + \frac{2bxy}{a^2} + bx - hy} \propto dp$$

$$\text{de part \& d'autre ) } \int 2bx dp = \int \sqrt{\frac{bxx + byy}{a^2} + \frac{2bxy}{a^2}} \propto dp ; \text{ ou}$$

$$\text{(en divisant par } 2b) \int x dp = \int \sqrt{\frac{xx + yy}{a^2}} \propto dp ; \text{ Et enfin}$$

$$t = \frac{\int \sqrt{xx + yy} \propto dp}{\int x dp} = \frac{\int x dp + \int yy dp}{\int x dp} . \text{ Ou bien de cette manière:}$$

$$\text{Tous les } C \propto AC \propto RT = \int \sqrt{bx + hy - \frac{bxx - byy}{a^2} - \frac{2bxy}{a^2}} \propto dp$$

$$= 0 ; \text{ Et par conséquent } \int \sqrt{bx + hy} \propto dp = \int \sqrt{\frac{bxx + byy}{a^2} - \frac{2bxy}{a^2}} \propto dp ;$$

$$\text{d'où résulte } t = \frac{\int \sqrt{bxx + byy + \frac{2bxy}{a^2}} \propto dp}{\int \sqrt{bxx + byy} \propto dp} , \text{ ou (en ef-}$$

façant les membres dans lesquels  $y$  n'a qu'une dimension,

parce que toutes les  $y$  positives d'une part sont détrui-

$$\text{tes par autant de } y \text{ negatives de l'autre ) } t = \frac{\int \sqrt{xx + yy} \propto dp}{\int x dp} =$$

$$= \frac{\int x dp + \int yy dp}{\int x dp} , \text{ comme cy-dessus.}$$

Il reste maintenant à faire voir l'application de cette Regle aux différentes Figures dont M. Huguens a donné les centres d'oscillation ; mais ce sera pour une autre fois.



E X P L I C A T I O N  
DE L'ARITHMETIQUE  
B I N A I R E ,

*Qui se sert des seuls caractères 0 & 1 ; avec des Remarques sur son utilité , & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.*

PAR M. LEIBNITZ.

LE calcul ordinaire d'Arithmetique se fait suivant la progression de dix en dix. On se sert de dix caractères, qui sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, qui signifient zero, un, & les nombres suivant jusqu'à neuf inclusivement. Et puis allant à dix, on recommence, & on écrit dix, par 10 ; & dix fois dix, ou cent, par 100 ; & dix fois cent, ou mille, par 1000 ; & dix fois mille, par 10000. Et ainsi de suite.

1703.  
5. May.

Mais au lieu de la progression de dix en dix, j'ay employé depuis plusieurs années la progression la plus simple de toutes, qui va de deux en deux ; ayant trouvé qu'elle sert à la perfection de la science des Nombres. Ainsi je n'y employe point d'autres caractères que 0 & 1, & puis allant à deux, je recommence. C'est pourquoy deux s'écrit icy par 10, & deux fois deux ou quatre par 100 ; & deux fois quatre ou huit par 1000 ; & deux fois huit ou seize par 10000, & ainsi de suite. Voicy la Table des Nombres de cette façon, qu'on peut continuer tant que l'on voudra.

On voit icy d'un coup d'œil la raison d'une propriété celebre de la progression Geometrique double en Nombres entiers, qui porte que si on n'a qu'un de ces nombres de chaque degré, on en peut composer tous les autres nom-

# TABLE 86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

| DES NOMBRES. |     | bres entiers au-dessous du double du plus haut degré. Car icy, c'est comme si on disoit, par exemple, que 111 ou 7 est la somme de quatre, de deux & d'un. Et que 1101 ou 13 est la somme de huit, quatre & un. Cette propriété sert aux Essayeurs pour peser toutes sortes de masses avec peu de poids, & pourroit servir dans les monnoyes pour donner plusieurs valeurs avec peu de pieces. Cette expression des Nombres étant établie, sert à faire très-facilement toutes sortes d'operations. |      |
|--------------|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 00           | 0   | 100                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 4    |
| 01           | 1   | 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 2    |
| 10           | 2   | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1    |
| 11           | 3   | 111                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 7    |
| 00           | 4   | 1000                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 8    |
| 01           | 5   | 100                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 4    |
| 10           | 6   | 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 1    |
| 11           | 7   | 1101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 13   |
| 00           | 8   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 9   | 110                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 6    |
| 10           | 10  | 111                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 7    |
| 11           | 11  | 1101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 13   |
| 00           | 12  | 101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5    |
| 01           | 13  | 1011                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 11   |
| 10           | 14  | 10000                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 16   |
| 11           | 15  | 1000                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 16   |
| 00           | 16  | 1110                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 14   |
| 01           | 17  | 10001                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 17   |
| 10           | 18  | 11111                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 31   |
| 11           | 19  | 1111                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 32   |
| 00           | 20  | 10001                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 17   |
| 01           | 21  | 1110                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 14   |
| 10           | 22  | 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3    |
| 11           | 23  | 101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5    |
| 00           | 24  | 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3    |
| 01           | 25  | 101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5    |
| 10           | 26  | 101                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5    |
| 11           | 27  | 1010                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 10   |
| 00           | 28  | 1001                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 9    |
| 01           | 29  | 1111                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 15   |
| 10           | 30  | 11001                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 25   |
| 11           | 31  | 15                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 2211 |
| 00           | 32  | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2221 |
| 01           | 33  | 21                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 21   |
| 10           | 34  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 35  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 36  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 37  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 38  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 39  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 40  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 41  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 42  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 43  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 44  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 45  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 46  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 47  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 48  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 49  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 50  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 51  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 52  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 53  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 54  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 55  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 56  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 57  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 58  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 59  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 60  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 61  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 62  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 63  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 64  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 65  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 66  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 67  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 68  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 69  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 70  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 71  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 72  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 73  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 74  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 75  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 76  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 77  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 78  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 79  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 80  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 81  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 82  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 83  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 84  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 85  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 86  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 87  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 88  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 89  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 90  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 91  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 92  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 93  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 94  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 95  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 96  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 97  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 98  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 99  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 100 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 101 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 102 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 103 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 104 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 105 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 106 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 107 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 108 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 109 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 110 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 111 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 112 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 113 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 114 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 115 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 116 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 117 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 118 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 119 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 120 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 121 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 122 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 123 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 124 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 125 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 126 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 127 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 128 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 129 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 130 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 131 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 132 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 133 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 134 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 135 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 136 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 137 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 138 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 139 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 140 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 141 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 142 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 143 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 144 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 145 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 146 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 147 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 148 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 149 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 150 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 151 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 152 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 153 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 154 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 155 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 156 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 157 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 158 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 159 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 160 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 161 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 162 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 163 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 164 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 165 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 166 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 167 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 168 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 169 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 170 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 171 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 172 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 173 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 174 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 175 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 176 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 177 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 178 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 179 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 180 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 181 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 182 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 183 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 184 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 185 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 186 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 187 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 188 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 189 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 190 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 191 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 192 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 193 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 194 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 195 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 196 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 197 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 198 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 199 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 200 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 201 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 202 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 203 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 204 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 205 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 206 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 207 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 208 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 209 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 210 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 211 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 212 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 213 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 214 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 215 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 216 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 217 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 218 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 219 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 220 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 221 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 222 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 223 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 224 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 225 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 226 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 227 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 228 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 229 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 230 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 231 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 232 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 233 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 234 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 235 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 236 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 237 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 238 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 239 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 240 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 241 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 242 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 243 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 244 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 245 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 246 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 247 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 248 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 249 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 250 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 251 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 252 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 253 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 254 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 255 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 256 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 257 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 258 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 259 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 260 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 261 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 262 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 263 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 264 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 265 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 266 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 267 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 268 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 269 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 270 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 271 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 272 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 273 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 274 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 275 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 276 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 277 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 278 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 279 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 280 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 281 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 282 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 283 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 284 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 285 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 286 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 287 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 288 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 289 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 290 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 291 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 292 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 293 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 294 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 295 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 296 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 297 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 298 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 299 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 300 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 301 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 302 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 303 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 304 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 305 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 306 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 307 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 308 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 309 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 310 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 311 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 312 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 313 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 314 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 315 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 316 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 317 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 318 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 319 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 320 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 321 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 322 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 323 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 324 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 325 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 326 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 327 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 328 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 329 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 330 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 331 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 332 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 333 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 334 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 335 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 336 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 337 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 338 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 339 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 340 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 341 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 342 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 343 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 344 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 345 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 346 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 347 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 348 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 349 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 350 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 351 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 352 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 353 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 354 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 355 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 356 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 357 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 358 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 359 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 360 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 361 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 362 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 363 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 364 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 365 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 366 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 367 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 368 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 369 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 370 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 371 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 372 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 373 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 374 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 375 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 376 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 377 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 378 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 379 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 380 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 381 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 382 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 383 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 384 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 385 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 386 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 387 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 388 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 389 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 390 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 391 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 392 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 393 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 394 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 395 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 396 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 397 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 398 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 399 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 400 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 401 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 402 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 403 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 404 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 405 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 406 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 407 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 408 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 409 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 10           | 410 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 11           | 411 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 00           | 412 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |
| 01           | 4   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |      |

Cependant je ne recommande point cette manière de compter , pour la faire introduire à la place de la pratique ordinaire par dix. Car outre qu'on est accoutumé à celle-cy , on n'y a point besoin d'y apprendre ce qu'on a déjà appris par cœur : ainsi la pratique par dix est plus abrégée , & les nombres y sont moins longs. Et si on étoit accoutumé à aller par douze ou par seize , il y auroit encore plus d'avantage. Mais le calcul par deux , c'est-à-dire par 0 & par 1 , en récompense de sa longueur , est le plus fondamental pour la science , & donne des nouvelles decouvertes , qui se trouvent utiles ensuite , même pour la pratique des nombres , & sur tout pour la Geometrie ; dont la raison est , que les nombres étant réduits aux plus simples principes , comme 0 & 1 , il paroît par tout un ordre merveilleux. Par exemple , dans la *Table même des Nombres* , on voit en chaque colonne regner des periodes qui recommencent toujours. Dans la premiere colonne c'est 01 , dans la seconde 0011 , dans la troisieme 00001111 , dans la quatrieme 0000000011111111 , & ainsi de suite. Et on a mis de petits zeros dans la Table pour remplir le vuide au commencement de la colonne , & pour mieux marquer ces periodes. On a mené aussi des lignes dans la Table , qui marquent que ce que ces lignes renferment revient toujours sous elles. Et il se trouve encore que les Nombres Quarrez , Cubiques , & d'autres puissances ; item les Nombres Triangulaires , Pyramidaux & autres nombres figurez , ont aussi des semblables periodes : de sorte qu'on en peut écrire les Tables tout de suite , sans calculer. Et une prolixité dans le commencement , qui donne ensuite le moyen d'épargner le calcul , & d'aller à l'infini par regle , est infiniment avantageuse.

Ce qu'il y a de surprenant dans ce calcul , c'est que cette Arithmetique par 0 & 1 se trouve contenir le mystere des lignes d'un ancien Roy & Philosophe nommé *Fohy* , qu'on croit avoir vécu il y a plus de quatre mille ans , & que les Chinois regardent comme le Fondateur de leur Empire & de leurs sciences. Il y a plusieurs Figu-

res Lineaires qu'on lui attribue Elles reviennent toutes à cette Arithmetique ; mais il suffit de mettre icy la *Figure de huit Cova* comme on l'appelle , qui passe pour fondamentale , & d'y joindre l'explication qui est manifeste , pourvû qu'on remarque premierement qu'une ligne entiere — signifie l'unité ou 1 , & secondement qu'une ligne brisée — — signifie le zero ou 0.

|   |   |    |    |     |     |     |     |
|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|
|   |   |    |    |     |     |     |     |
| 0 | 1 | 10 | 11 | 100 | 101 | 110 | 111 |
| 0 | 1 | 2  | 3  | 4   | 5   | 6   | 7   |

Les Chinois ont perdu la signification des *Cova* ou Lineations de Fohy, peut être depuis plus d'un millenaire d'année ; & ils ont fait des Commentaires là-dessus, où ils ont cherché je ne sçay quels sens éloignés. De sorte qu'il a fallu que la vraie explication leur vînt maintenant des Européens : Voicy comment. Il n'y a gueres plus de deux ans que j'envoyay au R. P. Bouvet Jésuite François celebre, qui demeure à Pekin, ma maniere de compter par 0 & 1, & il n'en fallut pas davantage pour le faire reconnoître que c'est la clef des Figures de Fohy. Ainsi m'écrivant le 14 Novembre 1701, il m'a envoyé la grande Figure de ce Prince Philosophe qui va à 64, & ne laisse plus lieu de douter de la verité de nôtre interpretation ; de sorte qu'on peut dire que ce Pere a déchiffré l'Enigme de Fohy à l'aide de ce que je lui avois communiqué. Et comme ces Figures sont peut-être le plus ancien monument de science qui soit au monde, cette restitution de leur sens, après un si grand intervalle de tems, paroîtra d'autant plus curieuse.

Le consentement des Figures de Fohy & de ma Table des Nombres, se fait mieux voir lorsque dans la Table on supplée les zeros initiaux, qui paroissent superflus, mais qui servent à mieux marquer la periode de la colonne,

ne, comme je les y ay suppléés en effet avec des petits ronds pour les distinguer des zeros nécessaires, & cet accord me donne une grande opinion de la profondeur des meditations de Fohy. Car ce qui nous paroît aisé maintenant ne l'étoit pas tant dans ces tems éloignés. L'Arithmetique Binaire ou Dyadique est en effet fort aisée aujourd'huy pour peu qu'on y pense, parce que nôtre maniere de compter y aide beaucoup, dont il semble qu'on retranche seulement le trop. Mais cette Arithmetique ordinaire par dix ne paroît pas fort ancienne, au moins les Grecs & les Romains l'ont ignorée, & ont été privés de ses avantages. Il semble que l'Europe en doit l'introduction à Gerbert, depuis Pape sous le nom de Sylvestre II, qui l'a eue des Maures d'Espagne.

Or comme l'on croit à la Chine que Fohy est encore Auteur des Caracteres Chinois, quoique fort alterés par la suite des tems : son Essay d'Arithmetique fait juger qu'il pourroit bien s'y trouver encore quelque chose de considerable par rapport aux nombres & aux idées, si l'on pouvoit déterrer le fondement de l'Ecriture Chinoise, d'autant plus qu'on croit à la Chine, qu'il a eu égard aux nombres en l'établissant. Le R. P. Bouvet est fort porté à pousser cette pointe, & très capable d'y réussir en bien des manieres. Cependant je ne sçay s'il y a jamais eu dans l'Ecriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être necessairement dans une Caracteristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions, pourroit être tiré de leurs Caracteres par une maniere de calcul, qui seroit un des plus importants moyens d'ayder l'esprit humain.





## O B S E R V A T I O N

*Sur une Hydropisie particuliere.*

PAR M. LITTRE.

1703.  
12 May.

J'Ay fait l'ouverture du cadavre d'une Demoiselle âgée de 40 ans, qui étoit d'un temperament atrabilaire, & qui avoit eu 3 enfans avant que de tomber malade.

Elle étoit morte d'une espece d'hydropisie ascite, qui avoit duré 5 ans. Pendant toute la maladie ses urines avoient été assés belles, & dans une quantité à peu près proportionnée à celle de sa boisson, & à la qualité des alimens qu'elle prenoit; ses regles ne lui avoient jamais manqué que les 2 derniers mois de sa vie, durant lesquels elle avoit eu de frequens maux de cœur, des palpitations, des envies de vomir & des foiblesses, la matiere qu'elle avoit renduë par les selles, étoit noire & d'une puanteur insupportable.

Un Chirurgien des plus habiles de Paris, voyant que les remedes qu'on faisoit à la malade, ne produisoient aucun effet, lui fit une ponction au ventre pour en tirer les eaux qui y étoient contenuës; mais son operation fut tout-à fait infructueuse, parce qu'il n'en sortit pas une seule goutte.

Avant que de faire l'ouverture du cadavre de cette Demoiselle, je l'examinai partout. Je n'y remarquai que beaucoup de maigreur, & de l'enflure seulement au ventre, qui me parût même fort singuliere: Car 1°. elle n'occupoit qu'une partie du ventre. 2°. En frappant avec la main le ventre à la maniere ordinaire, je ne sentois de la fluctuation qu'à l'endroit de l'enflure. 3°. Les tegumens du ventre dans toute l'étendue de l'enflure, étoient durs & fort tendus, quoique par tout ailleurs ils fussent sans tension, & qu'ils eussent à peu près leur mollesse naturelle.

En ouvrant les tegumens du ventre , j'observai qu'à l'endroit de l'enflure , la peau , la graisse & les muscles étoient de couleur un peu brune , & beaucoup plus secs , plus durs & plus épais qu'aux autres endroits , & que ce qui étoit à la place du peritoine , étoit dur & très-épais.

Le ventre étant ouvert , je trouvai sa capacité séparée en 2. cavités d'inegale grandeur , par une cloison continue , qui étoit dure , épaisse d'un pouce , & située obliquement ; de sorte qu'elle commençoit sur le rein droit , & alloit en descendant se terminer 3. pouces au dessous du rein gauche , laissant un passage pour la fin de l'intestin colum.

L'une des cavités du ventre occupoit toute la region épigastrique & une partie de la lombaire , & l'autre occupoit le reste de sa capacité.

Il n'y avoit point d'eau épanchée dans la premiere cavité. Elle contenoit seulement le foye , la rate , le pancreas , les glandes renales , tout le rein gauche , une partie du droit , l'estomach , tous les intestins grêles , le cæcum entier , & les 3. quarts du colum avec la partie du mesentere où ces intestins sont attachés. De toutes ces parties il n'y avoit que le foye , le rein droit , le cæcum & le colum qui fussent altérés.

Le foye étoit gros , dur , sec , de couleur verdâtre , fortement colé à la cloison , & il pesoit 6. livres. Le rein étoit scirreux , & par consequent peu en état de faire sa fonction. Le cæcum & le colum étoient fort adherans à la cloison , l'un & l'autre percés à l'endroit de l'adherance d'un trou rond , qui pénétrait dans la cavité de ces intestins , larges chacun de 3. lignes.

La seconde cavité du ventre de ce cadavre contenoit un sceau & demi de liqueur noire , épaisse , gluante & d'une puanteur cadaverreuse , avec quantité de corps blancs , durs , de differente figure , de 3. à 4. lignes de grosseur , & qui étoient mêlés dans cette liqueur.

Les parois de cette cavité , à l'endroit de la cloison , avoient un pouce de diametre , & environ 3. aux autres.

Elles étoient dures par tout & un peu petrifiées en quelques endroits , noires comme de l'encre , & percées de quantité de trous, dont 2 seulement les traversoient entierement , & répondoient , l'un au trou du cæcum , & l'autre à celui du colum. C'est sans doute par ces 2 trous que passoit la liqueur noire , que la malade rendit par les selles les 3 dernieres semaines de sa vie.

L'épaisseur extraordinaire des parois de la seconde cavité du ventre , fut apparemment cause que le Chirurgien , dont j'ai parlé , n'en tira point d'eau, quand il fit la ponction; parce que vrai-semblablement elle excédoit la longueur du trois-quart dont il se servit pour la faire.

Il y avoit dans l'épaisseur de ces parois beaucoup de corps approchans de la figure & de la grosseur d'un petit œuf de poule. Quelques uns de ces corps contenoient une matiere semblable à de la gomme à demi-fondue; les autres une matiere pierreuse , & les derniers qui étoient membraneux & parsemés de vaisseaux sanguins , contenoient une liqueur claire & un peu visqueuse.

Peut-être que ces trois sortes de corps étoient des glandes du peritoine , dont la structure avoit été tellement dérangée par la longueur de la maladie, qu'elles séparaient du sang plus de matiere que de coûtume , dont une partie étoit fort différente de celle qu'elles séparaient dans l'état naturel.

Les vaisseaux sanguins du ventre , qui traversoient les parois de la seconde cavité , avoient en cet endroit leurs tuniques plus dures & plus épaisses qu'à l'ordinaire; cependant le diametre de leur cavité ne paroissoit point diminué.

Cela supposé , on peut rendre raison, 1°. Pourquoi les extremités inferieures du corps de la malade n'étoient pas enflées, comme il arrive toujours dans cette maladie. L'enflure des extremités ne vient que de la serosité qui s'y extravase , à cause de la difficulté qu'a le sang d'en revenir & de traverser le ventre , les veines par lesquelles se fait ce retour , étant affaïssées par le poids des eaux qui

sont alors renfermées en grande quantité dans la cavité du ventre. Or les tuniques de ces veines étant plus dures & plus épaisses dans cette malade que de coûtume, elles ont pû résister à la compression des eaux. Ainsi le sang des extremités inferieures a eu la liberté d'en revenir par leurs veines comme dans l'état naturel.

2°. On peut expliquer pourquoi le diametre de la cavité des mêmes vaisseaux n'a point diminué. L'épaississement & l'endurcissement des parois de la seconde cavité du ventre se sont faits peu à peu, de même que l'amas d'eau, au rapport de ceux qui ont eu soin de la malade. Ainsi ils n'ont pû causer qu'une foible compression sur les tuniques de ces vaisseaux, d'autant plus qu'elles se sont épaissies & endurcies à proportion que les parois de cette cavité sont devenuës plus dures & plus épaisses.

Je détachai enfin des autres parties du ventre la cloison, & ce qui formoit le reste des parois de la seconde cavité. Je pesai le tout, il pesoit 10 livres. Je l'examinai après avec beaucoup de soin, il me parut n'être autre chose que le peritoine endurci & beaucoup épaissi. En effet, ce corps étoit enveloppé d'une membrane uniforme & continuë au reste du peritoine, & on appercevoit vers son milieu quelques vestiges d'une autre membrane toute semblable. D'ailleurs quand j'eus détaché ce corps, la surface interieure des muscles transverses du ventre étoit à nud dans toute l'étenduë qu'il y occupoit. Or on sçait que le peritoine sert de membrane propre à ces deux muscles par cette surface.

Voici mes conjectures sur la maniere dont le peritoine a pû former le corps, où étoit renfermée la liqueur qui faisoit l'hydropisie de la malade.

Les parties du peritoine, dont le devant & le derriere de la cavité du ventre étoient revêtus à l'endroit où ce corps s'est ensuite formé, ont pû insensiblement s'épaissir dans le même tems à l'occasion de quelques obstructions, en s'épaississant s'approcher peu à peu l'une de l'autre, se coler enfin ensemble, de deux n'en faire plus qu'un.

ne, & chasser à proportion de leur entre-deux la portion des intestins, & du mesentere qui y étoit contenuë.

Dans la suite les humeurs portées & arrêtées entre les deux parties du peritoine colées ensemble, s'y sont aigries par la longueur du séjour, & en ont rongé une partie, principalement vers le milieu, où un espace étant par conséquent resté vuide, il s'y est insensiblement amassé des humeurs, qui en dilatant & éminçant peu à peu les autres parties de ce corps, y ont enfin fait une cavité capable d'en contenir un sceau & demi.

J'ouvris enfin la poitrine du cadavre de cette Demoiselle. Je ne remarquai ni liqueur épanchée dans sa capacité, ni alteration considerable dans les poudmons, au moins exterieurement.

Je trouvai dans le cœur un polype à trois racines, gros comme un petit œuf de poule: l'une de ces racines étoit attachée au tronc inferieur de la veine cave à l'endroit du diaphragme; l'autre au milieu de l'oreillette droite, & la troisième étoit attachée à la partie superieure du ventricule du même côté. Le tronc de ce polype étoit dans ce ventricule, d'où il passoit en diminuant peu à peu de grosseur dans les poudmons par l'artere pulmonaire, & il se terminoit dans ce viscere en y faisant les mêmes ramifications que cette artere.

Voilà ce que j'ai observé dans ce cadavre de plus digne de consideration.

# CONSTRUCTION NOUVELLE ET GEOMETRIQUE

*Des Cartes réduites, & des Echelles de latitude.*

PAR M. DE LAGNY.

**S**l'on pouvoit avoir dans les Vaisseaux des Globes, 1703.  
12 May.  
ou, si l'on veut des Sphéroïdes terrestres, assez grands pour y distinguer sensiblement la route de chaque jour; que l'on pût les suspendre de maniere que ni le roulis ni le tangage du Vaisseau n'empêchassent d'y faire les opérations necessaires au pitolage; il est certain que ces opérations s'y feroient avec plus de justesse, plus de facilité, plus promptement que sur des Cartes. Au défaut des Globes on a inventé les Cartes réduites, & c'est une des plus belles & des plus utiles découvertes du Siecle passé, par rapport à la navigation. Car il n'y a que cette seule espece de Cartes dont on puisse se servir au large dans les navigations de long cours; parce que les rhumbs de vent obliques y sont sensiblement dans leur veritable position, par rapport aux meridiens & aux paralleles à l'équateur; au lieu que dans toutes les autres Cartes cette position est toujours fausse.

L'experience de plusieurs Siecles à fait connoître que pour l'usage des Pilotes il faut des Cartes très-simples, où les meridiens, les paralleles à l'équateur, & les rhumbs de vent soient representez par des lignes droites; parce que s'il y avoit des lignes courbes, ils n'y sçauroient jamais pointer leur route. Mais comme les paralleles à l'équateur vont en diminuant vers les poles, & que les lignes droites Est & Ouest qui les representent sont par tout égales, il faut pour rendre les triangles compris par les lignes de rhumbs de vent obliques, les lignes Nord &

Sud , & les lignes Est & Ouest , sensiblement semblables aux triangles décrits sur la surface du Globe par la ligne loxodromique , l'arc du meridien , & l'arc du parallèle à l'équateur ; il faut , dis-je , pour cela aggrandir les lignes Nord & Sud en même raison , que les arcs des parallèles à l'équateur sont plus petits , que les arcs correspondans de ce même équateur. Car de cette maniere il se fait une juste compensation , & on trouve sa différence en latitude & en longitude , le chemin & le rhumb de vent étant donnez ; ce qui est le problème le plus ordinaire & le plus utile de la navigation. Or les cercles parallèles à l'équateur vont en diminuant vers les poles en même raison que leurs rayons : ces rayons sont les sinus du complément de leur latitude ; & comme il y a même raison du sinus total au sinus du complément d'un arc donné , que de la secante de ce même arc au sinus total , on prend pour regle de l'aggrandissement des degrez de latitude le rapport des secantes de ces mêmes latitudes.

Voilà en peu de mots tout ce qu'il y a de particulier & d'essentiel dans l'invention & dans la construction des Cartes réduites & des Echelles de latitude. C'est Willebrord Snellius qui en est l'inventeur.

On appelle donc Cartes réduites , celles où les degrez de latitude vont en augmentant de l'équateur vers les poles en raison des secantes.

Ainsi prenant pour un degré de l'équateur , & pour le premier degré de latitude , ou le rayon entiere , ou une partie aliquote quelconque de ce rayon , on prend pour le second degré de latitude la secante d'un degré , ou la partie aliquote semblable de cette secante.

Pour le troisième degré de latitude , on prend la secante de deux degrez , ou sa partie aliquote semblable , & ainsi de suite.

Lorsqu'on veut avoir une Carte à plus grand point , on prend pour 30 minute de latitude , & pour 30 minutes de l'équateur un rayon de cercle , ou une partie aliquote quelconque de ce rayon : Pour un degré de latitude , on ajoute

ajoute de suite la secante de 30'. Pour 1<sup>d</sup> 3' de latitude, on ajoute de suite la secante de 1<sup>d</sup>. Pour 2<sup>d</sup> de latitude, on ajoute la secante de 1<sup>d</sup> 30', ou les parties aliquotes semblables de ces secantes, & ainsi de suite.

C'est précisément la même construction pour les Echelles de latitude.

Dans les Cartes au plus grand point, comme celles du Neptune François, au lieu de prendre les secantes de degré en degré, ou de demi-degré en demi-degré, on les prend de 10 minutes en 10 minutes, ou même plus près à près. Et tous les Auteurs conviennent que les Cartes reduites & les Echelles de latitude sont d'autant meilleures, que l'on prend de suite de plus petits arcs.

On se sert pour cela dans la pratique d'une Echelle de parties égales, sur laquelle on prend le nombre de parties qui répond à peu près aux secantes qui se trouvent dans les Tables, en retranchant les dernières figures.

Cette dernière construction est purement mécanique, & n'a rien d'exact par rapport à la théorie : mais d'ailleurs elle est fort simple & fort commode.

La première paroît Geometrique, & on n'a pas pris garde au paralogisme & à la contradiction qu'elles renferment toutes deux. C'est que les rapports des distances entre les mêmes paralleles, ou les mêmes degrez de latitude changent continuellement à mesure qu'on subdivise ces distances en un plus grand ou un plus petit nombre de parties, comme degrez, minutes, &c. Ainsi ces constructions n'ont rien de fixe, rien de déterminé, de certain & de Geometrique. Au lieu donc de prendre les rapports des secantes de chaque latitude en particulier, il falloit prendre les rapports des sommes finies du nombre infini de secantes comprises entre chaque deux latitudes données ; ce qui est Geometrique & très-different de l'ancienne methode, lorsque les latitudes données sont un peu grandes. Ces sommes d'un nombre infini de secantes forment une espace quadriligne hyperbolique compris entre la moitié de l'axe déterminé, une partie de l'axe



conjugué & indéterminé égal à la tangente de la latitude donnée, une parallèle à l'axe déterminé tirée par l'extrémité de cette tangente, & la courbe hyperbolique interceptée entre l'axe déterminé ou la pointe de l'hyperbole, & cette parallèle à l'axe. Je donnerai la démonstration de ce Theorème, & la methode de quarrer indéfiniment ces espaces hyperboliques pour connoître le rapport des distances de chaque latitude.

Je commence par la refutation de l'ancienne methode, & je me servirai pour cela du Theorème general pour la formation des secantes des angles & des arcs multiples, que j'ai déjà eu l'honneur d'envoyer à l'Academie.

Soit le rayon  $= a$ , & la tangente d'un arc ou d'un angle quelconque (lequel j'appellerai  $x$ .) soit  $= b$ , & la secante correspondante  $= c$ .

La secante de  $2x$  sera  $\frac{acc}{aa-bb}$ , & celle de  $3x$  sera  $\frac{c^3}{aa-3bb}$ . Or suivant l'ancienne methode on auroit  $a$ , pour la latitude  $x$ ;  $a+c$  pour la latitude  $2x$ ;  $a+c+\frac{acc}{aa-bb}$  pour la latitude  $3x$ , &  $a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-3bb}$  pour la latitude  $4x$ . Mais si au lieu de commencer par la latitude  $x$ , je commence par la latitude  $2x$  (comme cela est entierement arbitraire) & que je prenne pour rayon & pour la distance de cette latitude à l'équateur la même valeur qu'auparavant, c'est-à-dire  $a+c$ ; il est évident que puisque le rayon étant  $a$ , la secante de  $2x$  a été trouvée  $\frac{acc}{aa-bb}$ , ce même rayon étant  $a+c$ , la secante de  $2x$  sera  $\frac{acc+c^3}{aa-bb}$ , & par conséquent la distance de la latitude  $4x$  seroit  $a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-bb}$ . Mais cette même latitude avoit été trouvée  $= a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-3bb}$ . Donc  $aa-bb=aa-3bb$ ; ce qui est absurde.

Je conclus, 1°. Que la methode est fausse. 2°. Que sur une même grandeur des degrez de longitude, les distan-

ces des latitudes font d'autant plus grandes, que cette latitude est subdivisée en un plus grand nombre de parties égales. 3°. Que cette augmentation de distance a un terme fixe, qui est déterminé par le rapport des espaces hyperboliques marquez ci-dessus dans l'hyperbole équilatere.

## SUITE DE LA CONSTRUCTION

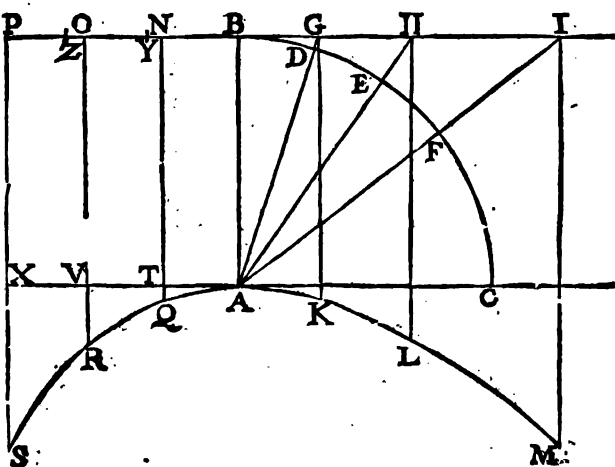
### NOUVELLE ET GEOMETRIQUE

*Des Echelles de latitude & des Cartes réduites.*

PAR M. DE LAGNY.

Soit  $A$  le centre d'un quart de cercle  $ABC$ , &  $BI$  <sup>1703.</sup>  
tangente indéfinie au point  $B$ , extrémité du rayon <sup>16-May.</sup>  
 $AB$ .

Soit le quart de cercle  $BC$  divisé en autant d'arcs égaux qu'on voudra aux points  $D, E, F$ , &c. soient tirées les secantes  $AG, AH, AI$ , &c. & soient tirées les lignes  $GK, HL, IM$ , &c. parallèles à  $AB$ , & égales aux secantes correspondantes  $AG, AH, AI$ , &c. il est démontré que la courbe  $AKLM$  &c. est une hyperbole équilatere, dont la pointe est  $A$ . Le centre  $B$ , & la moitié de l'axe déterminé est  $AB$ .



Presentement ayant prolongé la tangente  $BI$  de l'autre  
N ij.

tre côté en  $N, O, P$ , &c. soit prise  $BN$  égale à l'arc  $BD$ , & de suite  $NO, OP$ , &c. égales aussi entr'elles & à  $BN$ . Enfin par les points  $N, O, P$ , &c. soient tirées les parallèles à  $AB$ , comme  $NQ, OR, PS$ , &c. égales aux parallèles correspondantes  $GK, HL, IM$ , &c. La courbe  $AQRS$  &c. passant par les points  $Q, R, S$ , &c. sera la courbe formatrice des Cartes reduites & des Echelles de latitude.

Car prenant  $BN$ , par exemple, pour la longueur d'un degré de longitude, si l'on veut avoir les distances d'un, de deux, de trois, &c. degrez de latitude. Ayant prolongé le rayon  $AC$  de l'autre côté en  $T, V, X$ , &c. qui coupe la parallele  $NQ$  au point  $T$ , la parallele  $OR$ , en  $V$ , &c. Je dis que supposant l'arc  $BD$  d'un degré égal à  $BN$ , comme le rectangle  $ABNT$  est au quadriligne  $ABNQ$ : Ainsi la ligne  $BN$  est à une quatrième  $BT$ , qui sera la distance d'un degré, & comme le rectangle  $ABOV$  est au quadriligne  $ABOR$ , ainsi  $BO$  à une quatrième  $BZ$ , qui sera la distance de deux degrez, & ainsi de suite.

#### DEMONSTRATION.

La somme des paralleles égales comprises entre  $AB$  &  $NT$ , representant la somme des rayons tirez du point  $A$  à tous les points de l'arc  $BD$ , par exemple d'un degré, le quadriligne  $ABNQ$ , represente la somme de toutes les secantes correspondantes tirées par ces mêmes points de l'arc  $BD$  égal à  $BN$ . Donc suivant la propriété essentielle des Cartes réduites & des Echelles de latitude, comme le rectangle  $ABNT$ , qui est la somme des rayons, est à l'espace  $ABNQ$ , somme du nombre infini des secantes, & ainsi  $BN$ , longueur d'un degré de longitude, est à la distance  $BT$  d'un degré de latitude, & ce qu'il falloit démontrer.

#### COROLLAIRE I.

Suivant l'ancienne methode on suppose la premiere la-

titude  $BT$  égale à la première longitude  $BN$ . Ce qui est faux.

## COROLLAIRE II.

Suivant cette même méthode, c'est la somme d'un nombre fini de sécantes, qui détermine le rapport des distances des degrés de latitude, & il doit être déterminé par la somme du nombre infini de ces sécantes comprises entre l'équateur & les latitudes données.

Il reste à examiner la nature de la courbe  $AQRS$ , &c. & à réduire au calcul la quadrature des quadrilignes  $ABNQ$ ,  $ABOR$ , &c.

*QUE LES NOUVELLES  
expériences que nous avons du poids & du  
ressort de l'air, nous font connoître qu'un degré  
de chaleur médiocre, peut réduire l'air dans  
un état assez violent pour causer seul de très-  
grands tremblements & bouleversement sur le  
Globe terrestre.*

PAR M. AMONTONS.

CE paradoxe étonnant est uniquement fondé, sur ce que nous ne connoissons point encore les bornes de la condensation de l'air, non-plus que sa dilatation, & que cette propriété particulière qu'il a de pouvoir être réduit par la pression à des volumes réciproquement proportionnels aux poids dont ils sont pressés, peut leur faire surpasser plusieurs fois en pesanteur les corps les plus graves, & augmenter d'autant la force du ressort de l'air, & qu'enfin en cet état la chaleur agit sur lui très-violamment. Car quoique dans le discours de M. Halley, extrait du Journal d'Angleterre, & rapporté dans la Biblio-

theque universelle de l'année 1686 page 479, il soit dit, que suivant les experiences faites à Londres, & dans l'Academie del Cimento, aucune force n'est capable de réduire l'air à un volume huit cent fois moindre que celui qu'il occupe sur la surface de la terre. Comme il ne rapporte point ces experiences, qui d'ailleurs doivent être tres-difficiles à faire avec exactitude, & dans lesquelles par conséquent il est tres-facile de se méprendre, & qu'au contraire les experiences que nous avons faites nous persuadent que la force du ressort de l'air, ne consistant que dans le mouvement des particules ignées dans lequel il nage, & dont il est continuellement pénétré; il ne paroît pas qu'on puisse par aucune force que ce soit les en expulser entierement; ce qu'il faudroit cependant faire pour rendre l'air incapable de condensation. Car il est bien évident que tant qu'il restera entre ses parties quelqu'autre matiere aussi fluide & aussi en mouvement que le doivent être les particules du feu, rien ne peut empêcher que cette condensation de l'air n'augmente toujours de plus en plus, à mesure que la cause qui la produira augmentera toujours de même.

Quoique c'en soit, comme on doit beaucoup de déférence à l'exactitude des grands hommes qui peuvent avoir fait ces experiences, nous ne pretendons pas en disconvenir entierement: mais il seroit à souhaiter que des experiences de cette importance fussent plus connues qu'elles ne sont. Cependant en attendant que nous ayons occasion de nous en instruire, ou de nous assurer par nous-même de ce qui en peut être, nous ne laisserons pas de supposer que les bornes de la condensation de l'air, ainsi que de sa dilatation, nous sont encore inconnues; & suivant cette hypothese, nous ne ferons point de difficulté de les étendre autant que nous en aurons besoin pour établir ce que nous avons avancé, sauf à rétrindre ensuite nôtre raisonnement aux termes de l'experience, lorsqu'elle nous paroîtra certaine, commençant premierement par celles que nous ne pouvons revoquer en doute.

Suivant l'expérience de M. de la Hire, rapportée dans l'Histoire Latine de l'Academie de 1696, une colonne d'air de 37 toises 3 pieds de haut sur la surface de la terre, ne pèse qu'autant que 3 lignes  $\frac{1}{2}$  de mercure, lorsqu'elle est chargée du poids de l'atmosphère, qui étoit pour lors de 27 pouces 5 lignes  $\frac{1}{2}$ . Mais comme par plusieurs raisons ce poids n'est pas toujours le même, qu'il est tantôt plus, tantôt moins grand, nous supposerons pour plus grande facilité de calcul, qu'une colonne de 36 toises, chargée de 28 pouces, pèse autant que 3 lignes de mercure : ce qui revient à peu près au même, & ce qui d'ailleurs approche plus de la vérité, comme on le verra ci-après. Supposant ensuite, comme M. de la Hire, après les expériences de M. Mariotte, que nous avons nous-même vérifiées, que des quantitez également pesantes d'air occupent des espaces reciproquement proportionels aux poids dont ces quantitez d'air sont chargées. Le poids de l'air qui rempliroit tout l'espace occupé par le Globe terrestre, seroit égal à un cylindre de mercure, dont la base seroit égale à la surface de la terre, & dont la hauteur contiendrait autant de fois trois lignes, que cet espace contiendrait d'orbes d'égale pesanteur, que celui de 36 toises dans lequel M. de la Hire a fait son expérience. Or le nombre de ces orbes peut être si excessif, que ce cylindre surpasseroit considérablement la grandeur du Globe terrestre : ce qu'il n'est pas difficile de prouver, car prenant, par exemple, la densité de l'or que l'on sçait par expérience être le plus pesant de tous les corps, & être environ 14630 fois plus pesant que l'air de notre orbe, il est aisé de juger que cet air sera réduit à la même densité que l'or, par une colonne de mercure qui aura 14630 fois 28 pouces, c'est-à-dire, qui sera de 409640 pouces, puisqu'en ce cas les volumes d'air seront en raison reciproque des poids dont ils seront chargez, suivant les expériences de M. Mariotte & les nôtres, & ces 409640 pouces exprimeront la hauteur du Barometre dans l'orbe où l'air seroit réduit à la même densité que l'or, & le

nombre 2 lignes  $\frac{11613}{40964}$ , l'épaisseur à laquelle les 36 toises de nôtre orbe seroient reduites, c'est-à-dire, l'épaisseur d'un orbe en cet endroit pesant autant que le nôtre, si bien qu'il est clair que tous les autres orbes inferieurs d'air de même épaisseur, peseroient considerablement plus que s'ils étoient de mercure. Maintenant pour sçavoir le nombre de ces orbes, on n'a qu'à jetter les yeux sur la Table suivante, qui contient les réductions de l'épaisseur de plusieurs orbes d'air d'égale pesanteur que le nôtre, par différentes hauteurs de mercure, qui, dans ces orbes, seroient celles du Barometre, leur nombre, & la profondeur où ils doivent être au dessous du nôtre.

L'orbe sur la surface de la terre, pressé par 28 pouces de mercure, ayant 36 toises d'épaisseur.

Le 31<sup>me</sup> orbe a 992 toises au dessous du premier, pressé par 36 pouces de mercure, n'auroit plus que 28 toises d'épaisseur.

Le 68<sup>me</sup> orbe a 1899 toises de profondeur au dessous du premier, pressé par 45 pouces de mercure, n'auroit plus que 22 toises 2 pieds 4 pouces 9 lignes  $\frac{27}{8}$  d'épaisseur.

Le 136<sup>me</sup> orbe a 3213 toises de profondeur, pressé par 62 pouces de mercure, n'auroit plus que 16 toises 1 pied 6 pouces 7 lignes d'épaisseur.

Le 272<sup>me</sup> orbe a 5026 toises de profondeur, pressé par 96 pouces de mercure, n'auroit plus que 10 toises 3 pieds d'épaisseur.

Le 544<sup>me</sup> orbe a 7312 toises de profondeur, pressé par 164 pouces de mercure, n'auroit plus que 6 toises 0 pieds 10 pouces 6 lignes  $\frac{23}{16}$ .

Le 1092<sup>me</sup> orbe a 9850 toises de profondeur, pressé par 301 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 toises 2 pieds 1 pouce 1 ligne  $\frac{112}{101}$ .

Le 2184<sup>me</sup> orbe a 12580 toises de profondeur, pressé par 564 pouces de mercure, n'auroit plus que 1 toise 4 pieds 6 pouces 5 lignes  $\frac{114}{64}$ .

Le 4368<sup>me</sup> orbe a 15492 toises de profondeur, pressé par 1120 pouces de mercure, n'auroit plus que 5 pieds 4 pouces 9 lignes  $\frac{673}{111}$  d'épaisseur.

Le

Le 8736<sup>me</sup> orbe a 18404 toises de profondeur, pressé par 2212 pouces de mercure, n'auroit plus que 2 pieds 8 pouces 9 lignes  $\frac{1596}{2111}$  d'épaisseur.

Le 17471<sup>me</sup> orbe a 21194 toises de profondeur, qui est celui où le liège resteroit en équilibre, pressé par 4396. pouces de mercure, n'auroit plus que 13 pouces 9 lignes  $\frac{1593}{4190}$ .

Le 78960<sup>me</sup> orbe a 28595 toises de profondeur, qui est celui où l'huile s'arrêteroit, pressé par 19768 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 pouces 8 lignes  $\frac{1120}{19768}$  d'épaisseur.

Le 82208<sup>me</sup> orbe a 28744 toises de profondeur, qui est celui où la cire s'arrêteroit, pressé par 20580 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 pouces 6 lignes  $\frac{652}{20580}$  d'épaisseur.

Le 84112<sup>me</sup> orbe a 28836 toises de profondeur, qui est celui où le vin s'arrêteroit, pressé par 21056 pouces de mercure, n'auroit que 3 pouces 5 lignes  $\frac{7616}{21056}$  d'épaisseur.

Le 86128<sup>me</sup> orbe a 28929 toises de profondeur, qui est celui où l'eau s'arrêteroit, pressé par 21560 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 pouces 4 lignes  $\frac{8512}{21560}$  d'épaisseur.

Le 124880<sup>me</sup> orbe a 30408 toises de profondeur, qui est celui où le miel s'arrêteroit, pressé par 31248 pouces de mercure, n'auroit plus que 2 pouces 3 lignes  $\frac{27216}{31248}$  d'épaisseur.

Le 638064<sup>me</sup> orbe a 39910 toises de profondeur, qui est celui où l'étain s'arrêteroit, pressé par 159544. pouces de mercure, n'auroit plus que 5 lignes  $\frac{75192}{159544}$  d'épaisseur.

Le 689808<sup>me</sup> orbe a 40208 toises de profondeur, qui est celui où le fer s'arrêteroit, pressé par 172480 pouces de mercure, n'auroit plus que 5 lignes  $\frac{8512}{172480}$  d'épaisseur.

Le 776048<sup>me</sup> orbe a 40708 toises de profondeur, qui est celui où le cuivre s'arrêteroit, pressé par 194040. pouces de mercure, n'auroit plus que 4 lignes  $\frac{2672}{194040}$  d'épaisseur.

Le 890960<sup>me</sup> orbe a 41202 toises de profondeur, qui  
1703.



est celui où l'argent s'arrêteroit, pressé par 221768 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 lignes  $\frac{221768}{221768}$  d'épaisseur.

Le 991648<sup>me</sup> orbe a 41551 toises de profondeur, qui est celui où le plomb s'arrêteroit, pressé par 247940 pouces de mercure, n'auroit plus que 3 lignes  $\frac{247940}{247940}$  d'épaisseur.

Le 1172528<sup>me</sup> orbe a 42181 toises de profondeur, qui est celui où le mercure s'arrêteroit, pressé par 293160 pouces de mercure, n'auroit plus que 2 lignes  $\frac{293160}{293160}$  d'épaisseur.

Enfin le 1638448<sup>me</sup> orbe a 43528 toises de profondeur, qui est celui où l'or s'arrêteroit, pressé par 409640 pouces de mercure, n'auroit plus que 2 lignes  $\frac{409640}{409640}$  d'épaisseur.

Il est à remarquer qu'encore bien que l'orbe dans lequel on marque en cette Table que le mercure s'arrêteroit dût avoir trois lignes d'épaisseur, & même quelque peu plus, il a cependant quelque chose de moins, ce qui vient de ce que les expériences qui ont servi de fondement au calcul de cette Table, ont été faites par différentes personnes, & que par les unes le poids de l'air, au poids du mercure, se trouve être comme 1, à 10800, & par les autres il se trouve être comme 1, à 10470: mais au lieu de ces raisons, on peut prendre celle de 1, à 10368, parce qu'outre qu'elle est moyenne entre  $\frac{10800}{10800}$  &  $\frac{10470}{10470}$ , elle répond parfaitement à celle de 3 lignes, à 36 toises, & que cette dernière est d'ailleurs beaucoup plus commode pour le calcul: si bien que cet orbe où le mercure s'arrêteroit, ne seroit plus que le 1161104<sup>me</sup>, sa profondeur au dessous du nôtre 41931 toises, & le nombre de pouces de mercure dont il seroit pressé 290276.

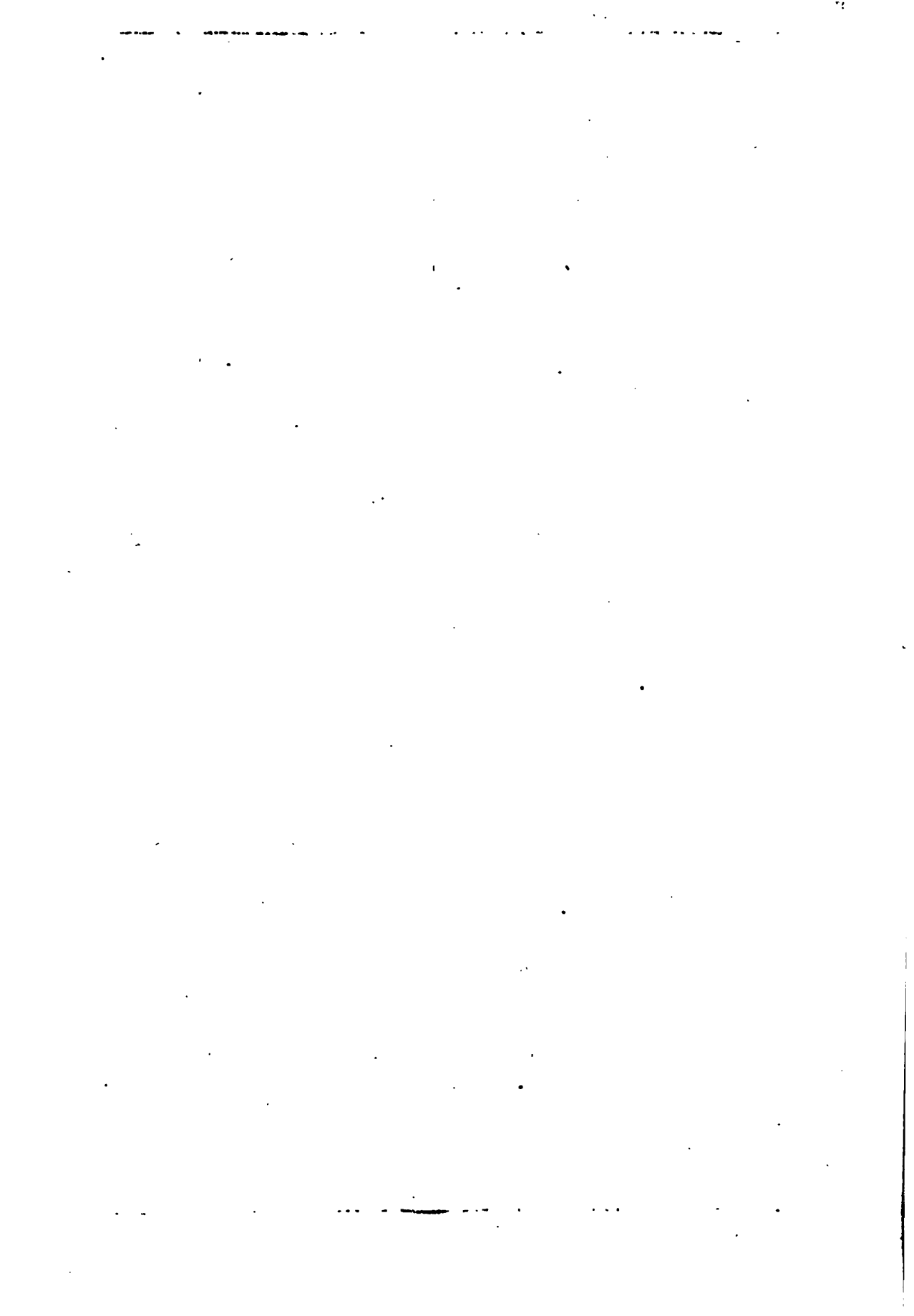
Pour ce qui est des raisons que l'air a avec les autres corps dont il est parlé en cette Table, on s'est servi pour les trouver de la raison de 1, à 770, qui est celle que M. de la Hire a trouvée entre le poids de l'air & celui de l'eau, & d'une Table des pesanteurs rapportées par feu M. Blondel dans la Méchanique, celle du liege a été

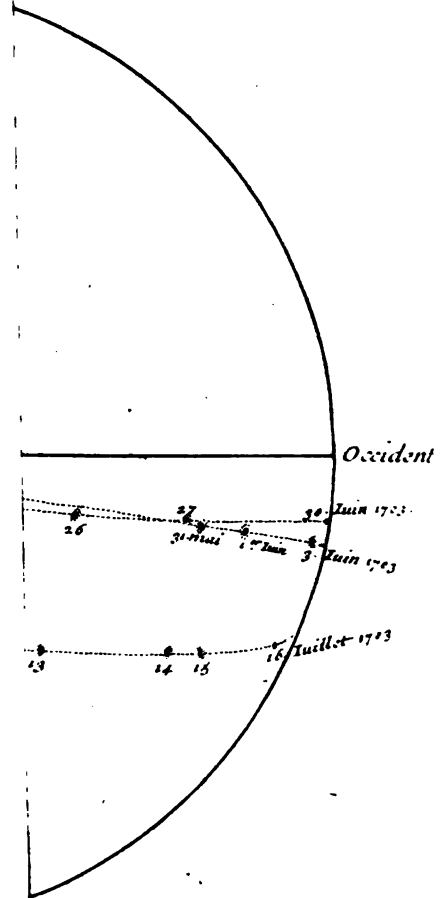
trouvée par expérience. Comme les hauteurs du mercure marquées dans la Table cy-dessus, sont entr'elles comme les nombres qui les expriment divisés par 28 ; on ne rapportera point icy ces raisons dont ces mêmes nombres sont les équimultiples.

Nous pouvons présentement voir clairement qu'à la profondeur de 43528 toises, l'air peseroit au moins un quart plus que le mercure : on dit au moins, les profondeurs qu'on a données à ces orbes étant plutôt trop grandes que trop petites. M. Halley dans l'endroit cité au commencement de ce discours, ayant fait voir que ces profondeurs étoient représentées par des espaces compris entre une ligne hyperbolique, son asymptote, & deux perpendiculaires à l'asymptote, représentant les réductions d'un même volume d'air par des hauteurs de mercure, dont la partie de l'asymptote comprise entre ces perpendiculaires est la différence. Au lieu que pour la facilité du calcul, on a supposé en ligne droite le côté hyperbolique de cet espace, ce qui a donné ces profondeurs plus grandes qu'elles ne devroient véritablement être : mais cette différence ne sauroit être fort considérable. Or nous savons que cette profondeur de 43528 toises, n'est pas la 74<sup>me</sup> partie du demi-diametre de la terre, qui contiendrait encore plusieurs millions de millions d'orbes de pareille pesanteur que le nôtre, en supposant toujours que la densité de l'air ne soit pas limitée à celle des corps les plus graves que nous connoissons. Passé donc cette profondeur, cette vaste sphere de 6451538 toises de diametre qui reste encore du Globe terrestre, pourroit bien n'être rempli que d'un air tres-condensé, & de beaucoup plus pesant que les corps les plus graves que nous connoissons : mais nous avons fait voir par les expériences faites aux Assemblées des 1<sup>re</sup>, 5, & 8<sup>me</sup> Juillet 1702, que plus l'air est pressé, & plus un même degré de chaleur augmente la force de son ressort, & le rend capable d'un effet plus violent ; & que, par exemple, le degré de chaleur de l'eau bouillante aug-

mente cette force du ressort de l'air, par-delà celle qu'il a dans l'état de chaleur que nous appellons le temperé de nôtre climat, d'une quantité égale au tiers du poids dont il est pressé; ce qui est assez considerable pour nous porter à croire qu'un degré de chaleur, qui dans nôtre orbe n'est capable que d'un mediocre effet, devient capable d'un effet tres-violent dans des orbes inferieurs; & comme nous sçavons qu'il y a dans la nature des degrez de chaleur beaucoup plus considerables que celui de l'eau bouillante, il paroît tres-possible qu'il peut y en avoir dont la violence, ainsi aidée du poids de l'air, peut être plus que suffisante pour rompre & bouleverser cet orbe solide de 43528 toises, qui contient tous les corps graves dont nous ayons connoissance, & dont la pesanteur, toute énorme qu'elle est, ne doit être comptée que pour peu de chose en comparaison du reste. Mais si nous voyons facilement l'effet que la chaleur produiroit dans ces orbes inferieurs, nous ne voyons pas de même comment elle s'y pourroit communiquer autrement, qu'en y descendant des orbes superieurs faute de trouver d'autres issues, vû que l'air de ces orbes étant condensé, ne peut contenir dans ses intervalles que tres-peu de particules ignées, & qu'il semble que cette condensation proche le centre de la terre devenant extrême, il en doit être presque entièrement privé en cet endroit. Il est vrai que cette pensée est tout-à-fait opposée à celle de M. Descartes, & à l'hypothese du feu central: mais cela seul ne la doit pas faire rejeter, jusqu'à ce que par d'autres experiences aussi certaines que celles qui nous ont servi de fondement, nous soyons assurés que cela ne peut pas être.







May et de Juin 1703.

Juillet 1703.



## O B S E R V A T I O N

*De deux Taches dans le Soleil.*

PAR M. CASSINI le Fils.

Nous avons observé le 24 May 1703 à midy deux Taches dans le bord Oriental du disque du Soleil, qui étoient à peu près sur le même parallèle. 1703.  
26 May.

La plus Occidentale des deux étoit plus grande, & precedoit la plus petite d'environ 4 secondes de temps, qui dans cette situation font environ 5 degrez sur la surface du Soleil.

L'ayant observé l'après midy avec une Lunette de 13 pieds, je reconnus que la grande Tache paroissoit formée de deux Taches jointes ensemble. La petite étoit aussi composée de deux Taches distinctes l'une de l'autre.

Le 25 au matin avec une Lunette de 17 pieds, la grande Tache paroissoit composée de deux Taches rondes jointes ensemble, avec une petite Tache au-dessus qui en étoit séparée. La petite Tache étoit composée de 6 Taches, dont les deux que l'on avoit observées le 25 étoient les plus grandes.

La grande Tache paroissoit le 26 au matin d'une figure presque ronde, & la petite étoit composée de trois Taches séparées.

Nous déterminâmes la situation de ces Taches par la hauteur des bords & des taches, & par leurs passages par la methode ordinaire. Les ayant placées dans une figure qui represente le disque du Soleil, où nous avons tracé l'Ecliptique du Soleil, l'Equateur & l'Equinoxial des Taches, qui ne differe à present que peu sensiblement d'une ligne droite, nous avons trouvé le 24 à midy la longitude de la plus grande Tache, prise du bord Oriental du Soleil, de 40 à 41 degrez, & celle de la plus petite de 35 à 36.

Le 25 la longitude étoit à midy de  $32^d 30'$ , & le 26 à midi elle étoit de  $66^{\circ}$ .

Suivant ces observations cette Tache doit passer près du milieu du disque apparent du Soleil le 28 quelques heures avant midy. Elle est entrée dans le disque apparent le 21, de sorte qu'on auroit pû la voir dès le 22, si elle avoit été assez grande. Elle étoit très petite quand je commençay à la voir. Sa latitude est Meridionale de même que celle des Taches que nous avons observées depuis long-temps. Mais elle est beaucoup plus petite, n'étant que d'environ 2 degrez, au lieu que celle des dernières étoit depuis 8 jusqu'à 12 degrez, de sorte qu'elle passera fort près du centre du Soleil. Ce qu'il y a à remarquer, est que cette Tache a paru au mois de May de cette année, & qu'au mois de May de l'année passée l'on en observa deux, au sujet desquelles je remarquay que l'on en avoit observé très-souvent dans le mois de May, de sorte qu'il paroît qu'il y a quelques saisons de l'année où l'on en apperçoit plus souvent qu'en d'autres, quoiqu'on ne sçache pas encore la cause de ce rapport.

## SUITE DES OBSERVATIONS

*De la Tache du Soleil.*

PAR M. CASSINI le Fils.

1703.  
6 Juin.

**N**Ous avons continué d'observer les Taches que nous découvrîmes dans le Soleil le 24 May de cette année 1703.

Le 27 May il n'y avoit pas de changement sensible dans la plus grande Tache. La petite étoit composée de quatre Taches, dont deux étoient plus grandes que les autres.

Le 29 May le Ciel n'étoit pas serain quand j'observay le Soleil, & je ne pus appercevoir que la grande Tache.

Le 30 May j'apperçûs la petite Tache, qui paroïssoit comme un nuage, dont le milieu étoit plus dense, mais dont on ne pouvoit déterminer la figure.

Le 1 Juin quoique la Tache commençât à s'approcher du bord, elle ne laissoit pas de paroître fort large. On ne distinguoit plus la petite.

Le 2 Juin je ne pûs pas l'observer à cause du mauvais temps, & le 3 ayant observé le Soleil de grand matin, j'apperçûs avec une Lunette de 19 pieds la Tache pres du bord Occidental du Soleil, qui paroïssoit comme une raye noire longue & fort étroite. J'en observay la situation vers les 6 heures du matin avec une Lunette de 6 pieds montée sur une machine parallactique.

J'ay placé dans la Figure qui représente le disque du Soleil, la Tache dans les différentes situations où nous l'avons observée depuis le 26.

Le 17 à midi la grande Tache passoit 1' 20" après le bord Occidental du Soleil. Sa déclinaison du bord Septentrional étoit de 15' 20" de degré, d'où résulte sa longitude du bord Occidental de 80<sup>d</sup> 15'. La petite Tache passoit 7 secondes après la grande.

Le 28 à midy la grande Tache passoit 1' 5" après le bord Occidental. Sa déclinaison du bord Septentrional étoit de 16' 45", ce qui donne la longitude du bord Oriental de 93<sup>d</sup> 30'.

Le 29 à midy la Tache a passé 50" après le bord Occidental du Soleil. Sa déclinaison du bord Septentrional étoit de 17' 45", & sa longitude de 106<sup>d</sup> 30'.

Le 31 May à 4<sup>h</sup> 9' après midy la Tache a passé 21" après le bord Occidental. Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 51 secondes de temps supposant le demi diamètre du Soleil de 1' 8", & sa longitude de 137<sup>d</sup> 00'.

Le 1 Juin à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  du matin la Tache a passé 15" après le bord Occidental. Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 50 secondes de temps, & sa longitude de 145<sup>d</sup> 30'.

Le 3 Juin sur les 6 heures la Tache a passé 5 secondes après le bord du Soleil. Sa déclinaison Meridionale étoit



de 47 sec. de temps, d'où résulte la longitude de  $168^{\text{d}} 40'$ .

Suivant cette observation cette Tache devoit sortir du Soleil le lendemain 4 Juin sur les deux heures du matin avant le lever du Soleil ; ainsi nous l'avons observée le dernier jour qu'on la pût appercevoir. Quoiqu'elle parût fort étroite à cause qu'elle étoit proche du bord du Soleil, l'on ne laissoit pas de juger qu'elle n'avoit pas diminué de grandeur, à cause qu'elle étoit du moins aussi longue qu'elle avoit paru les jours precedens ; de sorte qu'on pourra peut être encore la revoir à son retour dans le disque apparent du Soleil.

Par les observations du 27 & du 28 May, qui ont été faites avec beaucoup d'exactitude, l'une avant son passage par le milieu de son parallele, & l'autre après, l'on trouve qu'elle a dû passer le 28 à  $5^{\text{h}} 40'$  avant midy ; de sorte que supposant la revolution des Taches que nous avons déterminée dans les Memoires precedens de  $27^{\text{h}} 12' 20''$ , elle a dû entrer dans le disque apparent le 21 sur les  $8^{\text{h}}$  du matin, & en est sortie le 4 entre 2 &  $3^{\text{h}}$  du matin. Sa latitude Meridionale étoit alors d'un peu plus de deux degrez, telle que je l'avois trouvée par les premieres observations, & fort-différente de celle de la tache que nous avons observée au mois de May de l'année dernière 1702, comme l'on peut voir par la Figure, où je les ay représentées toutes les deux avec l'Equinoxial des Taches qui leur est commun, le Soleil étant presque dans le même degré du Zodiaque. Aussi l'intervalle qui se trouve entre les deux observations, ne donne pas un nombre entier de révolutions telles que nous l'avons déterminé.

Je ne l'ay pas non plus comparée aux autres observations que nous avons faites dont la latitude Meridionale est beaucoup plus grande, n'y ayant pas d'apparence que ce pût être la même, à moins qu'on ne leur attribue quelque mouvement dont nous n'avons encore aucune connoissance.

En examinant la route que cette Tache a parcourue dans le disque apparent du Soleil, l'on voit qu'elle a décrit

crit

crit premièrement une ligne dont la courbure regardoit le pole Septentrional du Soleil, & qu'après avoir passé le centre, elle a décrit une ligne presque droite; ce qui verifie la situation des poles des Taches que l'on a déterminés dans la Theorie au  $8^e$  de  $\chi$ . Car dans la premiere observation le Soleil étant en  $2^d$  des  $\pi$ , le pole Boreal des Taches que l'on suppose au  $8^e$  des  $\chi$ , en étoit éloigné de deux signes &  $24^d$ , & étoit par conséquent dans la partie supérieure du Soleil; de sorte que la courbure de l'Équinoxial regardoit le pole Boreal. Cinq jours après, c'est-à-dire le 29, le Soleil étant dans le  $8^e$  de  $\pi$  étoit éloigné du pole des Taches précisément de trois signes; de sorte que ce pol étoit sur le bord du disque apparent, & l'Équinoxial des Taches étoit alors un diametre, & son parallele une ligne droite.

Dans la suite des observations le pole du Soleil étoit dans la partie inférieure, & la courbure de la route de la Tache devoit être du côté opposé; mais moins sensible que la précédente, à cause que la Tache avoit déjà passé le centre lorsque le pole étoit sur le bord du disque.

Cette observation est aussi tres-propre pour verifier la distance des poles des Taches de ceux de l'Ecliptique, que l'on a supposé dans la Theorie de  $7^d \frac{1}{2}$ . Car les poles s'étant rencontrez sur le bord du disque apparent pendant le temps que cette Tache a paru, ils étoient alors dans leur plus grande digression apparente, & ne s'en sont point éloignez sensiblement pendant tout le temps de son observation. Tirant donc une perpendiculaire à la route qu'a décrit la trace par le centre du Soleil, elle détermine sur la circonference les poles des Taches. Suivant ces observations ils se trouvent éloignez du pole de l'Ecliptique de  $8^d$ , au lieu de  $7^d \frac{1}{2}$  que l'on a supposé dans la Theorie. Cette détermination est conforme à celle que mon Pere a trouvé par l'observation du mois d'Octobre de l'année 1672, lorsque le pole Boreal étoit à l'opposite de son petit cercle sur le bord du Soleil. Mais il jugea plus à propos de l'établir de  $7^d \frac{1}{2}$ , en prenant un

milieu entre son observation & celle de Skeiner, qui l'avoit déterminé de  $7^d$ . comme cette différence est tres-peu sensible, & pourroit être attribuée à quelque erreur qu'il est impossible d'éviter dans les observations, il est plus à propos de se tenir à la détermination précédente, jusqu'à ce que l'on ait quelques autres observations aussi favorables que celle-cy pour la déterminer plus précisément.

## OBSERVATION

*Du retour de la Tache qui a paru au mois de May de l'année 1703, dans le disque apparent du Soleil.*

PAR M. CASSINI. le fils.

1703.  
20 Juin.

**N**ous avons observé le 19 de ce mois de Juin 1703 au matin la Tache que nous avions cessé de voir le 3 de ce mois, & qui a reparu de nouveau après avoir parcouru l'hémisphère supérieur du Soleil. Sa grandeur étoit déjà considérable, & on auroit pû l'apercevoir le jour précédent dans les intervalles où le Soleil étoit découvert. Elle paroissoit avec une Lunette de 17 pieds, longue & entourée d'une atmosphère. Son plus grand diamètre, qui étoit dirigé suivant le bord Oriental du Soleil, étoit d'environ  $30''$  de degré.

Nous déterminâmes sa situation par le passage des bords & de la Tache, par les fils qui se croisent & font des angles de  $45$  degrés au foyer d'une Lunette portée sur une machine parallaxique, & nous trouvâmes qu'à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin la Tache précédoit le bord Oriental du Soleil de 6 secondes de temps. Sa déclinaison du bord Septentrional du Soleil étoit de  $1' 4''$  de temps.

Le 20 à  $7^h$  du matin la Tache paroissoit avec une Lunette de 17 pieds moins étroite que le jour précédent.

Elle précédoit le bord Oriental du Soleil de 15 secondes, & sa déclinaison du bord Septentrional étoit de  $1^{\circ} 5' \frac{1}{2}$ .

Nous avons placé cette Tache dans la même figure où nous avons tracé la route qu'elle a décrite par sa révolution précédente, & nous avons trouvé qu'elle avoit la même latitude que celle que l'on avoit déterminée par les observations précédentes. Elle ne doit pas cependant décrire la même trace dans le disque apparent du Soleil, parce que le pôle Septentrional des Taches qui étoit alors sur le bord du Soleil, est à présent projeté dans le disque apparent, ce qui fait que l'Equinoxial des Taches & ses paralleles sont des Ellipses dont la convexité regarde le bord Meridional du Soleil.

Le 19 Juin à  $7^h \frac{1}{2}$  la longitude de cette Tache du bord Oriental du Soleil étoit de  $23^d 40'$ .

Le 20 Juin à  $7^h$  sa longitude étoit de  $37^d 30'$ . Suivant ces observations cette Tache doit passer par le centre le 24 Juin, environ sur les 6 heures du matin. Nous avons déterminé dans sa révolution précédente son passage par le milieu de son parallele le 28 May à pareille heure. La différence entre ces deux passages donne la révolution de la Tache de 27 jours plus petite que celle que l'on a déterminée par un grand nombre d'observations de 27 jours & demi & quelques minutes.

Mais il faut considérer que le mouvement apparent des Taches résulte de la révolution du Globe du Soleil autour de son axe, & du mouvement annuel du Soleil. Supposant la révolution du Globe du Soleil autour de ses poles toujours uniforme, l'inégalité du mouvement annuel du Soleil en diverses saisons de l'année, doit faire tantôt accélérer, & tantôt retarder la révolution apparente des Taches. Car lorsque le mouvement annuel du Soleil est plus lent, comme il l'est à présent plus que dans aucune saison de l'année, la Tache le parcourt en moins de temps, & acheve par conséquent sa révolution apparente en moins de temps. Il arrivera le contraire lorsque le mouvement annuel du Soleil sera plus vite. Cette iné-

galité du mouvement annuel peut faire varier le temps de la révolution apparente de la Tache en divers temps de l'année d'environ  $3^h \frac{1}{4}$ ; mais la différence qui résulte de cette inégalité n'est pas suffisante pour égaler le temps de cette révolution à celui que l'on a observé ordinairement dans les autres Taches: ainsi l'on peut supposer que cette Tache a eu quelque mouvement particulier qui l'a fait accélérer, comme on l'a observé souvent en plusieurs autres. L'on a déjà remarqué que cette Tache est beaucoup plus près que l'Equinoxial du Soleil, que celles que l'on a observées depuis long-temps; ainsi cette révolution accélérée confirmeroit les observations du P. Skeiner, qui rapporte que les Taches qui sont les plus proches du centre du Soleil achevent leur révolution en moins de temps, & cela a quelque analogie au mouvement des Taches que l'on a observées dans Jupiter, qui ont généralement un mouvement plus vite lorsqu'elles sont plus proches du centre de Jupiter, que lorsqu'elles en sont plus éloignées, comme il est rapporté dans les Mémoires du 31 Janvier 1692, où l'on ajoute que l'on pourroit comparer leur mouvement à celui des courants qui sont près de l'Equinoxial de la terre.

La suite des observations que l'on fera plus proche du centre du Soleil, fera connoître avec plus de précision la grandeur de cette révolution.

---

## SUITE DES OBSERVATIONS

*De la Tache qui a paru de nouveau dans le disque apparent du Soleil.*

PAR M. CASSINI le fils.

1703.  
11. Juillet.

**N**ous avons continué d'observer la Tache qui a reparu de nouveau dans le disque apparent du Soleil.

Le 21 Juin à midy le passage de la Tache précédoit celui du bord suivant ou Oriental du Soleil de 28" de temps. Sa déclinaison du bord Septentrional étoit de 15' 30".

Le 22 à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 39"  $\frac{1}{2}$ . Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 15' 58 secondes de degré, dont le demi-diametre du Soleil est de 15' 49"; ainsi elle avoit traversé l'Ecliptique entre le 21 & le 22. Elle paroissoit alors d'une figure à peu près semblable à celle qu'elle avoit le 27 May.

Le 24 à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 1' 10". Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 47 secondes & demi, dont le demi-diametre du Soleil est de 15' 49".

Le 25 Juin à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 1' 25"  $\frac{1}{2}$ . Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 36".

Le 26 à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  le passage de la Tache précédoit celui du bord suivant du Soleil de 1' 40". Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 9"; elle paroissoit alors formée de deux Taches entierement séparées & à peu près de même figure, dont le plus grand axe étoit perpendiculaire au bord.

Le 27 à midy la Tache précédoit le bord suivant du Soleil de 1' 56". Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 15".

Le 28 & le 29 le mauvais temps nous empêcha d'observer la Tache, & le 30 sur les 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  je l'apperçûs avec une Lunette de 9 pieds fort près du bord. Je déterminay sa situation avec une Lunette de 6 pieds montée sur une machine parallaxique. Elle passoit une seconde après le bord précédent ou Occidental du Soleil. Sa déclinaison du bord Meridional étoit de 14' 33". Je l'observay ensuite avec une Lunette de 40 pieds: elle me parut fort longue; le milieu qui étoit environ le tiers de sa longueur étoit plus obscur que les deux extremités, ce qui me fit juger que ces extremités étoient son atmosphere. Sur les 6 heures du soir ayant regardé le Soleil avec la même

Lunette, je ne pus pas distinguer la Tache; ce qui pouvoit venir de ce que le Soleil étoit dans des vapeurs, & que ses bords étoient ondoyans.

J'ay placé cette Tache dans la Figure, ou j'ay marqué la trace qu'elle a faite dans sa premiere révolution, & j'ay trouvé qu'elle a décrit un parallele à son Equinoxial, dont la déclinaison ne differe pas sensiblement de celle que l'on a observée dans sa révolution précédente. Suivant ces observations sa longitude du bord Oriental étoit le 21 Juin à  $12^h$  de  $54^d \frac{1}{4}$ , précisément la même que celle que l'on avoit observée le 25 du mois de May dernier. Elle étoit le 22 à  $7^h \frac{1}{2}$  de  $65^d$ , le 24 à  $7^h \frac{1}{2}$  de  $91^d \frac{1}{4}$ , le 25 à  $7^h \frac{1}{2}$  de  $104^d 30$ , le 26 à  $7^h \frac{1}{2}$  de  $118^d \frac{1}{4}$ , le 27 à midy de  $133^d 10$ , & le 30 à  $7^h \frac{1}{2}$  de  $172$ . Ces observations, & principalement celles qui ont été faites plus proche du centre du Soleil, servent à déterminer son passage par le milieu de son parallele. Le 24 Juin à  $7^h \frac{1}{2}$  sa longitude du bord Oriental a été déterminée de  $91^d \frac{1}{4}$ , & par conséquent celle du centre de  $1^d \frac{1}{4}$  que la Tache parcourt en 2 heures & 15 minutes. Supposant la révolution de 27 jours, l'on aura donc le passage de cette Tache par le milieu de son parallele dans le Soleil le 24 Juin à  $5^h \frac{1}{2}$  du matin; ce qui s'accorde assez bien à ce que j'avois marqué dans le Memoire précédent, où par les observations du 19 & du 20 faites près du bord du Soleil, j'avois déterminé son passage le 24 Juin les  $6^h$  du matin. Les autres observations, & principalement celles du 25 s'accordent à donner à peu près la même détermination; & comme dans la révolution précédente j'avois déterminé par nos observations, & par celles que nous avons reçues depuis de M. Manfredi faites à Bologne, le passage de la Tache le 28 May sur les 6 heures du matin. L'on aura la révolution de cette Tache de près de 27 jours plus petite que celle que l'on a déterminée par diverses autres observations de 27 jours 12 heures & quelques minutes. Cette Tache est sortie du Soleil le 30 Juin avant minuit, qui est le même jour que nous l'avons observée; & comme elle

ne paroïſſoit pas diminuée conſidérablement de grandeur, elle pourra reparoître après avoir parcouru le diſque ſupérieur du Soleil.

## OBSERVATIONS

*De pluſieurs Taches qui ont paru dans le Soleil au mois de May 1703.*

PAR M. DE LA HIRE.

J'ay obſervé le 25 de ce mois à midy pluſieurs Taches ſur le corps du Soleil. Il y en avoit une plus groſſe que les autres, dont elle étoit ſeparée. La plus groſſe étoit environnée d'un eſpace brun, comme on le voit ordinairement dans ces fortes de Taches, & comme il eſt représenté dans la Figure.

1703.  
26 May.

Le 24 de ce mois j'avois obſervé le Soleil à midy, & je n'y remarquay aucune Tache. Celle-cy y auroit dû paroître, ſi elle s'étoit formée dans la partie du Soleil qui nous eſt cachée.

Le 25 la hauteur Meridienne apparente du milieu de la plus groſſe de ces Taches a été de  $62^{\circ} 5' 20''$ . Son paſſage par le Meridien a été à  $40''$  après le paſſage du centre du Soleil, & la hauteur Meridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil a été de  $62^{\circ} 19' 0''$ .

Le 26 la hauteur Meridienne de la même Tache qui eſt la plus groſſe, étoit de  $62^{\circ} 14' 50''$ .

Et ſon paſſage par le Meridien après le centre du Soleil 26". La hauteur Meridienne après le centre du Soleil étoit de  $62^{\circ} 29' 40''$ .

Le diamètre du Soleil étoit alors de  $2' 16''$ , & il paſſoit par le Meridien en  $2' 16''$  de tems; ce qui peut ſervir à placer ces Taches ſur le diſque apparent du Soleil.



## OBSERVATIONS

*Des Taches du Soleil qui ont paru au mois de May  
& de Juin 1703.*

PAR M. DE LA HIRE.

1703.  
6. Juin.

J'Ay déjà donné les observations que j'ay faites de ces Taches jusqu'au 16 de May. Voicy le reste des observations de ces mêmes Taches jusqu'au jour où elles ont passé dans la partie du Soleil qui ne nous est pas visible, avec les Figures de ces Taches dans tous les tems où je les ay pû observer.

Le 27 May le milieu de la plus grosse des Taches passa par le Meridien 11" après le centre du Soleil, & la plus grosse des petites passa 7"  $\frac{1}{2}$  après la plus grosse de toutes; car il y avoit un amas de petites Taches separées de la plus grosse, qui en étoit éloigné alors d'environ 1' 45", en posant le diametre du Soleil de 31' 43".

La hauteur Meridienne apparente de la plus grosse des Taches étoit de 62° 24' 15", & celle du bord supérieur du Soleil de 62° 40' 0".

Le 28 May le milieu de la plus grosse Tache passa au Meridien 4" avant le centre du Soleil, Ainsi cette Tache passa par un Meridien apparent mené par le centre du Soleil le 28<sup>e</sup> jour à 8 heures  $\frac{1}{2}$  du matin.

L'amas des petites Taches qui accompagnoient la plus grosse étoit presque dissipé, & ce qui en restoit paroissoit s'être beaucoup approché de la plus grosse.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit ce jour là de 62° 33' 0", & celle du bord supérieur du Soleil de 62° 50' 0"; donc la difference des hauteurs Meridiennes étoit de 17'. Mais le demi-diametre du Soleil étant alors de 15' 51", la Tache étoit Meridionale par rapport au centre du Soleil, seulement de 1' 9".

Le

Le 29 suivant le Ciel étoit brouillé & couvert de nuages à midy ; cependant j'observay le passage de la Tache par le Meridien  $30''$  plutôt que le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $62^{\circ} 41' 45''$  ; mais je ne pûs observer celle du bord supérieur du Soleil.

Le 30 le temps fut fort mauvais, je ne pûs observer seulement que la hauteur Meridienne apparente de la Tache, & encore avec peine de  $62^{\circ} 50' 30''$ .

Le matin de ce même jour, le Ciel étant serein, j'observay exactement la figure des Taches, & il me parut deux amas de petites Taches, mais tres foibles, qui accompagnoient la plus grosse, dont l'un étoit éloigné du bord du nuage de la grandeur de son diametre, & le plus foible paroissoit à peu près entre-deux.

Le 31 j'observay le passage de la grosse Tache à  $24''$  après le passage du premier bord du Soleil, ou bien  $48'' \frac{1}{2}$  avant le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $62^{\circ} 58' 15''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $63^{\circ} 17' 45''$ . Les deux amas de petites Taches paroissoient encore comme le jour précédent.

Le 1 Juin à  $9'$  après midy la Tache passoit  $14''$  après le premier bord du Soleil : mais à  $5^h 20'$  du soir, en faisant passer le disque du Soleil par un Meridien, je trouvay que la Tache passoit  $12'' \frac{1}{2}$  après le premier bord du Soleil. J'observay aussi alors que la difference de déclinaison du bord Septentrional du Soleil & de la Tache étoit de  $18' 58''$ , & le diametre du Soleil de  $31' 42''$ . Son demi-diametre de  $15' 51''$ , & par consequent la difference de déclinaison du centre du Soleil & de la Tache étoit de  $3' 7''$  vers le midy ; mais ces sortes d'observations n'ont jamais la justesse de celles que l'on fait au passage par le Meridien.

Le 2 Juin le Ciel étant toujours fort brouillé & couvert, je l'observay à  $3^h \frac{1}{2}$  après midy, à  $1'' \frac{1}{2}$  de distance du bord du Soleil, mais cette observation n'est pas tres juste. Mais à  $5^h 20'$  je la trouvay éloignée du bord du Soleil seule-

ment de  $35''$ . Je trouvay aussi la difference de declinaison du bord Boreal du Soleil, & de la Tache de  $20' 51''$ , & par consequent la difference de declinaison du centre du Soleil & de la Tache, étoit de  $5'$  vers le midy.

Le 3 Juin à  $6^h$  du matin la Tache paroissoit encore sur le bord du Soleil, dont elle n'étoit éloignée que de  $8''$ ; ce que j'observay exactement avec le Micrometre que j'avois accommodé à la Lunette de 16 pieds: Elle étoit alors fort étroite, & on ne laissoit pas pourtant d'y remarquer encore le petit nuage obscur qui l'environnoit.

On peut voir par-là que ces Taches n'ont que tres-peu de hauteur au-dessus de la superficie du Soleil, encore on pourroit douter qu'elles en eussent.

A midy de ce même jour la Tache qui étoit alors sur le bord du même Soleil, où elle paroissoit faire une espece de petite échancrure, passa après le premier bord du Soleil à  $3''$  environ. Sa hauteur Meridienne apparente étoit à peu près de  $63^{\circ} 21'$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $63^{\circ} 43' 0''$ . Ainsi la Tache étoit alors de  $7' 9''$  plus Meridional que le centre du Soleil.

On peut prendre ce temps-là de midy pour celui où la Tache a passé dans la partie du Soleil qui nous est cachée. Cependant cette détermination ne peut pas être extrêmement juste, à cause du peu de chemin apparent qu'elle fait dans cet endroit.

On peut voir dans les Figures le changement qui est arrivé à ces Taches dans le temps qu'elles ont paru. La plus grosse a persisté à peu près toujours de même grosseur, & l'on peut esperer qu'elle reparoîtra après qu'elle aura parcouru l'hémisphere du Soleil qui ne nous est pas visible.



## SUITE DES OBSERVATIONS

*De la Tache du Soleil qui a paru à la fin du mois  
de May, & au commencement du mois  
de Juin 1703.*

PAR M. DE LA HIRE.

**L**E 17 Juin à  $1^h \frac{1}{2}$  après midy, j'examinay avec soin le <sup>1703.</sup>  
bord Oriental du Soleil, pour voir si la Tache qui <sup>20 Juin.</sup>  
avoit paru au commencement de ce mois, & qui s'étoit  
cachée derriere le Soleil ne reparoissoit point ; car elle  
étoit encore fort grande lorsqu'elle passa derriere le So-  
leil, mais je n'y remarquay aucune trace.

Mais le 18 à  $5^h \frac{1}{4}$  du matin, je l'apperçûs vers le bord  
Oriental du Soleil, & elle étoit encore fort grande & de  
figure fort longue, comme elles sont toujours dans cet  
endroit. Elle avoit aussi son atmosphere obscur qui l'en-  
vironnoit. Elle étoit éloignée du bord du Soleil le plus  
proche seulement de  $20'$  de degré.

Le 19 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin, sa distance au bord le plus pro-  
che du Soleil étoit de  $1' 34''$ , & le diametre apparent de  
l'atmosphere de la Tache étoit de  $36''$ . Ces observations  
ont été faites avec le Micrometre qui étoit appliqué à la  
Lunette de 16 pieds.

La difference du passage de la Tache & du bord Orien-  
tal du Soleil par un Meridien étoit alors de  $6'' \frac{1}{3}$  ; mais à  
midy il m'a paru de près de  $9''$ , autant qu'il étoit possi-  
ble de l'observer alors, à cause du mauvais temps.

J'ay conclu par plusieurs observations, que vers les  $8^h$   
du matin la Tache declinoit au Septentrion par rapport  
au centre du Soleil de  $1'$ . Ce qui étoit aussi la latitude de  
la Tache, car l'Ecliptique étoit alors presque jointe au  
parallele à l'Equateur qui est le Tropicque.

Le 20 à  $8^h$  du matin, la distance de la Tache au bord

Qij

le plus proche du Soleil, étoit de  $3' 30''$ , observées avec le Micrometre à la Lunette de 16 pieds; & il me paroissoit à côté vers le bord du Soleil une petite Tache sans être terminée.

J'ay aussi conclu par plusieurs observations que à  $7^h 50'$ , la Tache avoit passé par un Meridien  $15''$  plutôt que le bord Oriental du Soleil, & que sa difference de declinaison, par rapport au centre du Soleil, étoit Boreale de  $55''$ .

Mais à midy la Tache a passé au Meridien  $52'$  après le centre du Soleil.

La hauteur Meridienne de la Tache apparente étoit de  $64^{\circ} 39' 0''$  un peu plus, & celle du bord supérieur du Soleil  $64^{\circ} 54' 25''$ .

La suite de l'observation de cette Tache est rapportée au 11 Juillet, avec les Figures de ses différentes apparences.

## SUITE DES OBSERVATIONS

*De la Tache qui a paru dans le Soleil à la fin du mois de May, & dans le mois de Juin 1703.*

PAR M. DE LA HIRE.

1703.  
11. Juillet.

J'Ay déjà rapporté à l'Academie des observations du retour de la Tache, après avoir parcouru la partie du Soleil qui nous est cachée: mais comme le Ciel a presque toujours été couvert de nuages pendant le temps qu'elle a parcouru le disque apparent du Soleil, on a eu assez de peine à en faire les observations qui pouvoient servir à déterminer son chemin avec exactitude, & même les deux derniers jours qu'elle a paru il a été impossible de l'observer.

J'avois déjà rapporté que je commençay à l'apercevoir après une demi-révolution le 18 de Juin à  $5^h \frac{1}{4}$  du

matin, sur le bord Oriental du Soleil, dont elle n'étoit éloignée alors que de  $10''$  de degré, ce que j'observay exactement avec le Micrometre appliqué à la Lunette de 19 pieds de foyer; mais le Ciel ayant été couvert le reste du jour, je ne pûs déterminer autrement sa position ce jour-là.

Le 10 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin elle étoit éloignée du bord du bord du Soleil le plus proche de  $1' 34''$ , & le diametre le plus grand de l'atmosphère de la Tache étoit de  $36'$ .

Le même jour à  $8^h$  la distance entre le passage de la Tache & du bord Oriental du Soleil par un Meridien, étoit de  $6'' \frac{1}{2}$  de temps. J'ay trouvé que sa latitude étoit alors de  $40'$  Boreale, & sa difference de longitude avec le centre du Soleil, étoit de  $14' 25''$  dont elle étoit plus Orientale.

Le 20 à  $8^h$  du matin sa distance au bord le plus proche du Soleil étoit de  $3' 30''$ . Mais sa latitude étoit alors de  $35''$ , & sa difference de longitude d'avec le centre du Soleil vers l'Orient, étoit de  $12' 28''$ . Ces observations ont été faites de plusieurs manieres, tant par les passages de la Tache & des bords du Soleil par des filets appliqués à une Lunette, que par les hauteurs Meridiennes de la Tache, & par son passage au Meridien quand il a été possible de l'y observer.

Le 21 à midy la latitude Boreale de la Tache n'étoit que de  $10''$ , & sa difference de longitude d'avec le centre du Soleil de  $9' 28''$ , la Tache étant à l'Orient par rapport au centre du Soleil. Car la Tache a passé au Meridien  $41''$  après le centre du Soleil, & sa distance au bord du Soleil le plus proche étoit de  $6' 29''$ .

Le 22 à  $8^h$  du matin la distance de la Tache au bord du Soleil qui en étoit le plus proche, a été trouvée de  $9' 11''$  avec le Micrometre; & par les observations des passages par des filets croisés au foyer d'une Lunette qui sert de Micrometre, j'ay trouvé que la latitude de la Tache étoit Australe de  $15''$ , & sa difference de longitude d'avec le centre du Soleil étoit de  $6' 30''$ . Enforte qu'elle

a rencontré l'Ecliptique vers les  $3^h$  du soir le 21, ce qui est assez difficile à bien déterminer, à cause que son chemin n'est que fort peu incliné à l'Ecliptique, & même par la comparaison des autres observations, tant antérieures que suivantes, elle auroit dû y avoir passé beaucoup plutôt.

Le 23 le Ciel fut presque toujours couvert, & je ne pus avoir que vers les  $10^h \frac{1}{2}$  sa distance au bord le plus proche du Soleil toujours vers l'Orient de  $12' 26''$  avec le Micrometre.

Le 24 à  $9^h 10'$  du matin j'ay conclu que la latitude de la Tache étoit alors de  $1' 10''$  Australe, & sa longitude par rapport au centre du Soleil étoit de  $30''$ , la Tache étant vers l'Occident.

A  $11^h \frac{1}{2}$  la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil qui étoit vers l'Occident, étoit de  $14' 10''$  avec le Micrometre. Elle a donc passé par le milieu de son parallèle apparent ce même jour au matin, comme je le détermineray ensuite.

Le 25 à midy la différence entre le passage de la Tache par le Meridien & le centre du Soleil a été de  $20'' \frac{1}{2}$  dont la Tache précédoit.

Mais à  $9^h$  du matin sa distance du bord du Soleil le plus proche étoit de  $11' 20''$  vers l'Occident.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^\circ 35' 45''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^\circ 53' 15''$ .

Par les observations du matin à  $7^h 20'$  j'ay trouvé la latitude Australe de la Tache de  $1' 30''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil de  $4'$ , la Tache étant à l'Occident de ce centre.

Le 26 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin j'ay conclu la latitude Australe de la Tache de  $1' 45''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil  $7' 15'$ , la Tache étant à l'Occident de ce centre.

A  $8^h \frac{1}{2}$  la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil vers l'Occident étoit de  $8' 19''$ .

A midy elle a passé par le Meridien plutôt que le centre du Soleil de  $36''\frac{1}{2}$  à peu près.

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^{\circ} 34' 0''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^{\circ} 51' 40''$ .

Le 27 à midy la Tache a passé par le Meridien plutôt que le centre du Soleil de  $47''$ .

La hauteur Meridienne apparente de la Tache étoit de  $64^{\circ} 32' 20''$ , & celle du bord supérieur du Soleil de  $64^{\circ} 49' 40''$ .

La latitude de la Tache étoit alors Australe de  $2' 5''$ , & sa différence de longitude d'avec le centre du Soleil  $10' 50''$ , la Tache étant à l'Occident.

Le 28 & le 29 le Ciel a été si couvert que je n'ay pu faire aucunes observations; & le 30 au matin à  $5^h\frac{1}{2}$  je ne voyois plus la Tache sur le disque du Soleil, quoyqu'elle pût être vers le bord.

Mais dans la révolution précédente de cette même Tache on la voyoit encore sur le bord du Soleil vers midy, & le matin à  $6^h$  elle en étoit éloignée de  $8''$ . D'où l'on peut conclure qu'elle a fait sa révolution apparente en moins de 27 jours, ce qui peut venir de plusieurs causes particulières, tant de son mouvement propre que de la position & du mouvement du Soleil.

Je trouve aussi en comparant les positions de la Tache du 27 & du 28 May, avec celles du 23 & du 24 Juin, qui sont le temps entre lesquels elle a passé par le milieu de son parallèle, qu'elle n'a dû employer dans sa révolution apparente que 26 jours 21 heures  $\frac{1}{2}$ . Et j'avois déterminé par d'autres observations du retour des Taches après 73 révolutions, qu'elles étoient de 27 jours 7 heures  $7'$ , ce qu'on peut voir dans les observations imprimées de l'année 1700; mais des causes particulières peuvent causer ces inégalitez, comme je viens de dire.

Pour ce qui est du temps où elle a passé par le milieu de son parallèle apparent, je trouve par trois comparaisons des positions devant & après ce passage, que l'une le don-



ne le 24 à 4<sup>h</sup> 30' du matin, une autre à 4<sup>h</sup>, & une autre à 5<sup>h</sup>; en sorte que si l'on prend un milieu, on aura ce temps à 4<sup>h</sup> 30', comme l'une des comparaisons le donne.

Son chemin apparent, par rapport à l'Ecliptique, a été à très peu près en une portion d'Ellipse très-platte, dont la concavité étoit tournée vers le Septentrion, non seulement que dans le commencement de cette révolution ce chemin paroïssoit un peu concave vers l'Ecliptique en cet endroit, ou convexe vers le Septentrion.

La distance de la Tache au centre du Soleil au temps où elle a passé par le milieu de son parallèle apparent étoit 1' 5".















On peut enfin conclure de ces observations, qu'elle est entrée dans le disque apparent du Soleil à 3° de l'Ecliptique vers le Septentrion, & qu'elle en est sortie à 8° 44' vers le midy.

Je trouve par ces positions & par la courbure apparente du chemin de la Tache, que les poles du mouvement de cette Tache ou du Soleil, si cette Tache n'a point eu de mouvement particulier sur le corps du Soleil, sont éloignés des poles de l'Ecliptique de 7 degrés ou un peu plus, & que ces poles sont à peu près au 28°. Mais le mouvement apparent de cette Tache n'est pas si propre pour déterminer la position de ces poles, que leur distance aux poles de l'Ecliptique.

On verra les changemens qui sont arrivez à la Figure de cette Tache dans les desseins suivans.

Mon fils m'a aidé dans toutes ces observations.



|                       |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                      |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|                       | 25. May                                                                             | 27. à 9 <sup>h</sup> matin .                                                        | 28. à 8 <sup>h</sup> matin                                                           |
|                       |    |    |    |
| atin                  | 30 à 7 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> matin .                                          | 31. à 11 <sup>h</sup> matin .                                                       | 1uin 1. à 8 <sup>h</sup> matin .                                                     |
|                       |    |    |    |
|                       |                                                                                     |                                                                                     | 3. Iuin à 6 <sup>h</sup> matin .                                                     |
|                       |                                                                                     |                                                                                     |   |
| atin .                | 19. à 7 <sup>h</sup> <sup>1</sup> / <sub>2</sub> matin                              | 20. à 8 <sup>h</sup> matin                                                          | 21. à midi                                                                           |
|                       |   |   |    |
|                       |                                                                                     |                                                                                     | 22. à 3 <sup>h</sup> <sup>1</sup> / <sub>2</sub> apres midi                          |
|                       |                                                                                     |                                                                                     |   |
| atin                  | 24. à 11 <sup>h</sup> <sup>1</sup> / <sub>2</sub> matin                             | 25 à midi                                                                           | 26. à 9 <sup>h</sup> matin .                                                         |
|                       |  |  |  |
| 703. pag 128. Pl. 3 . |                                                                                     |                                                                                     | Beray fecit                                                                          |



## OBSERVATION

*D'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de  
Juillet 1703. à l'Observatoire Royal.*

PAR M. DE LA HIRE.

**V**Oicy une nouvelle Tache qui a paru dans le Soleil 1703.  
21. Juillet. dans le mois de Juillet, & qui est fort différente de celle qu'on avoit vûë le mois précédent, tant pour sa position que pour sa grandeur.

Je la vis pour la premiere fois le 8 de ce mois en observant le Soleil à midy, elle étoit grande & composée de plusieurs amas de Taches fort séparées les unes des autres, mais elle étoit encore si foible, que quoiqu'elle fût fort avancée dans le disque du Soleil, il n'y avoit pas apparence qu'elle eût paru le jour precedent: aussi je ne remarquay rien sur le Soleil le 7 de ce mois, lorsque je l'observay à midy. J'ay suivi cette Tache tous les jours jusqu'au 17, où elle est passée dans la partie du Soleil qui nous est cachée. Je donneray seulement ici la longitude & la latitude de la precedente qui étoit la plus grosse de toutes, & comme je les ay concluës de toutes les observations que j'en ay faites en plusieurs manieres pour plus grande certitude. On trouvera aussi à la fin les Figures de ses différentes apparences, ce qui fera connoître que c'est une des plus grandes que nous ayons observées.

Le 8 Juillet à  $2^h \frac{1}{4}$  après midy sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de  $9' 20''$ , & sa latitude étoit Australe de  $4' 53''$ .

Le 9 à  $7^h$  du matin sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de  $7' 20''$ , & sa latitude Australe étoit de  $5' 10''$ . La distance entre le milieu de la precedente qui étoit la plus grosse, & de la dernière étoit de  $1' 26''$ .

Le 10 à midy sa longitude étoit plus grande que celle du centre du Soleil de  $3' 0''$ , & sa latitude Australe étoit de  $5' 40''$ . A  $1^h \frac{1}{2}$  après midy, la distance entre les deux plus éloignées étoit de  $1' 39''$ .

Dans ces observations du 9 & du 10 elle paroissoit beaucoup augmentée en force, en grandeur, & en nombre de petites Taches qui accompagnoient les plus grosses, comme on le voit dans les figures.

Le 11 au matin à  $6^h 20'$  la longitude de la Tache étoit encore plus grande que celle du centre du Soleil de  $10''$ . Sa latitude étoit de  $6'$  Australe, & la distance entre le milieu des Taches extrêmes étoit de  $1' 49''$ .

Le 12 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $3' 36''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 25''$ . La distance entre le milieu des Taches extrêmes étoit de  $2' 10''$ .

Le 13 à  $7^h \frac{1}{2}$  du matin la longitude de la Tache étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $6' 40''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 40''$ .

Le 14 à  $10^h \frac{1}{2}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $9' 36''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 50''$ .

Le 15 à  $6^h \frac{1}{2}$  du matin sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $11' 30''$ , & sa latitude étoit Australe de  $6' 50''$ .

Il n'y avoit alors que deux amas de Taches, dont le suivant ne paroissoit plus avoir autour de lui d'atmosphère obscur à l'ordinaire, mais un atmosphère plus clair que le reste du Soleil, qu'on appelle ordinairement *facule*.

Le 16 à  $1^h \frac{1}{2}$  après midy sa longitude étoit moindre que celle du centre du Soleil de  $13' 40''$ , & sa latitude étoit Australe de  $5' 50''$ .

Le même jour à  $7^h$  du soir elle n'étoit plus éloignée du bord le plus proche du Soleil que de  $35''$ .

Le 17 sur les  $8^h$  du matin je n'ay pû rien remarquer de la Tache sur le bord du Soleil, le Ciel étoit tout brouillé, mais à  $1^h \frac{1}{2}$  après midy il n'y en paroissoit plus rien.

8. Juillet à midi .



9. Juillet à 6.  $\frac{1}{2}$  h matin .



10. à 1.  $\frac{3}{4}$  h apres midi .



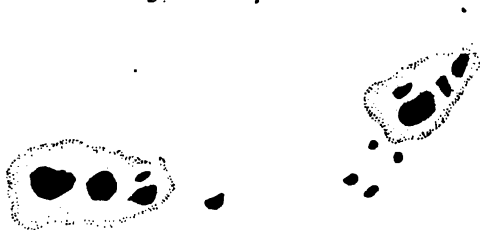
11. à 6.  $\frac{1}{2}$  matin .



12. à 7. h matin .



13. à 7.  $\frac{1}{4}$  matin .



14. à 9.  $\frac{3}{4}$  h matin .



15. à 6.  $\frac{1}{2}$  h matin .



16. à 11.  $\frac{3}{4}$  h





J'ay conclu de ces positions différentes, tant avant son passage par le milieu de son parallele qu'après, qu'elle a été dans le milieu le 11 à 4<sup>h</sup> du matin, son éloignement du centre du Soleil étoit alors de 6' vers le midy.

Je trouve par-là que quand cette Tache auroit fait sa révolution en 27 jours, elle n'auroit dû être sur le bord du Soleil que le 17 à 10<sup>h</sup> du soir.

La Tache a dû être sur le bord du Soleil éloignée de l'Ecliptique de 25 degrés 25 minutes.

Le chemin que la Tache a décrit par rapport à l'Ecliptique étoit courbe, & la concavité tournée vers l'Ecliptique; ce qui fait voir que le pole Septentrional du mouvement du Soleil ou de la Tache, étoit sur le disque apparent du Soleil, & entre le 4 & 5 degré des Poissons.

Cette Tache pourra reparoître après sa demi-révolution derriere le Soleil le dernier jour de ce mois vers le soir tout au plutô.

J'ay comparé cette Tache avec celle qui a paru en May 1702, & je trouve que si c'est la même, sa révolution a dû être de 27 jours 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  à peu près, après 15 révolutions.

Mais si je la compare à celle de Septembre 1701, sa révolution seroit de 27 jours 2 heures après 15 révolutions.

Et par celle de Decembre 1700, sa révolution seroit de 27 jours 3 heures  $\frac{1}{2}$  environ après 34 révolutions.

Toutes ces comparaisons n'ont rien de la certitude de celle qu'on fait de la même Tache, quand elle fait plus d'une révolution autour du Soleil, quoiqu'il puisse y arriver plusieurs inégalités par les changemens de la Tache, & par son mouvement apparent.

Les Figures sont représentées, ensorte que le midy est toujours en haut, & le Septentrion en bas.





R E M A R Q U E S  
S U R L E S L I G N E S  
G E O M E T R I Q U E S.  
P A R M. R O L L E.

1703.  
9. Juin.

**L** Es Remarques que je donne icy sont une suite de celles que j'ay proposées à la Compagnie sur les Lignes Geometriques & sur les Tangentes.

A R T. I. Je feray voir, en premier lieu, que parmi les differens points qui fournissent les égalités dans la generation des Courbes, il y a plusieurs de ces points qui n'appartiennent pas à ces Courbes, & qui peuvent imposer.

Soit pour exemple l'égalité que l'on voit icy en *A*.

$$A. \quad z^4 - 4az^3 + 5a^2zz - 2a^3z - bbvv = 0. \\ \qquad \qquad \qquad + 2bbcv \\ \qquad \qquad \qquad - bbcc$$

Les inconnûes de cette égalité sont *z* & *v*; & comme *v* ne passe point le second degré, il est facile de s'assurer que l'on peut en tirer une Courbe. Mais si l'on prend  $z = a$  &  $v = c$ , on trouvera que ces deux valeurs donnent la résolution de l'égalité proposée, & de-là on seroit porté à croire que cette résolution donne un point de la Courbe. Ce qui ne se trouve pas veritable, comme on le verra icy.

On reconnoît ces sortes de résolutions, & l'on ne peut y être trompé quand on se sert de la Methode que je donnay au public en 1699 pour la résolution generale des égalités indéterminées, suivant ce que j'en ay dit dans le Memoire que je lûs dans l'Assemblée du 10 Decembre 1701, où j'ay expliqué par des exemples & par des figures comment on peut faire servir les Regles de cette Methode à la generation des Lignes Geometriques.

Mais comme l'on n'a point ce Memoire à la main, je rapporteray icy tout ce que l'on doit sçavoir de ces Regles, pour en faire l'application à l'exemple proposé.

Elles servent principalement à déterminer tout le réel & tout l'imaginaire des égalités, & pour cela il faut trouver les limites des inconnuës. Mais pour le dessein que l'on a icy, il suffit de trouver celles de l'inconnuë  $z$ . Ce qui se fait en cette maniere.

1°. On multiplie tous les termes de l'inconnuë  $v$ , chacun par son exposant; on efface une fois  $v$  du produit de la multiplication, & l'on suppose que la somme des termes qui resultent de cet affacement soit égale à 0. D'où se forme l'égalité qui est marquée icy en  $B$ .

$$B \dots 2bbv - 2bbv = 0.$$

2°. On résout cette égalité, & l'on substitue ses racines au lieu de  $v$  dans l'égalité  $A$ . La résolution donne  $v = c$  seulement, & la substitution fournit l'égalité marquée  $D$ .

$$D. z^4 - 4az^3 + 5a^2xz - 2a^3z = 0.$$

3°. Les racines de cette égalité sont des limites pour l'inconnuë  $z$  dans l'égalité proposée. Ainsi, ces limites sont celles que l'on voit en  $E$ .

$$E. \quad 0. \quad a. \quad 2a.$$

4°. La Methode veut que l'on prenne arbitrairement une quantité dans chacun des intervalles que designent ces limites, de maniere que dans les quatre intervalles que forment les trois limites en  $E$ , on pourra prendre les quatre quantités marquées icy en  $F$ .

$$F. \quad -a. \quad \frac{1}{2}a. \quad \frac{1}{2}a. \quad 3a.$$

5°. La Methode veut aussi que l'on substitue chacune de ces quantitez moyennes au lieu de  $z$  dans la proposée  $A$ , pour sçavoir combien elle donnera de valeurs réelles ou imaginaires de l'inconnuë  $v$ .

La premiere quantité est  $-a$ , & substituant cette quantité au lieu de  $z$  dans la proposée, l'égalité qui resulte de la substitution donne deux valeurs réelles de  $v$ . D'où il faut conclure, selon la Methode, que toutes les

valeurs prises dans le premier intervalle donneront aussi deux valeurs réelles de  $v$ ; & comme cet intervalle est indéfini, les deux rameaux de la Courbe que fournissent ces valeurs de  $v$ , sont aussi indéfinis.

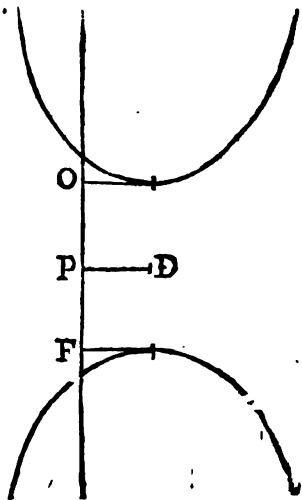
Si l'on substitue au lieu de  $x$  dans  $A$ , la seconde quantité moyenne  $\frac{1}{2}A$ , l'égalité qui en resultera ne renfermera que des racines imaginaires; & delà il faut conclure, selon la Methode, que toutes les quantités réelles que l'on peut prendre dans le second intervalle pour l'inconnue  $x$ , ne donneront que des résolutions imaginaires de l'égalité proposée  $A$ .

La troisième quantité moyenne  $\frac{1}{3}A$  ne donne aussi que des résolutions imaginaires de la proposée.

Mais la quatrième quantité  $\frac{2}{3}A$  fournit deux valeurs réelles pour  $v$ . & par conséquent toutes les quantités du même intervalle donneront aussi deux valeurs réelles de  $v$ . Ce qui fournit deux rameaux indéfinis de la Courbe, de même que le premier intervalle.

Où l'on peut voir que chacun des deux intervalles compris entre les limites extrêmes  $0$  &  $2A$ , ne donneront que des résolutions imaginaires, & par conséquent l'un & l'autre ne sçauront donner aucun point de la Courbe. De manière que si l'on prend la droite  $OF$  pour l'axe des  $x$ , & que  $O$  soit l'origine, l'image de la Courbe sera comme dans cette Figure.

6°. Ce n'est pas assez d'éprouver une des quantités de chaque intervalle pour sçavoir tout ce que peut fournir l'égalité proposée pour la generation de la Courbe. Il faut encore, selon la Methode, que l'on éprouve les limites mêmes qui séparent les intervalles; & si l'on substitue la limite  $A$ , qui sépare les deux intervalles imagi-



naires, pour en faire l'épreuve, on trouvera que l'égalité qui en résulte renferme deux racines réelles. Chacune de ces racines est la quantité  $\epsilon$ , c'est-à-dire que  $v$  est toujours égal à  $\epsilon$ , lorsque  $z = a$ , & que ces deux valeurs résolvent l'égalité proposée.

Mais cette résolution est la seule de cet exemple entre les limites 0 &  $2a$ , & l'on a vu que les deux intervalles compris entre ces limites ne fournissent d'ailleurs que des racines imaginaires. Ainsi l'appliquée  $v = \epsilon$ , ou  $PD$ , que donne l'abscisse  $z = a$ , ou  $OP$ , sur l'axe generateur  $OF$ , ne se trouve dans aucun des deux intervalles indéfinis, & l'on a trouvé que ces deux intervalles sont les seuls qui peuvent fournir les rameaux de la Courbe. Ce qui suffit pour faire voir que parmi les points que donnent les égalités generatrices, il peut y en avoir qui n'appartiennent pas aux Courbes que ces égalités expriment. Et si l'on compare ces Remarques à la Methode des indéterminées que je donnay en 1699, on verra qu'il y a des exemples où il se trouve une longue suite de points qui viennent de l'égalité generatrice, & qui ne sont pas de la Courbe que cette égalité fournit.

ART. II. Delà se découvre un inconvenient de toutes les methodes que j'ay vues de *Maximis & Minimis*. Car il arriveroit qu'en cherchant les valeurs de  $v$  qui sont les plus grandes ou les plus petites de leurs semblables, on trouveroit que  $z = a$  donne  $v = \epsilon$  pour un *Max.* ou un *Min.* Mais l'on a vu que cette valeur de  $v$  ne sauroit être la plus grande ni la plus petite de ses semblables, puisqu'elle est seule de son ordre, & qu'elle ne détermine aucun des points de la Courbe.

Et si l'on cherchoit les *Max.* ou les *Min.* de  $z$ , on trouveroit que  $v = \epsilon$  en donne plusieurs, & pour distinguer celui qui est faux, il faudroit ou les observations que l'on vient de proposer, ou des observations équivalentes.

Selon la methode ordinaire de *Max. Min.* on trouvera dans cet exemple que  $z = a$  donne des racines égales, d'où il faudroit conclure que ces racines marquent

deux parties de la Courbe, & qu'elles concourent au point *D*. Mais l'on a vû que la Courbe n'y passe point, & qu'elle s'en écarte de plus en plus.

ART. III. Si l'on étoit prevenu que  $z = a$  &  $v = c$  peuvent donner un point de la Courbe dans cet exemple, & que l'on voulut chercher la valeur de la sous-Tangente en ce point par le moyen de la methode ordinaire des Tangentes, on trouveroit que la substitution de ces deux valeurs détruiroit la formule que fournit cette methode. Et si l'on cherchoit une seconde formule par le moyen des regles qu'on a données dans le Journal du 13 Avril 1702, la substitution de ces valeurs ne la détruiroit point; mais la valeur de la sous-Tangente se trouveroit imaginaire. Ce qui marqueroit encore, que le point proposé n'est pas de la Courbe proposée.

A cela on peut ajouter qu'en substituant cette valeur imaginaire de la sous-Tangente pour avoir la Tangente, on trouveroit une valeur réelle dans le resultat de la substitution lorsque  $a$  surpasse  $b$ , & que l'on prend cette sous-Tangente sur l'axe des  $z$ : ou bien lorsque  $b$  surpasse  $a$  quand on prend la sous-Tangente sur l'axe des  $v$ . Ensorte que si l'on cherchoit la Tangente sans faire attention à tous ces inconveniens, on seroit porté à croire qu'elle est réelle.

Dela on voit aussi qu'il ne suffit pas toujours de trouver une quantité réelle en termes analytiques ni en nombres pour la valeur d'une ligne, & qu'il faut s'assurer des lignes adjacentes. Voicy encore des remarques sur les lignes Geometriques, mais d'une autre espece.

ART. IV. On distribue ordinairement les lignes Geometriques en divers genres, & sur cela on a marqué celles dont il faut se servir pour plusieurs recherches: mais on l'a fait d'une maniere où il seroit facile de se méprendre, & il y a des cas où il faudroit des connoissances considerables pour éviter l'erreur. On pourra s'en appercevoir, si l'on fait attention à l'égalité *G*.

$$G. \dots x^{10} - 20 a^1 y^1 x^4 - c b^4 y = 0,$$

La Courbe que fournit cette égalité seroit du troisiéme genre, si on la considéroit par le degré des inconnuës, comme l'a fait M. Descartes, & en cela il est suivi de plusieurs Geometres. Selon lui & selon eux aussi la parabole ordinaire est du premier genre. Cependant cette égalité  $G$  n'exprime que la parabole ordinaire. Ce qui paroît se contredire. Cela se peut expliquer ; mais quelque explication que l'on y donne, il faudra des regles pour réduire une égalité indéterminée à son véritable degré, quand on voudra en reconnoître le véritable genre, & l'on verra que pour former ces regles il faut résoudre de grandes difficultez. J'ay marqué les moyens dont je voudrois me servir pour cette recherche dans la Methode des indéterminées de l'année 1699 pages 47, 48, 49. Et comme elle peut servir à l'inverse des Tangentes, selon ce que j'en ay dit dans la page 68 du même Livre, il arrive, par le retour, que cette inverse est un moyen pour trouver le véritable genre des égalités indéterminées & des Courbes qu'elles expriment, comme on le dira dans un autre Memoire.

J'ajoutéray icy quelques observations sur la methode dont on se sert ordinairement pour trouver les Tangentes, comme une suite de ce que j'en ay dit en d'autres Memoires.

ART. V. Souvent il arrive dans l'usage que l'on fait de la formule des Tangentes, que l'appliquée & la sous-Tangente ne sont que des riens ou des zeros absolus. Ce qui designe en quelques exemples que la Tangente est parallele aux abscisses ou aux appliquées. Mais pour un exemple de cette façon, il y en a une infinité où cela n'arrive point, & où l'on pourroit se tromper si l'on s'en rapportoit à ce qui en a été dit dans le Journal des Sçavans du 3. Aoust 1702.

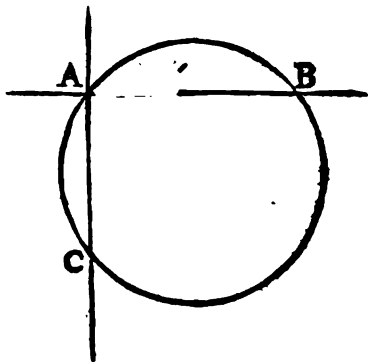
Pour marquer cet inconvenient par un exemple fort simple, je prendray l'égalité generatrice que l'on voit icy en  $M$ .

$$M... xx + 6rx + vv - 8rv = t.$$

1703.

S

La Courbe qu'exprime cette égalité n'est pas différente du cercle ordinaire, lorsque les axes generateurs  $AC$ ,  $AB$ , font un angle droit comme dans cette Figure, où l'on peut voir aussi que l'origine est en  $A$  sur la circonférence, & que chacun des axes en est une secante.



Cela posé, il est évident que l'appliquée & la sous-Tangente au point  $A$  ne sont que des zéros absolus. Il est encore évident que la Tangente ne peut point être parallèle à l'un, ni à l'autre des deux axes, ni se confondre avec eux.

Cela se voit d'une autre manière dans le calcul. Car si l'on prend  $c$  pour l'expression de la sous-Tangente, & que l'on veuille avoir sa valeur sur l'axe des  $z$ , la méthode ordinaire donnera cette valeur comme on le voit en  $N$ .

$$N \dots f = \frac{vv - 4rv}{z + 3r}.$$

Et substituant dans cette formule  $v=0$  &  $z=0$  qui déterminent le point proposé, on trouvera  $f=0$  pour la valeur de la sous-Tangente. L'appliquée n'étant aussi que 0, il est évident que cela ne détermine point la situation de la Tangente. On sçait d'ailleurs qu'elle doit être perpendiculaire au rayon, & par conséquent il ne peut point arriver qu'elle soit parallèle aux axes, ni qu'elle se confonde avec eux. Mais l'on verra mieux l'étendue de cet inconvénient, si l'on considère que la situation des deux axes peut varier infiniment, de manière que l'origine soit toujours au point  $A$  sur la Courbe, & que dans cette variété infinie de situations, il ne peut y en avoir que deux où la Tangente se confonde avec un axe, qui sont les deux cas où les axes mêmes deviennent Tangentes. On peut voir aussi que cette dernière observation sur le point  $A$  regarde tous les points de toutes les Courbes.

Mais cet inconvenient s'augmente encore , se multiplie & s'implique avec d'autres inconveniens , comme on le peut voir si l'on prend pour exemple les Courbes qui se forment par le moyen des égalités que l'on voit icy en *P* & en *T*.

$$\begin{aligned}
 P... & \left. \begin{aligned} x^6 - 2axyx^4 + 2y^2x^3 \\ + nnyyxx - 2ay^2x + y^6 \end{aligned} \right\} = 0. \\
 T... & \left. \begin{aligned} y^6 - 36xy^5 + 510xx^2y^4 \\ - 3600x^3y^3 + 13152x^4y^2 \\ - 13040x^5y + 15201x^6 \\ - 443745x^5 \end{aligned} \right\} = 0.
 \end{aligned}$$

On peut remedier à tous ces inconveniens par le moyen des regles que l'on a proposées dans le Journal du 13 Avril 1702 ; mais ces derniers exemples feront voir qu'il seroit inutile d'y appliquer d'autres regles que l'on a publiées la même année dans le Journal du 3. Aoust.

Au reste , la plupart des observations que j'ay données sur les Lignes Geometriques , sont aussi des observations pour les Lignes Mechaniques , que l'on appelle Transcendantes comme on le dira dans un autre Memoire.

*Dans les Memoires de l'année 1702 page 180 ligne 18 , au lieu de ccbb , on lira ccba. Et dans la page 181 ligne 12 , au lieu du mot dans , on lira , dans le dénominateur de.*



## A D D I T I O N

*Au premier des Memoires de l'Academie ,  
de l'Année 1699.*

*Touchant la maniere de trouver des Courbes le long desquelles  
un corps tombant , s'approche ou s'éloigne de l'horison , ou  
d'un point donné quelconque , en telle raison des tems , &  
dans telle hypothèse de vitesses qu'on voudra.*

PAR M. VARIGNON.

1703.  
30. Juin.

**L** Orsque je donnay la Méthode contenuë dans le premier des Memoires de l'Academie , de l'année 1699. pour trouver des Courbes le long desquelles un corps tombant , s'approche ou s'éloigne de l'horison en telle raison des tems qu'on voudra , & dans quelque hypothèse de vitesses que ce soit , &c. elle me parut d'autant plus générale que jusqu'alors on n'avoit trouvé ces sortes de Courbes , que pour le cas des approches égales en tems égaux , par rapport à un point pris dans l'axe de chacune de ces Courbes , & pour l'hypothèse seule de Galilée touchant l'accélération des corps qui tombent , au lieu que par cette Méthode je les donnois dans ce Memoire non-seulement pour telles hypothèses de vitesses & des tems qu'on auroit voulu , mais encore pour des approches du mobile à tel point , qu'on auroit aussi voulu du plan de cette Courbe. Cependant quelque général que cela soit , il est manifeste qu'il le seroit beaucoup davantage , si l'on prenoit ce point hors le plan de cette même Courbe ; puisqu'en annulant sa distance à ce plan , tout ce Mémoire de 1699. s'en déduiroit en Corollaires. Voici donc aussi ce général , & comment ce Mémoire s'en déduit.

## PROBLÈME.

Trouver une Courbe  $QLM$  le long de laquelle un corps tombant d'un point quelconque  $A$  de l'arc circulaire  $EAG$  décrit du centre  $C$  sur le plan de cette Courbe, il s'approche en telle raison, des tems qu'on voudra, du point  $T$  pris à discrétion, comme hors ce même plan pour plus de généralité ; quelles que soient les vitesses de ce corps en tombant, & à quelque point  $C$  de ce plan que ces directions concourent, ne pouvant concourir ailleurs.

FIGURE. I.

I. SOLUTION. Du point  $T$  au point  $A$ , d'où l'on suppose que le corps tombe, soit la droite  $AT$ ; soit aussi la droite  $TL$  par tel point  $L$  qu'on voudra de la Courbe cherchée  $QLM$ ; ensuite du centre  $T$  par  $L$ , soit l'arc  $LK$  qui détermine (sur  $AT$ ) les approches  $AK$  du mobile  $L$  à ce point  $T$ , en tombant de  $A$  le long de cette Courbe. De plus après avoir fait  $TD$  perpendiculaire en  $D$  au plan de cette Courbe, avec deux ordonnées  $CG, Cg$ , infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent la Courbe  $QLM$  en  $L, l$ , & l'arc circulaire  $EAG$  en  $G, g$ ; soient aussi  $DF, Df$ , perpendiculaires sur ces ordonnées  $CG, Cg$ . Enfin après avoir fait la droite  $DL$ , soient du centre  $C$ , les arcs  $DOBX, LH, lR$ ; & encore du centre  $T$  par  $l$ , les arcs  $lS$  &  $lk$ , lesquels rencontrent  $TL$  &  $TA$  en  $S$  & en  $k$ .

II. Cela fait, soient appellées  $AB, a$ ;  $DOB, b$ ;  $AC$  ou  $GC, c$ ;  $AT, f$ ;  $TD, h$ : toutes constantes. Soient de même appellées  $CF, m$ ;  $DF, n$ ;  $LF, p$ ;  $AK, r$ ;  $AG, x$ ;  $AH$  ou  $GL, x$ ;  $CH$  ou  $CL, y$ ; les tems que le mobile emploie à tomber de  $A$  en  $L, t$ ; la vitesse en  $L, v$ : toutes variables. Ce qui donne déjà  $c - x = y, y - m = p$ ; Et par conséquent aussi  $dc - dx = dy, dy - dm = dp$ .

III. Suivant ces art. 1. & 2. l'on aura  $\overline{TK} = \overline{TL} = \overline{TD} + \overline{DL} = \overline{TD} + \overline{DF} + \overline{FL} = hh + nn + pp$ .

Donc  $AK (r) = f - \sqrt{hh + nn + pp}$ , &  $Kk$  ou  $LS$

$$(dr) = \frac{n \, dn + p \, dp}{\sqrt{hh + nn + pp}} \quad (\text{l'art. 2. donnant } dp = dy - dm)$$

$= \frac{ndn + pdy - p dm}{\sqrt{hb + nn + pp}}$  positif, à cause que  $AK$  &  $TK$  ou  $TZ$  croissent alternativement. De sorte que si (pour abréger) on prend  $q = \sqrt{hb + nn + pp}$ , l'on aura aussi  $r = f - q$ , &  $dr = \frac{ndn + pdy - p dm}{q}$ . Mais  $GC (c)$ .  $FC (m) :: Gg (dz)$ .  $FZ (-dn) = \frac{m dz}{c}$ . Et  $FC (m)$ .  $Df (n) :: FZ (-dn)$ .  $fZ (dm) = \frac{-ndn}{m} = \frac{ndz}{c}$ , en prenant  $dn$  négativement de part & d'autre, à cause que  $AG (z)$  &  $CF (m)$  croissent pendant que  $FD (n)$  diminue. Donc en substituant ces valeurs de  $dn$  &  $dm$  en  $dz$ , dans la précédente valeur de  $dr$ , l'on aura aussi  $dr (Kk$  ou  $LS) = \frac{-mndz + cpdy - pndz}{c}$  (l'art. 2. donnant  $p = y - m$ )

$$= \frac{cpdy - nydz}{c}$$

IV. De plus ayant  $RZ = dy$ , &  $cg (c)$ .  $cl (y) :: Gg (dz)$ .  $Rl = \frac{y dz}{c}$ . L'on aura aussi  $Ll = \sqrt{dy^2 + \frac{yy dz^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{ccdy^2 + yy dz^2}}{c}$ . Mais suivant l'art. 2. ayant  $v$  pour la vitesse du mobile par  $Ll$ , &  $dt$  pour l'instant employé à parcourir cet élément, l'on aura en général  $dt = \frac{Ll}{v} = \frac{\sqrt{ccdy^2 + yy dz^2}}{cv}$ . Donc suivant quelque proportion des tems ( $t$ ) qu'on règle les approches  $AK (r)$  du mobile  $Z$  au point  $T$  placé où l'on voudra, la valeur de  $dt$  en  $r$  & en  $dr$ , résultante de cette supposition, sera  $= \frac{\sqrt{ccdy^2 + yy dz^2}}{cv}$ . Ainsi en substituant les valeurs précédentes (art 3.) de  $r$  & de  $dr$  dans cette valeur de  $dt$ , il en résultera encore une autre  $= \frac{\sqrt{ccdy^2 + yy dz^2}}{cv}$ . Ce qui fera une équation laquelle deviendra celle d'une Courbe  $QIM$ , propre à cet effet, en y substituant seulement la valeur de  $v$  suivant laquelle on voudra aussi régler la vitesse du corps qu'on suppose tomber le long de cette Courbe. *Ce qu'il falloit trouver.*

EXEMPLES.

V. Pour entrer dans quelque détail, soit requis (si l'on veut) que les approches  $AK(r)$  de ce mobile  $L$  au point  $T$ , soient en raison des quarrés des tems ( $t$ ), c'est-à-dire,  $r = tt$ , ou  $t = \sqrt{r}$ . En ce cas ayant  $dt = \frac{dr}{2\sqrt{r}}$  (art. 3.)

$$= \frac{cpdy - nydz}{2cq\sqrt{f-q}}, \text{ l'on aura aussi (art. 4.) } \frac{\sqrt{ccdy^2 + yydz^2}}{cv} =$$

$$= \frac{cpdy - nydz}{2cq\sqrt{f-q}}, \text{ ou } v = \frac{2q\sqrt{f-q}\sqrt{ccdy^2 + yydz^2}}{cpdy - nydz} \text{ pour l'é-}$$

quation de la Courbe  $QLM$  requise dans cette hypothèse de  $r = tt$ , en y substituant la valeur de  $v$ , c'est-à-dire, les valeurs des vîtesses qui y sont encore à discrétion. De sorte qu'en supposant de plus que ces vîtesses ( $v$ ) soient, si l'on veut, comme les racines des hauteurs  $AH$  ou  $GL(c-y)$  des chutes, c'est-à-dire  $v = \sqrt{c-y}$ ; il n'y aura qu'à substituer cette valeur de  $v$  dans l'équation précédente, pour la rendre celle de la Courbe  $QLM$  qui satisfait à ces deux hypothèses à la fois. Et ainsi des autres à l'infini, ni ayant de différence que dans la difficulté du calcul.

Il est à remarquer que si l'on eût pris les vîtesses ( $v$ ) en raison des tems ( $t$ ), c'est-à-dire  $v = t = \sqrt{r}$ ; alors on auroit eu tout d'un coup (art. 4.)  $\frac{\sqrt{ccdy^2 + yydz^2}}{cv} =$

$$= dt = \frac{dr}{2\sqrt{r}} = \frac{dr}{2v} \text{ (art. 3.) } = \frac{cpdy - nydz}{2cvq}, \text{ c'est-à-dire}$$

$$\sqrt{ccdy^2 + yydz^2} = \frac{cpdy - nydz}{2q} \text{ pour l'équation de la}$$

Courbe  $QLM$ , le long de laquelle un corps  $L$  tombant du point  $A$ , les approches ( $AK$ ) de ce corps au point  $T$ , seroient non-seulement comme les quarrés des tems ( $t$ ) employés à tomber de  $A$  en  $L$ , mais aussi comme les quarrés des vîtesses ( $v$ ) qu'il auroit en  $L$  suivant  $Ll$ .

VI. Supposons présentement & pour toute la suite, que les approches  $AK$  du mobile  $L$  au point  $T$ , en tombant le long de la Courbe requise  $QLM$ , doivent être par

tout comme les tems, c'est-à-dire, égales en tems égaux; ce qui est l'hypothèse ordinaire: Il s'agit de trouver cette Courbe  $QLM$  pour toutes les hypothèses possibles d'accélération des chutes, ou des vitesses ( $v$ ) de ce corps  $L$ , à quelque point  $C$  du plan de cette Courbe que ses directions concourent, & quelles que soient les positions de ce plan, & du point  $T$  par rapport à ce même plan.

Cette hypothèse des approches  $AK$  ( $r$ ) en raison de tems ( $t$ ), donnant  $dr$  ( $Kk$  ou  $LS$ )  $= dt$ , l'on aura aussi (art. 3. & 4.)  $\frac{cp dy - n y dz}{cq} = \frac{\sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{cv}$ , ou

$$v = \frac{q \sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{cp dy - n y dz} \text{ (l'art 3. donnant } q = \sqrt{hb + nn + pp})$$

$$= \frac{\sqrt{hb + nn + pp} \sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{cp dy - n y dz} \text{ pour l'équation de la Cour-}$$

be requise  $QLM$ , laquelle quelque particuliere qu'elle soit par rapport à celle de l'art. 4. se diversifiera cependant encore à l'infini, selon les différentes positions des points  $C, T$ , & selon la variété infinie des vitesses qu'on peut supposer au corps  $L$  en tombant le long de cette Courbe, suivant laquelle il doit s'approcher toujours également du point  $T$  en tems égaux. De sorte que tout le premier des Mémoires de 1699. de l'Academie, quelque général qu'il soit, n'est cependant encore qu'un cas de cet article-ci, à la réserve des équations des art. 2. & 5. de ce premier Mémoire, lesquelles reviennent à celle de l'art. 4. de celui-ci.

VII. Si l'on veut premièrement que  $T$  soit en  $C$ : Alors le point  $D$  se trouvant aussi en  $C$ , les droites  $TD$  ( $b$ ),  $DF$  ( $n$ ),  $CF$  ( $m$ ), se trouveront toutes  $= 0$ , & par conséquent  $p(y-m) = y$ ; l'égalité précédente

$$\text{(art. 6.) se réduira ici à } v = \frac{y \sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{c y dy} = \frac{\sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{cdy},$$

$$\text{ou à } dy = \frac{\sqrt{cc dy^2 + yy dz^2}}{cv} \text{ (art. 2.)} = \frac{\sqrt{cc dx^2 + c - x^2} ndx}{cv}. \text{ Mais}$$

l'art. 4. donneroit  $dt = \frac{\sqrt{cc dx^2 + c - x^2} ndx}{cv}$ , sans fixer  $dt$ , laquelle équation est la même que celle de l'art. 5.

page 5. du premier des Mémoires de 1699. excepté seulement que l'on appelle ici  $z$  &  $x$ , ce qui s'appelloit là  $x$  &  $y$ .

VIII. Si l'on veut que le point  $T$  soit encore dans le plan de la Courbe cherchée  $QLM$ , mais en tel point  $D$  que l'on voudra de ce plan ; & que le concours  $C$  des ordonnées  $LC$ ,  $IC$ , &c. de cette Courbe soit infiniment éloigné, c'est à dire, que ces mêmes ordonnées soient parallèles entr'elles : alors ayant encore  $TD(b)=v$ , & de plus  $CL(y)$  infinie, de même que  $AC(c)$ , la dernière équation de l'art. 6. se changera ici en  $v = \frac{\sqrt{nn+pp} \sqrt{dy^2+dz^2}}{pdy - ndz}$  ;

ce qui donne  $vv-1 = \frac{ndy^2+ppdz^2+2npdydz}{pdy - ndz}$ , ou  $\sqrt{vv-1} = \frac{ndy+pdz}{pdy - ndz}$ .

Mais ce cas du point  $C$  infiniment éloigné, rendant les arcs  $EAG$ ,  $HL$ ,  $DOBX$ , des lignes droites perpendiculaires aux ordonnées parallèles  $AC$ ,  $LC$ , &c. Et changeant de cette manière la Fig. 1. d'ici, en celle de l'art. 10. pag. 7. &c. du premier des Mémoires de 1699. on trouve  $BO=HL=AG=z$ , &  $DF(n)$  confonduë avec  $DO$ , de même que  $LF(p)$  avec  $LO$  ; ce qui donne (art. 2.)  $n=b-z$ ,  $p=a-x$ , &  $dy=-dx$ .

Donc en substituant ces valeurs de  $n$ ,  $p$ , &  $dy$ , dans la dernière des équations précédentes, l'on aura aussi

$$\sqrt{vv-1} \left( \frac{ndy+pdz}{pdy - ndz} \right) = \frac{-dxnb - z + dzna - x}{-dxna - x - dznb - z} = \frac{zdx - bdx + adx - xdx}{zdx - adx - bdx + xdx},$$

laquelle est précisément la même que celle de l'art. 10. pag. 7. du premier des Mémoires de 1699. D'où par conséquent l'on déduira tout ce qui en a été déduit dans ce Mémoire, qu'on voit suivre de l'article 4. de la solution du Problème précédent.

#### REMARKUES.

IX. Il est à remarquer que dans tout cela la valeur arbitraire de  $v$ , permet de n'avoir aucun égard à la direction de la pesanteur du mobile ; & que dans l'art. 5.

pag. 5. du premier des Mémoires de 1699. où je l'ay supposée tendre toujours en  $C$ , de même que dans l'art. 10. pag. 7. &c. de ce premier Mémoire, où je l'ay supposée tendre suivant des directions paralleles à  $AC$ , je pouvois n'avoir aucun égard à ces directions, n'ayant ici besoin que des vitesses ( $v$ ) qu'on y suppose.

X. Il est aussi à remarquer par rapport au cas de l'art. 7.

qu'en y faisant  $v = \sqrt{x}$ , l'auroit aussi  $\frac{\sqrt{ccdx^2 + c - x^2} dx}{c\sqrt{x}}$

$= dy$  (art. 2.)  $= -dx$ , ou  $ccdx^2 + c - x^2 = ccxdx^2$ :  
d'où résulte  $dx = \frac{cdx\sqrt{x-a}}{c-x}$ , ou (en supposant  $a = 1$ )

$dx = \frac{cdx\sqrt{ax-aa}}{c-x}$ , comme dans l'art. 5. pag. 5. du premier des Mémoires de 1699. excepté seulement qu'on appelle ici  $dx$ , ce qui s'appelloit là  $dy$ .

Dans la construction que j'ay donnée de la Courbe qu'exprime cette équation, dans cet endroit de ces Mémoires, je m'étois contenté d'en chercher l'inflexion, & sous quels angles elle rencontre son axe. Mais M. Bernoulli Professeur à Groningue m'ayant écrit qu'il avoit remarqué de plus que cette Courbe fait une infinité de révolutions avant que d'arriver à son centre; voici comment je l'ay aussi trouvé par \* sa Méthode pour intégrer les fractions rationnelles, présentée à l'Académie le 13. Decembre 1702. Et de plus encore par une autre Méthode que j'ay depuis longtemps pour décrire toutes sortes de Spirales à l'infini.

\* Voyez les  
Mémoires  
de 1702.  
page 289.

XI. Je commence par la solution que j'ay tirée de la Méthode de M. Bernoulli, m'étant venue la première.

1°. Soit  $s = \sqrt{ax - aa}$ , ou  $x = \frac{s^2 + aa}{a}$ , & par conséquent  $dx = \frac{2s ds}{a}$ . Il est visible que la substitution de ces valeurs de  $x$  & de  $dx$  dans la précédente équation  $dx = \frac{cdx\sqrt{ax-aa}}{c-x}$ , la changera en  $ads = \frac{2cs ds}{ac - aa - ss}$ . Mais pour rendre  $ac - aa = 1$ , il faut considérer que la

grandeur  $a$ , prise cy-dessus (art. 10.) pour l'unité, étant arbitraire, peut être prise aussi pour  $\frac{1}{2}c$ ; Et en ce cas l'on aura  $\frac{1}{2}c = a = 1$ : ce qui rend en effet  $ac - aa = 1 - 1 = 0$ , &  $\frac{1}{2}c d\alpha = a d\alpha = \frac{2css ds}{ac - aa - ss} = \frac{2css ds}{1 - ss}$ . Donc en ce cas l'on aura aussi  $d\alpha = \frac{4ss ds}{1 - ss} = -4ds + \frac{2ds}{1+s} + \frac{2ds}{1-s}$ : Et (en intégrant)  $\alpha = -4s + 2l(1+s) - 2l(1-s) = -4s + 2l \frac{1+s}{1-s}$ , ou  $\alpha + 4s = 2l \frac{1+s}{1-s} = 2l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s}$ , pour une nouvelle équation de la Courbe en question, en prenant toujours  $\frac{1}{2}c$  pour l'unité dont le logarithme est zero, & la lettre  $l$  signifiant ici *logarithme*, comme  $d$  signifie *différentielle*.

2°. Pour en tirer présentement une égalité parcourante de la même Courbe, soit  $n$  le nombre dont l'unité ( $a$  ou  $\frac{1}{2}c$ ) est le logarithme constant; & par conséquent  $ln = 1$ . Ayant alors  $\alpha = \alpha ln$ , &  $4s = 4s ln$ , l'on aura aussi (num. 1.)  $\alpha ln + 4s ln = 2l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s}$ , ou  $l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s} = ln + ln = ln^{1+1}$ , ou bien encore  $\frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s} = n^{1+1}$ , ou enfin  $\frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s} = n^{1+2}$ , pour l'égalité parcourante de la Courbe en question.

3°. On voit delà que le cas de  $s = 0$ , changeant cette FIG. II. équation en  $1 = n^{\frac{1}{2}}$ , rend aussi  $\alpha(AG) = 0$  pour faire  $n^{\frac{1}{2}} = n = 1$ . Et par conséquent alors cette Courbe  $QLM$  doit rencontrer la droite  $AC$  en un point  $O$ , dans lequel le point  $H$  se confondant avec  $L$ , doit aussi donner  $AO(x) = a = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2}AC$ ; puisqu'alors (num. 1.)  $x = \frac{ss+aa}{a} = \frac{aa}{a} = a = \frac{1}{2}c$ , conformément à ce qui en a été dit dans l'art. 7 pag. 6. du premier des Memoires de 1699.

4°. Mais si l'on suppose  $s = \frac{1}{2}c$ ; & par conséquent aussi (num. 1.)  $x = \frac{\frac{1}{4}cc+aa}{a} = \frac{\frac{1}{4}cc+\frac{1}{4}cc}{\frac{1}{2}c} = c$ , c'est à-dire  $H$



en  $C$  : Alors la précédente équation parcourante  $\frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s} = n^{\frac{1}{2}x+c}$  du nombre 2. se changeant en  $\frac{c}{s} = n^{\frac{1}{2}x+c}$ , & rendant par-là  $n^{\frac{1}{2}x+c}$  infini, quoique les constantes  $n$  &  $c$  soient (*hyp.*) finies; il faut qu'alors la variable  $x$  ( $AG$ ) soit effectivement infinie, & qu'ainsi la Courbe  $QLM$  fasse ici une infinité de révolutions avant que d'arriver en  $C$ , rencontrer son axe sous l'angle avec la dernière  $CL$ , que je lui ay aussi marqué dans l'art. 7. pag. 6. du premier des Mémoires de 1699. où il faut ::  $\sqrt{OR} \cdot \sqrt{AO}$ . au lieu de ::  $\sqrt{AO} \cdot \sqrt{OR}$ , & avec la dernière  $RB$ , c'est-à-dire ici ::  $\sqrt{OC} \cdot \sqrt{AO}$ . quelque soit le rapport de  $OC$  ( $c-a$ ) à  $AO$  ( $a$ ).

3°. La dernière équation  $x + 4s = 2l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s}$  du nombre 1. prouve de même que l'origine de la Courbe  $QLM$ , qu'elle exprime, doit se trouver sur la droite  $AC$  en quelque point  $O$  qui donne ici  $AO = \frac{1}{2}AC$ ; & que cette même Courbe ne doit arriver en  $C$  qu'après avoir fait une infinité de révolutions autour de ce point.

En effet si l'on suppose premièrement  $s = 0$ , cette dernière équation du nomb. 1. se changeant en  $x = 2l \frac{\frac{1}{2}c}{\frac{1}{2}c} = 2l \frac{1}{2}c = 2l \frac{1}{2}c = 0 = 0$ ,  $AG(x)$  doit être nul; Et par conséquent alors la Courbe  $QLM$  doit rencontrer la droite  $AC$  en quelque point  $O$  qui donne  $AO = \frac{1}{2}AC$  comme dans le nombre 3.

Au contraire si l'on suppose  $s = \frac{1}{2}c$ , la même équation du nomb. 1. se changeant en  $x + 2c = 2l \frac{c}{0}$  infini, aura pour lors  $x$  ( $AG$ ) infinie, tout le reste  $y$  étant (*hyp.*) fini; ce qui prouve comme dans le nomb. 4. que la Courbe  $QLM$  doit ici faire une infinité de révolutions avant que d'arriver en  $C$ .

6°. Outre cela l'équation  $x + 4s = 2l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s}$  du nombre 1. fournit encore une manière de décrire cette même Courbe, d'autant plus facile, que cette équation

se changeant en  $z = -4s + 2l \frac{\frac{1}{2}c+s}{\frac{1}{2}c-s}$  ( nomb. 1.)

$$= -4\sqrt{ax-aa} + 2l \frac{\frac{1}{2}c + \sqrt{ax-aa}}{\frac{1}{2}c - \sqrt{ax-aa}} = -4\sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc} +$$

$$+ 2l \frac{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc}}{\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc}} : \text{de quelque grandeur qu'on}$$

prenne  $AH(x)$  entre  $c$  &  $\frac{1}{2}c$ , il n'y aura qu'à faire l'arc

$$AG(z) = -4\sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc} + 2l \frac{\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc}}{\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{2}cx - \frac{1}{4}cc}} ; \&$$

le point  $Z$  où la droite  $CG$  sera rencontrée par l'arc  $HL$  décrit du centre  $C$  par  $H$ , sera un des points de la Courbe  $QLM$ . Et ainsi des autres à l'infini.

XII. Voici présentement l'autre maniere de construire la même Paracentrique  $QLM$ , & de faire encore voir qu'elle doit effectivement faire une infinité de révolutions avant que d'arriver en  $C$ .

1°. Pour cela imaginons une autre Courbe  $KV$  sur l'axe  $AC$ , dont les coordonnées soient les variables  $HK=k$ , &  $CH=y$  (art. 2.)  $= c-x$ , les noms de  $AC=c$ , de  $AH=x$ , aussi bien que de l'arc de révolution  $AG$  ou  $AG +$  tel nombre de révolutions complètes qu'on voudra  $=z$ , &c. étant encore ici les mêmes que dans l'art. 2. Soient de plus les constantes  $e$   $=$  au circuit entier du cercle  $AGEA$ , &  $g$   $=$  à la droite arbitraire  $AP$ . Soit enfin  $dk = \frac{egdx\sqrt{ax-aa}}{ax-aa}$  l'équation de la Courbe  $KV$  : la-

quelle on voit devoir avoir en  $C$  son ordonnée  $k$  ( $CV$ ) pour asymptote,  $x=c$  rendant là cette ordonnée infinie ; & être touchée en  $O$  par la droite  $AO=a$ , ayant  $dx$  infinie par rapport à  $dk$  en ce point  $O$  de la droite  $AC$ .

2°. Après cela soit pris l'arc  $AG(z)$ .  $AGEA(e) :: HK(k)$ .  $AP(g)$ . c'est-à-dire  $z(AG) = \frac{ek}{g}$ , soit ensuite le rayon  $CG$  rencontré en  $Z$  par l'arc  $HL$  décrit du centre  $C$  par  $H$ . Cela fait, je dis que le point  $Z$  ainsi trouvé, est un de ceux de la Paracentrique cherchée ; ou (ce qui re-

vient au même) que la Courbe  $QLM$  qui passera par tous les points  $L$  que les différentes ordonnées  $HK$  ( $k$ ) de la Courbe  $OKV$  peuvent ainsi donner, sera la Paracentrique elle-même qu'il falloit construire. En effet ayant ici  $z = \frac{ek}{g}$ , il est visible que l'on y aura aussi  $\frac{g dz}{e} = dk$

(nomb. 1.)  $= \frac{eg dx \sqrt{ax - aa}}{aec - aex}$ , ou  $dz = \frac{cdx \sqrt{ax - aa}}{ac - ax}$  pour l'équation de la Courbe  $QLM$  ainsi décrite, laquelle équation est aussi (art. 10.) celle de la Paracentrique désirée. Donc cette Courbe  $QLM$  est la Paracentrique elle-même qu'il falloit décrire.

3°. Cela étant, il est encore visible que cette Paracentrique doit être une Spirale qui ne doit arriver en  $C$  qu'après une infinité de révolutions; puisque l'ordonnée  $CV$  ( $k$ ) infinie (nomb. 1.) en ce point  $C$ , doit aussi rendre infini l'arc de révolution  $AG$  ( $z$ ) correspondant, lequel (nomb. 2.) lui est toujours proportionnel.

4°. On voit de même (nomb. 1.) que  $HK$  étant nulle en  $O$ , cette Spirale doit aussi commencer en ce point  $O$ , & y avoir  $AO = a$  pour touchante, son équation (nomb. 2.) ayant  $dx$  infinie par rapport à  $dz$  en ce point, c'est-à-dire,  $dz$  nulle en ce point par rapport à  $dx$ .

Tout cela quadre avec l'art. II. Et c'est tout ce qui restoit ici à démontrer.

## SUITE D'OBSERVATIONS.

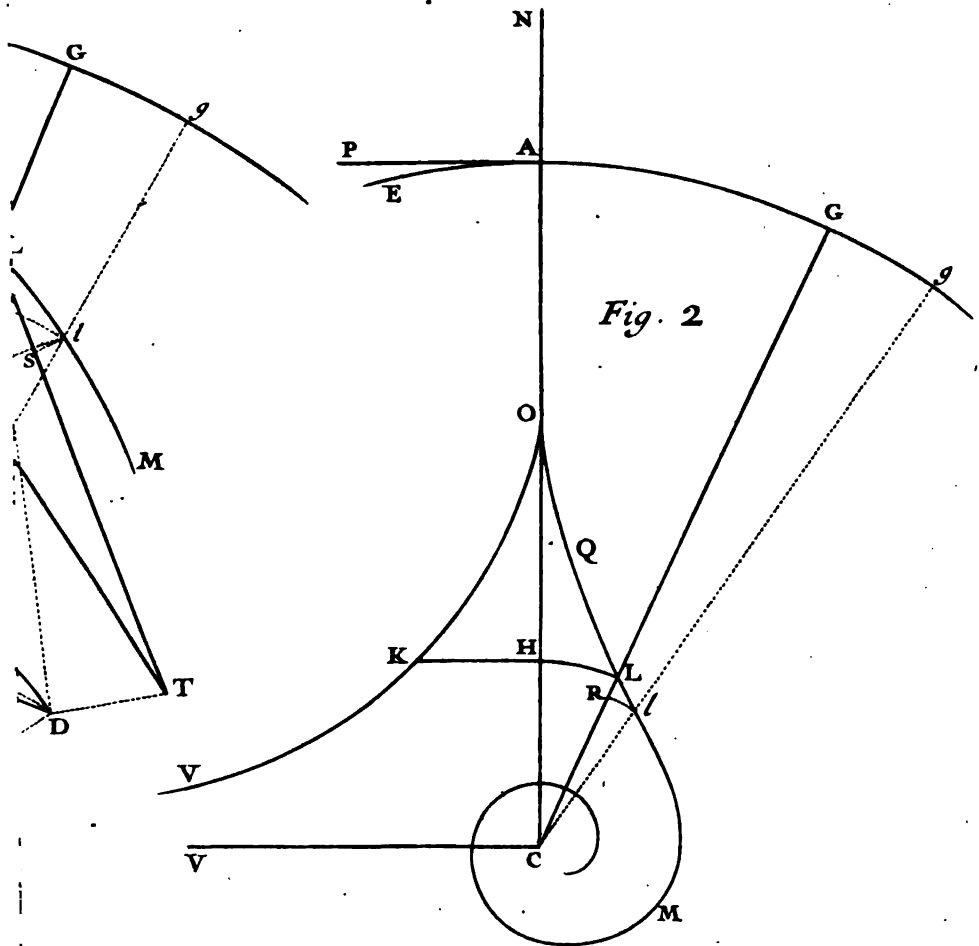
### SUR L'HYDROPIQUE

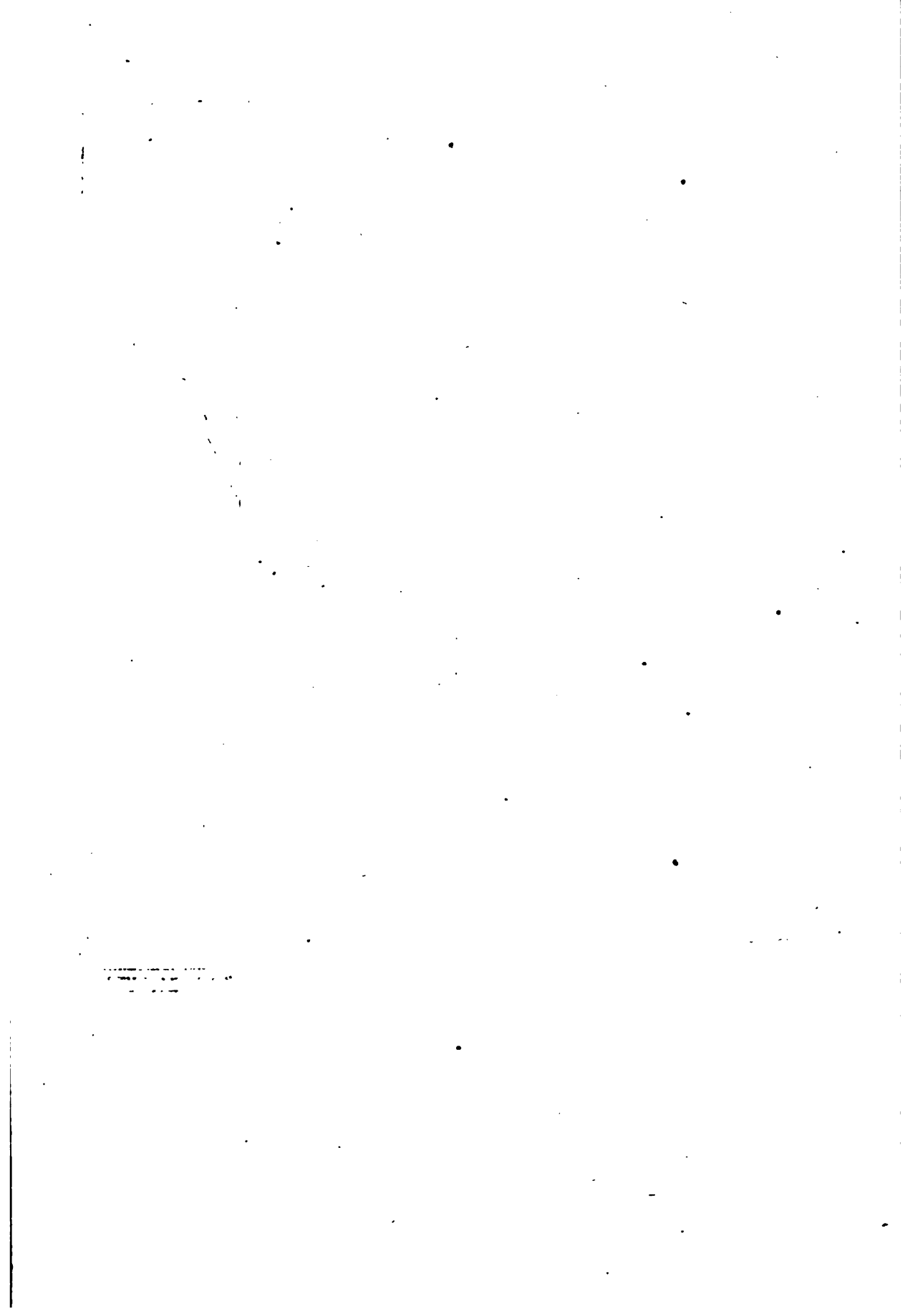
Depuis 1683. jusqu'à 1686.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1703.  
20 Janvier.

UN homme âgé de 40 à 45 ans, devenu hydropique ensuite d'un flux hepaticque, essaya inutilement pendant huit ou neuf mois tous les remèdes qu'on lui proposa. Il fut pareillement guéri en six semaines par la ponction, la diet-





te & les remèdes : mais ce qui réussit le mieux fût l'usage du vin de genièvre & de centaurée, dont le malade buvoit à sa soif. On prépara ce vin de la manière suivante :

Dans un demi quartreau de vin blanc , on mêle deux litrons de graine de genièvre , & deux poignées de petite centaurée.

Le flux hepaticque avoit été précédé d'une jaunisse universelle.

Les eaux vidées par la ponction étoient moins claires , & plus dorées qu'à l'ordinaire ; ce qui arrive quand la jaunisse a précédé l'hydropisie.

Une femme de 28 à 30 ans , après être accouchée devint ascitique : elle fut guérie par la ponction , & par l'usage des remèdes proposés dans les Observations du mois d'Octobre 1679 , lûes à l'Académie le 20 Août 1701.

Un homme âgé de 40 ans ayant la même indisposition , mais qui étoit causée par de fréquens excès , étant réduit à la dernière maigreur tant par la longueur de la maladie que par les remèdes d'un Charlatan , fut aussi traité par la ponction & la méthode précédente : le soulagement fut considérable , les forces se rétablirent , & en un mois & demi le malade fut en état d'aller à la campagne se croiant guéri. Deux mois après il fallut faire une nouvelle ponction , & il étoit réduit à la même nécessité à la fin du troisième mois , sans le secours d'une tisane faite avec la gratiolla , lazarus , la petite centaurée & la camomille , augmentant ou diminuant la gratiolla suivant les évacuations , & la retranchant quelquefois. Ce remède fatigua le malade , & le fit beaucoup vomir les premiers jours qu'il en usa : mais il se trouva si soulagé par les évacuations que ce remède produisit tantôt par le vomissement , tantôt par les urines , tantôt par les selles , qu'il fut parfaitement guéri en un mois ou cinq semaines. Quand le malade se trouvoit fatigué , ou de mauvaise humeur , on lui donnoit le remède en lavement.

Les eaux vidées par la ponction étoient sanguinolantes en sortant , & repôcées. On trouvoit dans le vaisseau ,

qui étoit fort grand , un travers de doigt de sang vermeil & caillé.

Une femme âgée de 30 à 33 ans attaquée d'une hydropisie ascite depuis 22 mois ensuite d'une couche , fut guérie en trois semaines au moyen de la ponction , & de la methode proposée dans les Observations du 20 Aoust 1701.

Je fis dans cet espace de tems trois ponctions , & les remedes dans l'intervalle d'une ponction à l'autre. A chaque ponction je vuiday sept à huit pintes d'eau : ces eaux nonobstant leur séjour n'étoient pas limoneuses.

Un Capucin du Convent de la rue S. Honoré âgé de 35 à 40 ans , dont le ventre & toutes les parties interieures étoient d'une grosseur prodigieuse par la quantité d'eau dont elles étoient remplies , guerit après avoir donné en différentes ponctions cent cinquante pintes d'eau au moins. Les remedes évacuatifs servirent peu , & après la ponction il doit sa guerison aux remedes fortifiants , surtout aux préparations de genièvre.

M. Duchesne & M. Tuillier furent presens à la premiere ponction , & se trouverent à plusieurs autres.

Un homme de 25 à 30 ans étant attaqué d'hydropisie ascite & anasarque , n'ayant pû être soulagé par aucun des moyens dont on s'étoit servi , fut aussi guéri par la ponction & par la salivation.

Je passay à l'usage de ce dernier remede , parce que ni la ponction , ni tout ce qu'on avoit fait ne débarrassoient point les parties exterieures. Durant le flux je lui faisois donner de deux heures en deux heures alternativement du restaurant , de la panade , de la botüillie avec les jaunes d'œufs , ou de la gelée ; & pour boisson pendant les premiers jours , de la tisanne faite avec la rapure de corne de cerf & la reguelisse , & dans la suite on lui donnoit de tems à autre quelques cueillerées de vin d'Alicant mêlé avec la gelée. Cet homme jouit encore à présent d'une parfaite santé.

Une fille de 18 à 20 ans ascitique , fut guérie après une seule.

seule ponction par l'usage d'une tisane faite avec la racine d'iris, d'orties piquantes, & d'oseille ronde.

Une fille de même âge dont l'hydropisie avoit commencé à paroître depuis 22 à 23 mois sans cause manifeste, ni sans changer la couleur de la peau, fut aussi guérie au bout d'un mois, au moyen du regime ordinaire de trois ponctions, & de la tisane d'orties piquantes, d'iris & d'oseille ronde.

A chaque ponction je voiday 4 à 5 pintes d'une matiere limoneuse & noirâtre. La malade ne but de la tisane d'orties qu'après la troisième ponction, & dès le lendemain on trouva dans les urines tout au moins la moitié de matiere semblable à celle qu'on avoit vidée par la ponction. Cette fille a été marice, & a eu des enfans.

Une femme veuve âgée de 42 à 43 ans, après plusieurs chagrins, & un épanchement de bile qui lui rendit la peau de couleur d'olive, fut aussi attaquée d'hydropisie ascite: elle avoit une tumeur schireuse qui s'étendoit depuis le cartilage xiphoïde jusqu'à l'ombilic. Divers remèdes dont on se servit, qui furent suivis de plusieurs ponctions, ne la purent tirer d'affaire. Mais elle fut enfin guérie avec la tisane de gratiola cy-devant décrite, sa couleur devint naturelle, elle reprit des forces & de l'embonpoint, & elle jouit pendant plusieurs années d'une bonne santé malgré la tumeur schireuse.

Une autre femme hydropique ayant un schire dans la region hypogastrique, fut guérie après une ponction avec peu de remèdes.

Un jeune homme avoit une hydropisie ascite & une anasarque; il fut guéri par la ponction & par l'usage de la tisane sudorifique, où j'ajoutois l'azarum, & la rapure de racine de sureau avec moitié de vin blanc.

Une femme de 20 à 22 ans ayant la même indisposition, fut aussi guérie de la même maniere.

Un homme de 30 à 40 ans épuisé par une grande abstinence, & par des contentions d'esprit continuelles, tomba dans une fièvre lente, & dans l'hydropisie ascite.



La longueur de cette dernière maladie lui donna le temps de passer de main en main à la ponction : la ponction fut réitérée trois fois , & le malade reprit des forces ; mais le ventre se remplissant de nouveau , il refusa la ponction , & prit durant quelque temps trois verres de vin blanc chaque jour , dans lequel il avoit fait infuser de la racine d'iris & d'ortie , & de la graine de genièvre concassée. Le malade se rétablit en peu de temps , & il jouit encore aujourd'hui d'une parfaite santé.

Une Religieuse du Couvent de Sainte Marie de Chailot ayant une hydropisie ascite & une grosse tumeur schireuse , fut guérie après plusieurs ponctions par l'usage des vomitifs , tous les autres remèdes ayant été inutiles.

J'ay vu deux autres hydropiques qui avoient des tumeurs schireuses , guéris au moyen de la ponction & du régime , avec peu de remèdes.

Une veuve hors de règles portoit depuis 6 à 7 ans un ventre d'une grosseur prodigieuse ; elle fut délivrée de ce fardeau par des ponctions réitérées , & quelques remèdes. La matière vidée par la ponction étoit épaisse , noire & huileuse. Cette Dame fut plus de deux ans sans ressentir aucune incommodité : mais ensuite elle retomba peu à peu dans l'état où elle étoit lorsque je lui fis la première ponction.

Il est très-rare de voir un soulagement si considérable dans cette espèce d'hydropisie , que je n'ay encore vu qu'aux filles & aux femmes ; & jamais l'épanchement ne dure si long-temps , que lorsque les eaux sont enfermées dans une poche particulier. Je n'en ay point vu guérir ; au contraire plusieurs femmes qui jouissoient d'une assez bonne santé , & qui n'avoient d'autre incommodité que celle de porter un gros ventre , ont péri en peu de temps pour avoir voulu s'en défaire.

Il y a 13 à 14 ans qu'une femme de vingt-huit à trente ans me vint trouver pour lui faire la ponction. Elle avoit le teint bon , de l'appétit : elle dormoit bien , & elle agissoit

encore avec assez de liberté , son ventre étoit d'une grosseur extraordinaire : elle me dit qu'il y avoit 7 à 8 ans que son ventre avoit commencé à grossir , de maniere qu'elle crut être enceinte.

Ayant reconnu que cette grosseur étoit causée par un épanchement d'humeurs , je pris jour pour lui faire la ponction : je vuiday 6 à 7 pintes de serositez mucilagineuses de couleur jaune sans mauvaise odeur. La malade fut si soulagée , qu'elle crut déjà être guérie : elle me pressa pour faire une seconde ponction , que je fis quatre jours après. J'espérois comme elle-même de réussir ; mais nous fumes bien surpris de voir sortir des matieres verdâtres d'une puanteur extraordinaire , de différente consistance à la quantité de deux pintes seulement. Je ne pouvois m'imaginer ce qui empêchoit l'écoulement des matieres : elles n'étoient pas plus épaisses que celles de la premiere ponction , & j'étois sûr d'être dans une cavité : enfin la grande puanteur , la foiblesse de la malade , & l'embarras où je me trouvay , m'obligerent à tirer la canule. Cette Dame ne fut point soulagée par cette évacuation , au contraire elle fut altérée , inquiète , dégoûtée , & perdit le sommeil : les urines qui avoient été tres-abondantes après la premiere ponction , cessèrent : regime , remedes , soins , tout fut inutile , & tous les accidens augmentèrent : plus j'examinois le ventre de la malade , plus j'étois surpris trouvant toujours une fluctuation distincte : je ne pouvois m'imaginer comment il se pouvoit faire qu'il ne fût sorti qu'une certaine quantité de matieres épanchées. Enfin la malade paroissant un peu mieux , je fis une troisième ponction , & chaque ponction fut faite en differens endroits. Il sortit par cette troisième operation des matieres encore d'une plus mauvaise odeur , noires & grumelées , il ne s'en vuida qu'environ une pinte , point de soulagement : & deux heures après la malade eut un gros frisson , grande alteration , vomissemens , & enfin elle mourut peu de jours après avec des inquietudes cruelles.

Je l'ouvris , & je trouvay un grand bâlon qui renfer-

156 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
moit plusieurs cellules lesquelles ne communiquoient pas  
ensemble : chaque cellule contenoit des matieres de dif-  
ferente nature ; les unes avec plus, les autres avec moins  
d'épaisseur, de couleur & de mauvaïse odeur. Je ne pus  
examiner la chose avec plus de soin.

---

## *SUR UNE HYDROPISE*

PAR M. DU VERNEY, le jeune.

1703.  
3. Fevrier.

**L**E 4 Aoust 1702 je fus appelé en consultation pour  
une fille hydropique âgée de 14 à 15 ans, fort gran-  
de pour son âge, & d'une constitution valetudinaire. De-  
puis le cartilage xiphoïde jusqu'aux doigts des pieds tou-  
tes les parties étoient abrevées de serositez & fort en-  
flées, la peau de tout le ventre truitée, la respiration  
tres-difficile, & l'estomac si pressé qu'il ne pouvoit plus  
recevoir d'alimens; les jouës & les levres étoient livides  
aussi-bien que l'extremité des doigts.

Ayant reconnu un épanchement d'eau dans la capaci-  
té du ventre, on convint de la ponction. Je vuiday cinq  
pintes de serositez de couleur citronée, d'odeur & de sa-  
veur urineuse. Cette évacuation soulagea un peu la ma-  
lade. Le 8 & le 14 je reïteray la ponction, ce qui dimi-  
nua considerablement tous les simprômes sans augmen-  
ter toutefois nos esperances, parce que les forces ne se ré-  
tablissoient pas, & que la respiration étoit toujours fre-  
quente & embarrassée. Dans cet état la malade changea  
d'air & de regime; elle parut mieux, les urines devinrent  
abondantes, le ventre libre, l'appetit & le sommeil assez  
bons, pourvû qu'elle ne fût point contrainte, & qu'elle  
vêcut a sa maniere. Environ le 20 Septembre la malade  
fur plus oppressée, elle eut quelques foibleesses, & ne pou-  
voit plus demeurer que sur son seant: les jambes, les cuif-  
ses & le ventre devinrent extrêmement enflés sans aucu-

ne cause manifeste , c'est-à-dire, sans que le ventre ni les urines fussent moins libres, ni l'appetit diminué. La malade demanda qu'on lui fit de nouveau la ponction : ce qui fut assez difficile , parce que la grosseur du ventre dépendoit presque tout de l'épaisseur des tegumens. Je réitéray cependant cette operation le 28 du même mois : il sortit environ une pinte de matieres purulentes. Cette évacuation diminua un peu l'étouffement , & mit la malade en état de prendre de la nourriture jusqu'au 15 Octobre. Le 18 encore une ponction , & pareille évacuation de matiere purulente. Cette dernière évacuation ne changea point l'état de la malade : les inquietudes , la foiblesse & l'oppression augmentèrent , enfin elle mourut le 9 Novembre. On en fit l'ouverture , voici ce qu'on a remarqué.

Toute la peau étoit bouffie , & inégalement abreuvée de serositez , les parties superieures s'en trouvant toutefois beaucoup moins remplies que les inferieures. Celle des jambes & des cuisses parut dure , raboteuse & élephantique , avec quelques petits ulceres , & quelques excoriations. Je fis une profonde incision à une jambe , d'où il sortit des serositez limoneuses : les fibres charnuës avoient perdu leur couleur & leur consistance : les intervalles qui separent les parties les unes des autres , étoient remplis d'une espece de gelée blanchâtre , tout le corps de la peau l'étoit aussi. Il s'est trouvé dans la capacité du ventre une pinte de matiere purulente : tous les intestins étoient remplis d'air , adherans & collez les uns aux autres , tant par quelques restes de l'épiploon , que par une espece de gelée fibreuse.

Le foye avoit un volume considerable , il étoit de couleur de lie de gros vin noir , & d'une substance dure. Je trouvay sous le petit lobe du foye une grande cuillerée de matiere semblable à de belle gelée : le pancreas étoit gros & schireux : la vesicule du fiel à peu près à l'ordinaire. Immédiatement au dessus du rein gauche il y avoit une poche qui renfermoit environ demi-septier de

matiere laiteuse : les reins & les uréteres avoient leur disposition naturelle , les deux cavitez de la poitrine étoient remplies de serositez : le pericarde avoit au moins la grosseur de la tête de la défunte : il avoit plus de largeur que de longueur : ce qui lui donnoit une figure particuliere , ayant 8 pouces de largeur , & il étoit rempli d'eau. Cette membrane , malgré son extension , étoit plus forte & plus épaisse que dans l'état naturel.

La grosseur & la figure du cœur ne parurent pas moins singulieres. Il étoit extraordinairement gros , & sa figure plus large que longue representoit celle d'une chataigne de mer applatie par dessous , & convexe par dessus ; sa substance étoit ferme & solide ; l'oreillette droite étoit remplie d'un sang noir , épais & cailleboré.

Le sang vidé & l'oreillette lavée , je n'y trouvay rien de particulier. J'ouvris ensuite le ventricule droit : il étoit fort grand , ses fibres avoient 4 à 5 lignes d'épaisseur , & il étoit garni de colonnes tres-fortes.

L'artère du pōumon étoit fort grosse & fort épaisse : les fibres du ventricule gauche avoient moins d'épaisseur que celle du ventricule droit : tous les vaisseaux qui entrent dans le cœur & qui en sortent , paroissoient dilatez ; cependant ils avoient tous plus d'épaisseur qu'ils n'en ont ordinairement.

Les pōumons étoient si serrez & si applatis , qu'ils n'avoient pas l'épaisseur de deux travers de doigt.

## SUR L'HYDROPIE

Par M. DU VERNEY le jeune.

1703.  
25. Avril.

**P**Our continuer à lire quelque chose à la Compagnie touchant l'hydropisie , je commenceray par dire qu'il est souvent tres-important de ne pas vider les eaux tout à la fois , mais à diverses reprises. C'est ce qui paroîtra par les deux observations suivantes.

Une femme âgée de 40 à 45 ans ayant une ascite, avoit tenté inutilement toutes sortes de remèdes, tant en Province qu'à Paris : elle se résolut enfin à la ponction que je fis à diverses reprises ; elle se trouva soulagée par cette operation qui fut aidée des secours ordinaires ; & elle se vit bien tôt en état de marcher & d'agir avec assez de liberté. Six semaines après elle se trouva encore un gros ventre : on appella du conseil, qui la détermina à une nouvelle ponction, & voulut qu'on vidât les eaux tout à la fois. Durant & même après l'operation le pouls ni les yeux ne changerent point, il n'y eut ni tintement d'oreilles, ni bâillement, ni étonnement ; enfin aucun signe que la malade s'affoiblit : on la mit au lit, elle parut tranquille, & prit volontiers ce qu'on lui donna : mais à son reveil elle se trouva languissante, épuisée & dégoûtée, avec une extinction de voix. Elle demeura 5 ou 6 jours dans ce triste état, & mourut enfin d'inanition.

Un ascitique âgé de 28 à 30 ans s'étant déterminé à la ponction, assembla du conseil : la pluralité des voix fut de tout vider : le Chirurgien ordinaire fit l'operation, & vida le plus qu'il pût. Le malade se lotia du soulagement qu'il sentit ; on le mit au lit, & on lui fit prendre du bouillon : mais cet homme qui avoit d'abord paru si content, se trouva pendant la nuit fort abbatu, appesanti, inquiet, & la tête si embarrassée qu'on ne pût le soulager, de sorte qu'il mourut quelques jours après.

On voit par ces deux observations qu'il est souvent important, comme j'ay déjà dit, de ménager l'évacuation des matieres épanchées. Les Auteurs ont été tres-circonspects à ne pas vouloir qu'on vidât tout à la fois non seulement les eaux des hydropiques, mais encore le pus répandu dans la poitrine, & même celui des grands abcès, parce qu'ils avoient observé que les maladesomboient dans une foiblesse qui les mettoit en danger par une trop grande dissipation d'esprits. Cependant on a peu d'égard aujourd'huy à ce sage précepte, & on vuide le ventre des hydropiques comme on feroit un tonneau : ce

qui expose souvent un malade , parce qu'il se fait plusieurs dissipations inévitables.

La premiere par les matieres vidées , qui contiennent toujours beaucoup d'esprits , & les occasionne à se porter avec le sang en trop grande abondance aux parties inferieures.

En second lieu par la perte des parties balsamiques du sang , & même des esprits dont il s'en trouve une grande quantité de noyée en se mêlant avec les eaux qu'elles rencontrent aux parties inferieures , & qui se vuide ensuite dans la capacité du ventre par les vaisseaux lymphatiques qui s'y rendent.

En troisième lieu il ne se fait pas une réparation proportionnée des esprits , parce que les parties de la nourriture sont en desordre.

Il est facile de comprendre que le poids des eaux empêche le sang de couler avec liberté aux parties inferieures par la compression que souffrent tous les vaisseaux , & que ce fardeau étant levé la circulation devient libre ; ainsi il se porte beaucoup moins de sang aux parties superieures , & par conséquent le cerveau fournit moins d'esprits animaux au reste du corps ; d'où vient la langueur , l'inanition & la mort.

On doit observer que pour éviter la foiblesse qui arrive quand on vuide beaucoup d'eau à un hydropique ( ce qu'on est quelquefois obligé de faire ) il faut faire attention à quatre chose. La premiere , de se servir d'un poinçon ou trois quart fort délié. La seconde d'interrompre & d'arrêter le jet de temps en temps. La troisième , de presser & bander le ventre comme on fait aux femmes immédiatement après l'enfantement. Enfin de donner aux malades durant l'operation quelques gorgées de bon vin , ou du bottillon.

La Compagnie me permettra de joindre à ces deux observations les suivantes , qui font voir qu'on se peut facilement tromper dans l'examen que l'on fait de l'hydropisie , pour sçavoir si c'est une ascite ou une timpanite ,  
c'est

c'est-à-dire, si ce sont des eaux ou des vents qui sont dans le ventre.

Lorsque j'ay commencé à pratiquer la ponction, je n'ay point vû d'hydropisies ascites qu'on n'ait dit que c'étoit des timpanites. Je me suis trouvé avec plusieurs grands Praticiens, qui soutenoient avec chaleur la timpanite. Pour les faire revenir de leur prévention, je les priois d'examiner le poids du ventre, de considérer qu'un pareil volume d'air n'étoit pas d'une si grande pesanteur, & qu'il n'y avoit point de fluctuation comme dans l'ascite. Enfin les malades se trouvant pressé, l'operation terminoit la dispute, & les soulageoit beaucoup par l'évacuation des eaux.

Je ne nie pas qu'il n'y ait quelquefois des vents mêlez avec l'eau, ce que l'on peut reconnoître en plusieurs manieres.

La premiere qu'en touchant le ventre avec les deux mains aux endroits où l'eau finit; on y sent de la légèreté comme quand on presse doucement une vessie qui n'est pas toute pleine d'eau, & dont le reste est rempli d'air.

La seconde, qu'en faisant changer de situation au malade, l'endroit qu'on trouvoit léger, devient pesant; comme reciproquement celui que l'on trouvoit pesant, devient léger.

La troisiéme, durant l'operation le jet est interrompu par des bulles d'air, qu'il faut rompre avec une soye de sanglier, ou avec un stiller. Enfin ce qu'on nomme timpanite n'est autre chose qu'un gonflement des parties de la nourriture, causé par des vents & des matieres visqueuses presque toujours sans épanchement dans la cavité du ventre; & quand il s'y en fait, ce n'est que d'une petite quantité de matiere purulente.

Pour lors la tension des parties exterieures est comme convulsive, & le ventre n'a jamais le même volume que dans l'ascite. En second lieu il a une figure particuliere; il est comme pressé par les côtez, & jetté en devant. En



troisième lieu il semble que les parties intérieures & les extérieures ne fassent qu'un même corps. En quatrième lieu la fluctuation ne se fait pas sentir d'un côté à l'autre. De plus on entend un certain son sourd, comme celui d'un tambour mal rendu ou mouillé. Il se rencontre quelquefois des ascitiques où la fluctuation & le contre-coup ne sont pas sensibles en frappant sur les côtes opposées, soit à cause d'une tension extraordinaire, soit par l'épaisseur des tegumens. Alors pour s'en assurer il faut mettre une main sur l'ombilic, & avec l'autre frapper de bas en haut.

Je me suis trouvé dans des occasions où j'ay cru qu'il y avoit épanchement, parce que je m'imaginois sentir la fluctuation & le contre-coup. Cependant il n'y avoit point d'épanchement: c'étoient les intestins remplis de vents & de matières gluantes, qui m'imposaient.

Je n'ay point vu guérir de malades qui eussent été dans cette disposition, & j'ay trouvé à tous ceux que j'ay ouverts, les intestins boursoufflez, livides, gangrenez, & à demi remplis de ces matières visqueuses.

Ces observations apprennent à agir avec beaucoup de précaution dans ces rencontres, & à être réservé à faire le pronostic de ces maladies.

## SUR L'HYDROPIsie.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1703.  
25 May.

**I**L ne sera peut être pas mal à propos en traitant des hydropisies enkistées (maladies jusqu'à présent assez ignorées) de décrire exactement les kistes avant que de passer aux signes par lesquels on peut particulièrement les reconnoître.

Le 21 Aoust 1684 je fus appelé à l'Hôtel de Conty pour une fille âgée environ de 55 à 60 ans.

Elle étoit couchée sur un matelas posé sur le plancher , à cause de l'énorme pesanteur de son ventre , qui avoit au moins une aune & demie de circonférence , & une telle longueur qu'il descendoit presque jusqu'aux genoux.

Les jambes & les cuisses étoient monstrueuses : il y avoit une des jambes ulcérée. La malade avoit une grande difficulté de respirer , & ne dormoit point depuis quinze jours.

Le 22 du même mois je lui fis la ponction. Il n'y avoit que ce parti à prendre ; tous les remèdes ayant été inutilement mis en usage. Les matieres qui sortirent étoient semblables à de la sanie , gluantes , mais sans odeur , de couleur entre rouge & noir , dont la résidence étoit comme de la bouë , ou comme de la lie de gros vin noir. J'en tiray 5 à 6 pintes , ce qui soulagea beaucoup la malade , qui urina quelques heures après l'opération plus en une fois qu'elle n'avoit fait auparavant en 6 jours.

Cela eut tout le succès qu'on pouvoit attendre : elle dormit , & continua à uriner en abondance ; les jambes desenfletterent , & la respiration devint plus aisée.

La seconde operation donna d'abord d'heureuses esperances. Mais peu de temps après , la malade se trouva inquiète : elle eut une grande soif , & des insomnies ; & il lui survint une nouvelle enflure de ventre : ce qui obligea de faire une troisième operation huit jours après la seconde. A cette troisième operation les matieres sortirent avec une odeur d'œufs couvez , si forte que je fus obligé de faire donner du vinaigre aux assistans , & même à la malade. Elle fut pourtant d'abord soulagée : mais quelques jours après son appetit diminua , & ses douleurs augmentèrent , de sorte qu'elle ne dormit plus que par artifice jusqu'au quinzième jour de sa maladie , que je ne trouvay pas à propos de continuer les mêmes remèdes , craignant que quelque embarras se joignant à l'action des somniferes , elle n'y pût résister. Enfin elle deceda le 19 sur les 6 heures du soir.

Le lendemain à 6 heures du matin j'en fis l'ouverture. Ayant levé les tegumens & les muscles , j'ouvris le peritoi-

ne, & en même temps une membrane qui lui étoit contiguë, d'où il sortit quelque matiere semblable à celle que j'avois tirée à la dernière operation.

Après avoir augmenté l'ouverture & fait écouler toutes les eaux, on fut surpris de n'appercevoir aucun viscere; ce qui fit que les assistans s'écrierent d'abord qu'il falloit que la malade eût vidée son foye, sa ratte & ses boyaux, car tous les viscères du bas ventre étoient absolument cachez sous cette membrane, qui s'étendoit depuis les os pubis jusqu'à la quatrième fausse côte. J'examinay avec soin toutes choses, & je découvris que c'étoit une membrane qui occupoit toute cette étendue du bas ventre, & dont la surface anterieure étoit adherante à la partie anterieure du peritoine, & la postérieure au même peritoine trois ou quatre travers de doigt au dessus des reins. Cette membrane formoit un sac ou kiste, qui naissoit du côté gauche de la matrice entre l'ovaire & la trompe; en sorte que l'ovaire se trouvoit enfermé dans la capacité de cette partie, & la trompe avec son expansion étoit colée dans toute sa longueur à sa surface extérieure.

Il faut encore observer que l'ovaire étoit comme dans une poche, c'est-à-dire, qu'il y avoit une ouverture froncée où la main pouvoit entrer, qui conduisoit dans un sac trois ou quatre fois aussi grand, lequel étoit renfermé dans la grande poche.

Cette grande poche n'étoit presque par tout épaisse que d'une ligne & demie; mais en sa partie inférieure elle avoit deux pouces d'épaisseur, & cette épaisseur étoit composée de glaires & d'hidatides.

Sa surface intérieure étoit toute remplie d'abcès, & de matieres schireuses & glaireuses, dont les unes étoient de la grosseur du poing, les autres de celle d'un œuf; enfin il y en avoit de toutes figures, parmi lesquelles on découvroit une infinité d'hidatides, dont quelques-unes étoient grosses comme des noix, & beaucoup d'autres de la grosseur d'une noisette. Il y en avoit d'entassées les unes sur les autres, qui formoient comme des ovaires de truie. Cette

poche s'étant augmentée & dilatée à mesure que les eaux croissoient, avoit tellement repoussé en haut les parties de la nourriture, que l'endroit du diaphragme qui regarde le foye, se trouvoit à la huitième côte en comptant de bas en haut, & tous les intestins, le foye & la ratte furent à proprement parler trouvez dans la poitrine : car le fonds de cette poche faisoit par en haut comme un diaphragme, étant attaché aux côtes & au cartilage xiphoïde, & la partie antérieure étroitement colée au peritoine. Une portion de l'ileon se trouvoit unie & attachée contre cette membrane, & tout l'épiploon flettri & sans graisse. Cette même membrane n'étoit point adhérente à l'épine.

Le foye, la vesicule du fiel & ses vaisseaux étoient bien disposez. Le pancreas point schireux. La ratte petite & belle. Le cœur & les pōmons parurent aussi dans leur disposition naturelle. Il n'y eut que la matrice où l'on trouva un corps glanduleux dans son fonds, de la grosseur d'une noix, qui faisoit paroître ce fonds en pointe.

Le 28 Novembre de la même année, j'ouvris une autre femme hydropique âgée de 28 ans ou environ.

Le ventre me parut d'abord extrêmement rempli, la peau de tout le corps fort mince & desséchée.

Les tegumens levez, je découvris le peritoine que je trouvay plus épais qu'à l'ordinaire, comme aussi les aponevroses qui forment la ligne blanche.

Le peritoine ouvert, il en sortit une grande quantité d'eau jaunâtre, purulente, & beaucoup de matiere semblable à la peau qui se forme sur la bouïllie.

Toutes ces liqueurs étant vidées, on apperçût une grande poche ou kiste qui couvroit toutes les parties du ventre.

La surface extérieure de cette poche étoit fort inégale, & elle se separoit en plusieurs feuilles membraneuses, dont les unes étoient plus épaisses que les autres.

Elle étoit attachée à toute la region des os pubis & des iles, & s'étendoit jusqu'aux faulx côtes. Quand on l'eut ouverte, il en sortit une grande quantité de serofitez rougeâtres, & j'observay qu'elle étoit parsemée d'un grand nombre de vaisseaux sanguins qui se distribuoient dans sa surface interieure.

Ces vaisseaux venoient principalement de l'épiploon, lequel étoit sans graisse & fort flettri. C'est ce que l'on voit souvent dans les hydropiques.

Les viscères se trouverent disposez de la maniere suivante.

L'estomac étoit dans sa situation naturelle, mais rempli de vents; il fournissoit une grande quantité de vaisseaux, qui s'inséroient au fond de la poche dont on vient de parler. Presque tous les intestins se trouverent poussez au côté gauche. Le colon étoit fort étreci depuis sa naissance jusqu'à la region du pilore: mais depuis le pilore jusqu'à l'endroit où il passe sous la ratte, il étoit dans sa disposition naturelle, & s'étrecissoit de nouveau jusqu'au rectum. La matrice parut bien disposée; l'ovaire gauche étoit plus gros qu'à l'ordinaire, & tout schireux.

Le foye me parut un peu plus dur qu'il ne l'est ordinairement, & je trouvay à la partie inferieure du grand lobe une hidatide. La vesicule du fiel étoit assez grosse & sans embarras, de même que son canal. A côté de cette vesicule & du côté du pilore, je trouvay trois autres hidatides grosses comme des noix: le pancreas parut un peu schireux.

La poitrine ouverte, je trouvay les pôtmons adherans dans toute leur surface, fort flettris, & fort resserrez: le cœur n'étoit pas plus gros qu'un œuf de poule; il étoit aussi fort flettri, mais il n'y avoit aucun embarras dans ses cavitez ni dans ses vaisseaux.

Le 6 Octobre 1698 je fis l'ouverture du corps d'une femme décedée à l'occasion d'une hydropisie enkistée.

Avant que de lever les tegumens, je vuiday les eaux

restées dans le ventre : il y en avoit encore 15 à 16 pintes limoneuses, & semblables à celles que j'avois vidées par la ponction.

Les regumens levez , je trouvay une membrane fort épaisse qui tapissoit toute la capacité du ventre. Elle naissoit du côté gauche du fond de la matrice , enveloppoit l'ovaire du même côté , & s'attachoit aux pubis & aux iles jusqu'aux fausses côtes, laissant le corps de la matrice libre , de même que la trompe & l'ovaire du côté droit qui paroissent dans leur état naturel ; mais la trompe gauche s'étendoit sur le kiste , & elle avoit un pied de longueur.

Cette membrane du poche tapissoit le ventre de telle maniere , que l'ayant ouverte il ne paroissoit aucune des parties contenues dans le bas ventre , parce qu'elles étoient toutes cachées dessous , & ramassées du côté droit, n'y ayant au côté gauche que la portion du colon qui produit le rectum.

On voyoit dans ce grand sac deux masses ou tumeurs considerables sur le fond de la matrice , une de chaque côté : Celle du côté droit étoit une espece de schire , & celle du côté gauche étoit l'ovaire , qui étoit de la grosseur d'un œuf d'Autruche. Quelques-unes de ces vesicules paroissent séparées les unes des autres , sans avoir perdu leur arrangement naturel nonobstant leur volume. J'en ouvris qui se trouverent remplies de matieres différentes en couleur & en consistance : il y en avoit qui renfermoient une liqueur transparente & semblable à l'humeur vitrée ; d'autres à une limphe blanche un peu épaisse ; d'autres enfin étoient de couleur jaunâtre , & elles avoient toutes plus ou moins de consistance.

Les vesicules les plus proches du fond de la matrice n'avoient que leur volume ordinaire. Cette tumeur ou ovaire dilaté s'étendoit sur le côté droit du fonds de la matrice, sans y être attaché que par le kiste : elle étoit plus grosse par ses extrêmités que dans son milieu.

Il se joignoit à cet ovaire plusieurs autres tumeurs qui

paroissoient n'en faire qu'une. Il y en avoit où l'on trouvoit des matieres semblables à de belle gelée, & même plus transparente & visqueuse, de maniere qu'elle filoit comme de la glu; d'autres renfermoient des matieres moins épaisses, & teintes de rouge & de jaune.

La surface interieure de ce grand sac étoit inégale, tant par plusieurs autres sacs ou poches qui s'y ouvroient, que par plusieurs especes d'extremitez de vaisseaux, & aussi par un encroûtement causé par le séjour des matieres gluantes & limoneuses qui y avoient été renfermées depuis long temps. Je découvris aussi plusieurs vaisseaux considerables qui naissoient de ceux de la matrice; car en soufflant dans les vaisseaux de la matrice, ceux de ce sac se dilatoient de même.

L'épiploon qui paroissoit un peu alteré, y tenoit en plusieurs endroits.

Les uretères étoient fort épais & fort dilatés: toutes les autres parties du bas ventre se trouverent dans leur état naturel, malgré la compression qu'elles avoient soufferte.

### *Reflexions sur l'hydropisie enkistée.*

Il seroit inutile de sçavoir qu'il arrive aux filles & aux femmes une hydropisie particuliere, qu'on nomme *enkistée*, s'il n'y avoit de certains signes auxquels on la pût reconnoître. L'hydropisie enkistée se reconnoît ou avant la ponction, ou dans l'operation: elle se reconnoît avant la ponction par le récit de la malade & par l'adresse du Chirurgien; dans l'operation, par les diverses circonstances qui l'accompagnent, & par la nature des liqueurs.

Si l'on juge qu'il y ait un épanchement considerable dans le ventre, & qu'il se soit passé plus de deux ans depuis que la maladie a commencé; on peut compter que les eaux sont enfermées dans une poche ou kiste. On doit penser la même chose, c'est-à-dire que l'hydropisie est enkistée, si la malade dit qu'elle a senti dans les premiers

temps.

tems comme une boule ou tumeur dans le ventre à un des côtez de l'hypogastre ; que cette tumeur s'est augmentée peu à peu , & que le ventre s'est élevé de même qu'il arrive dans la grossesse sans beaucoup d'incommodité , & sans que la couleur de la peau soit fort changée. De plus si les pieds, les jambes & les cuisses n'ont été enflés que dans les derniers tems , & que le ventre ait toujours gardé une certaine figure malgré les différentes situations où la malade se mettoit : ce qui n'arrive pas lorsque les eaux sont épanchées dans la capacité.

Il faut encore faire attention que lorsque les visceres n'ont pas été poussez fort haut par la grande quantité d'eau , qu'ils n'ont point souffert de fortes compressions entre le kiste & le diaphragme , & que le kiste est encore flottant , comme il arrive à la matrice dans la grossesse , il y a esperance de guerison , ou du moins que la malade sera fort soulagée : parceque les eaux étant vidées , il peut arriver que le kiste en se ramassant & se réunissant fermera les extremités des vaisseaux qui fournissoient les liqueurs. Je tire cette conjecture tant de ce que j'ay rapporté dans une autre observation du soulagement que reçût une femme qui étoit hydropique depuis six ou sept ans , que de ce que j'ay vû guerir une jeune fille en pareille occasion.

A l'égard de ce qui se passe durant l'operation , voici à quoi on peut reconnoître que les eaux sont enkistées.

Premierement , si les eaux que l'on vuide sont huileuses & limoneuses , & si elles ont une odeur fade comme de pus ou d'œufs couvez. Il est vrai qu'il arrive aussi quelquefois que quoiqu'on ne vuide que des eaux purement urineuses , il ne laisse point d'y avoir un kiste formé qui en renferme d'autres. J'ay vuider , par exemple , des eaux urineuses qui étoient épanchées entre le peritoine & le kiste , sans que le ventre diminuât considérablement de sa grosseur & de sa figure. Ces eaux sont ordinairement en petite quantité , parce que cet épanchement n'arrive que quand le kiste est entierement plein.



& n'en peut contenir davantage ; & c'est par cette raison que les pieds, les jambes, les cuisses & les reins ne commencent à enfler & à se remplir de serositez que dans ces tems-là. J'avouë que cette sorte de maladie m'embarrassa la premiere fois ; je craignis de n'être point dans la capacité ; je sentoie de la resistance au bout de ma canule : mais y ayant introduit un stilet, & fait faire un petit mouvement a la malade, je reconnus enfin que j'étois dans la cavité. Alors l'ayant fait pencher contre la canule, je sentis une nouvelle resistance, ce qui me jeta dans un second embarras, ne sçachant si c'étoit l'intestin ou quelque corps étranger. Pour m'éclaircir je fis rester quelques momens la malade dans cette situation, & ne sentant aucun mouvement par le frottement de la canule, j'en conclus qu'il falloit que ce fût un corps étranger qui étoit un kiste où les eaux étoient renfermées. Aussi-tôt je fis presser & pousser le ventre contre moy, & ayant piqué ce corps étranger, il en sortit cinq à six pintes de matieres jaunâtres & mucilagineuses, & quand je réitéray la ponction, je pris les mêmes précautions.

Ce que je viens de dire là m'a pareillement réussi dans plusieurs occasions de cette nature, qu'il n'est pas besoin de repeter.

## S U R L'HYDROPIE.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1703.  
16. May.

**A**Près avoir eu l'honneur de lire à la Compagnie plusieurs observations touchant la plupart des hydropisies du bas ventre, j'espère qu'elle trouvera bon que je lui fasse part aussi de celles que j'ay faites sur les hydropisies qui se forment dans la poitrine. Elles sont ordinairement jointes à l'hydropisie ascite: mais soit qu'elles soient simples ou composées, les principaux symptomes

sont que l'hydropique sent une très-grande difficulté de respirer. En second lieu il ne peut demeurer sur le côté opposé au côté malade. En troisième lieu il ne sçauroit respirer que sur son séant & à demi courbé ; & il a toujours le visage maigre , & les yeux enfoncés & languissans ; ce qu'on appelle un visage Hipocratique.

Il faut d'ailleurs remarquer que ceux qui après la ponction au ventre & une évacuation proportionnée à l'épanchement , demeurent oppressés & presque suffoqués comme ils étoient avant l'opération , ne vivent pas long-tems si on tarde à connoître la cause de leur inquiétude & de leur peine : ce qui est cependant très-difficile ; & il n'y a eu que les observations que j'ay faites après leur mort , qui m'ayent conduit à cette connoissance.

Je fus un jour appelé chez une jeune Dame devenue hydropique ensuite de ses couches. Je la trouvay avec une très-grande oppression , inquiète , & ne pouvant demeurer en place. J'examinay son ventre , je reconnus qu'il y avoit des eaux , & proposay l'opération , parce que la chose pressoit & qu'on avoit tout mis en usage. Je vuiday quatre à cinq pintes d'eau peu teinte & peu mucilagineuse , sans que la malade marquât le soulagement que sentent ordinairement ceux à qui on en a vuidé une pareille quantité. Je fis attention à tout ce qui se passoit , & j'observay que la malade ne pouvoit respirer que sur son séant & à demi courbée , & qu'il y avoit un des côtes sur lequel elle n'osoit s'appuyer. Je jugeay alors , & je le dis aux assistans , qu'il y avoit de l'eau dans la poitrine. Il se trouva des gens qui dirent que c'étoit un faux-suivant. Le desordre où étoit la malade , se termina quelques jours après par la mort.

Avant que de l'ouvrir , je songeay à m'assurer si la conjecture que j'avois faite étoit véritable. Je mis le corps dans une situation convenable à la ponction ; je piquay au côté sur lequel la malade demouroit ordinairement couchée , qui étoit le côté gauche , entre la seconde & la troisième des fausses côtes , à quatre travers de doigts de l'é-

pine. Il en sortit de l'eau de la même nature que celle qui étoit sortie du ventre ; ce que je fis remarquer aux assistans. J'ouvris la poitrine, & il s'y trouva encore beaucoup d'eau.

Le poulmon du même côté étoit fort flettri, & fort comprimé par l'abondance des serositez.

Il n'y avoit aucun épanchement au côté droit : le poulmon étoit d'un rouge brun, & plus pesant qu'à l'ordinaire par la quantité de sang dont il étoit rempli.

Le cœur étoit dans sa disposition naturelle, & l'oreillette droite extrêmement remplie de sang.

Quelque tems après cette observation je fus appelé chez une femme hydropique âgée de 28 à 30 ans. Le visage me parut maigre, les yeux enfoncez, décharnez & languissans : elle respiroit avec peine, & ne pouvoit demeurer dans aucune situation qu'à demie courbée.

Avant que de passer à aucun autre examen, je m'informay s'il y avoit long-tems qu'elle étoit dans cet état, & ce qui avoit précédé sa maladie. On me dit qu'avant qu'elle s'alitât, c'étoit une femme fort vive & d'un très-bon temperament ; qu'il y avoit trois mois qu'il luy survint une grande douleur au côté droit, avec une fièvre continuë ; qu'on l'avoit saignée plusieurs fois, & employé les remedes ordinaires en pareille occasion. La douleur ayant beaucoup diminué ; il lui resta une petite fièvre lente, accompagnée de quelque peine à respirer : ce que l'on regarda comme une suite de son mal.

La malade dans cet état se remit peu à peu à sa maniere ordinaire de vivre, & à agir autant que ses forces le lui permettoient.

Les pieds & les mains devinrent enflez, sur tout le pied & la main droite ; le visage & les côtez bouffis de tems en tems ; enfin le ventre aussi parut enflé, la respiration fut penible & difficile, & la malade s'alitta : elle fut encore saignée, & on lui fit differens remedes sans que cela empêchât les accidens d'augmenter.

J'examinay alors le poul que je trouvay petit, inégal

& pressé : le ventre ne me parut pas assez tendu pour causer seul tous ces symptômes ; ce qui me confirma dans la pensée que j'avois eu dès que je vis la malade, qu'il y avoit de l'eau dans la poitrine. Je jugeay à propos de commencer par la ponction au ventre, & vuiday quatre à cinq pintes d'eau au plus, qui étoit tout ce qu'il y en avoit. La malade se sentit un peu soulagée, sans pouvoir néanmoins se tenir couchée sur le côté gauche. Au bout de quelques jours tous les symptômes redevinrent aussi pressans qu'ils étoient avant l'opération, quoique le ventre n'eût pas grossi de nouveau.

Je fis résoudre la malade à souffrir la ponction à la poitrine. J'apprehendois cependant que la collection ne fût enkistée, ou le pōumon adhérent à la pleure, à cause de la douleur qui avoit précédé : ce qui me fit examiner avec attention le côté malade, sçavoir si la douleur étoit plus grande dans un endroit que dans un autre ; si la peau étoit émincée, & la couleur changée ; si en retenant la respiration & en se courbant sur le côté opposé, il ne paroïssoit point quelque bouffissure au côté malade ; & si cette Dame n'y sentoît point alors quelque tiraillement. Après toutes ces precautions, je piquay entre la seconde & la troisième des fausses côtes le plus près de l'épine que je pûs, & je vuiday environ trois demi-septiers d'une serosité mucilagineuse & semblable à de la forte tisane citronnée : ensuite je fis sur tout le côté un liniment avec les huiles de therebentine & de mille-pertuis, & l'esprit-de-vin. Je fis garder à la malade le même regime que j'ay décrit dans mes observations de 1679, que j'eus l'honneur de lire à la Compagnie en 1701.

La malade fut soulagée de toutes manieres ; elle dormit & respira avec liberté en quelque situation qu'elle se mît ; enfin un petit flux d'urine qui survint, aidé des remèdes suivans, acheva heureusement ce qu'on avoit commencé, & cette Dame se vit dans un mois en état de vaquer à ses affaires.

Elle fut purgée deux fois après l'opération : ensuite elle

usa le matin & le soir d'une opiate faite avec les conserves de gratte-cul ou cynorrhodos & d'énula, le blanc de baleine, la rhubarbe, les yeux d'écrevisse, les graines de mille-pertuis & de foin, & les fleurs de camomille & de petite centaurée.

J'ay décrit exactement cette observation, parce qu'il est rare qu'on fasse cette operation à tems; & on neglige même souvent de la faire, faute de bien examiner & de bien connoître la maladie. C'est pourquoy il y a si peu de ces malades qui guerissent.

### *Hydropisie de Poitrine.*

Un celebre bûveur, d'un temperament fort & vigoureux, étant devenu hydropique, essaya tous les remedes qu'on lui proposa, sans rien changer de sa maniere de vivre.

Je fus appelé pour le voir: je luy trouvay le pouls petit, frequent, & qui s'échappoit au troisieme ou quatrieme battement; la respiration frequente & laborieuse, & tout le corps tout enflé: les jambes étoient tres-dures, moins par la quantité des eaux extravasées, que parce qu'elles me paroissoient mucilagineuses; le doigt n'y faisoit presque point d'impression, ce qui me faisoit croire que les fibres des parties & les liqueurs avoient beaucoup perdu de leur mouvement. Je sçavois d'ailleurs que dans ceux en qui on reconnoît une pareille disposition, les jambes ont de la peine à se rétablir, & qu'elles leur restent pour l'ordinaire grosses, pesantes, & comme élephantiques. Le ventre étoit d'une prodigieuse grosseur, tant par les eaux contenues dans la capacité, que par celles qui étoient infiltrées dans toutes les enveloppes exterieures. Le malade en cet état se sentoît presque suffoqué. Comme il avoit été traité par des Medecins & des Chirurgiens fort celebres, je les fis prier de le revoir. Je proposay la ponction: ils l'approuverent; & je la fis en leur presence. Je vuiday environ huit pintes de serositez

urineuses, un peu mucilagineuses & salées; ce qui débar-  
rassa seulement les parties de la nourriture. Cette éva-  
cuation fut réparée dans la journée, de la part du mala-  
de, par deux pintes de bon vin prises en maniere de cor-  
dial, & d'ailleurs par les eaux des parties voisines, de ma-  
niere que le lendemain le ventre se trouva presque aussi  
gros qu'avant l'operation. Quoyque l'évacuation fût si  
considerable, la respiration n'en parut guere plus libre;  
& du troisieme au quatrieme jour l'estomac se trouva si  
accablé par l'épanchement de nouvelles eaux, que le  
malade ne pouvoit plus prendre d'alimens. Je reïteray la  
ponction, & je vuiday encore environ dix pintes d'eau  
pareilles aux premieres. Malgré toutes ces évacuations  
la respiration demeura toujours penible. On crut que la  
quantité d'eau qui étoit répandue dans les parties exte-  
rieures de la poitrine en étoit la seule cause: on purgea  
le malade; & il vuida beaucoup par les selles & par les  
urines: ensuite on le fit vomir; ce qu'il fit avec peine, se  
sentant presque suffoqué quand le vomissement commen-  
çoit. La fatigue & l'abattement où il se trouva, nous fit  
penfer à luy donner quelques jours de repos, à le reparer  
par des alimens convenables, & à écouter la nature afin  
de nous regler suivant le produit.

Le malade passa tres-mal la nuit: je le trouvay le len-  
demain fort oppressé, le pouls intermittant; & la voix  
qui avoit toujours été tres-forte, presque éteinte. Je ne  
doutay plus qu'il n'y eût épanchement dans la poitrine,  
& que le danger où il se trouvoit en vomissant, ne vînt  
des eaux qui pesoient sur le diaphragme, lesquelles en  
comprimant les poudmons empêchoient que l'air ne se  
distribuât comme à l'ordinaire, & rendoient par consé-  
quent la respiration tres-frequente.

On lui donna quelques cuillerées de gelée délayée  
dans du vin d'Alicant: ses forces s'éveillerent; il bût un  
peu plus, avala quelques jaunes d'œufs, & enfin se trou-  
va mieux. Je conclus de là que le défaut de respiration  
étoit en partie causé par l'épuisement, & qu'il n'y avoit

pas assez d'esprits animaux pour dilater & resserrer la poitrine, & surmonter le poids des eaux dont les parties interieures & exterieures étoient chargées : Que de plus les bronches du p<sup>ou</sup>mon pouvoient être embarrassées par des matieres visqueuses, comme il arrive dans quelques astmatiques, & dans certaines inflammations de poitrine. Dans cette vûë je lui fis prendre dans du vin d'Alicant demi gros d'esprit volatil de sel armoniac ; ce qui lui fit jeter beaucoup de matieres visqueuses par les crachats : la respiration devint plus libre, & il urina beaucoup. Le lendemain se trouvant de mieux en mieux, je proposay la ponction à la poitrine, & on en convint. Il s'agissoit de sçavoir s'il n'y avoit de l'eau épanchée que d'un côté, ou s'il y en avoit à tous les deux. On ne pouvoit presque remuer le Malade, tant il étoit pesant & appesanti ; de maniere que le changement de situation ne pouvoit nous indiquer un lieu preferablement à un autre. Je me déterminay à faire la ponction au côté droit, parce que j'y avois toujours vû le malade couché. On me fit une objection qui m'arrêta un peu. On me dit que comme le lit n'avoit point de ruelle, le malade étoit obligé d'être dans cette situation pour demander & pour recevoir ses besoins ; qu'il s'y étoit accoutumé ; qu'ainsi il n'y falloit pas avoir égard : mais ayant fait reflexion qu'une même situation devient à charge, que rien ne soulage tant un malade que de la diversifier, que celui-là n'étoit ni complaisant ni patient ; je conclus qu'il n'y avoit d'autre raison de cette situation que la necessité. Enfin n'ayant pas la liberté de compter les côtés à cause de la grande épaisseur des tegumens, je suivis la methode que l'on garde dans l'empîème en pareille occasion. J'introduisis heureusement l'instrument dans la poitrine, ayant cependant un peu effleuré la côte : je vuiday plus d'une pinte d'eau : le malade se sentit soulagé malgré la presence de la canule. Quand je l'eus ôtée, le malade se plaignit d'une douleur à l'épine vis-à-vis de la ponction, qui s'étendoit jusqu'au cou & qui empêchoit la respiration. Je lui fis un  
linimen

liniment avec les huiles de vers, de mille pertuis, de carabé ou ambre jaune, & de therebentine. Je lui fis prendre aussi quelques bols avec la therebentine de Chio, le baume du Perou, & le blanc de baleine, & la douleur fut apaisée en moins de vingt-quatre heures. Il arriva à la poitrine ce qui arrive ordinairement au ventre : il s'y fit une nouvelle collection d'eau. Je fis une seconde ponction avec tant de succès que le malade ne s'en apperçut presque pas. Je vuiday un peu plus d'eau qu'à la première fois. Le malade s'en trouva si soulagé, qu'il crût être entièrement guéri. Je le mis ensuite à l'usage de l'opiate vulnérable, que j'ay décrite dans l'observation précédente, où j'ajoutois de tems à autre le sel volatil armoniac, le purgeant de tems en tems avec le sirop de noix, dont voici la composition.

Sucre clarifié, une livre : eau de noix, demi-septier : diacrete, une once : extrait de rhubarbe, six gros : bonne eau de vie, trois chopines. Faire cuire le tout en sirop, dont on donne depuis deux cueillerées jusqu'à quatre. On le prend le matin à jeun, & le quart d'un bouillon par dessus ; & trois heures après, un autre bouillon ; gardant un grand repos toute la journée. Si on a mal au cœur, on prend un peu de vin chaque fois qu'on y a mal.

Le vehicule de tous ces remedes étoient de grands & frequens verres de vin, & cela jusqu'à boire quelquefois six à sept pintes de vin en 24 heures, & toujours au moins trois ou quatre. La poitrine resta libre, mais le ventre grossit de nouveau quelque tems après. Je fis une troisième ponction, & vuiday cinq à six pintes d'eau. Au moyen de cette évacuation le ventre redevint à peu près dans son état naturel, de même que le reste du corps, à l'exception des jambes qui resterent grosses, dures & inflexibles.

Le malade se lassa de l'usage des remedes, & voulut vivre d'une maniere plus libre : ensuite il se mit entre les mains d'un Charlatan, qui lui promit de guerir ses jambes en huit jours. La methode de cet Operateur fût d'ap-



178 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
plier de forts vésicatoires, auxquels il survint bien-tôt la  
gangrène, qui termina enfin la maladie par la mort.

---

## P R O N O S T I C S

*Que l'on peut faire touchant l'Hydropisie après  
la ponction.*

PAR M. DU VERNEY, le jeune.

1703.  
XL Juillet.

**L**es eaux des Hydropiques ressemblent ordinairement à de la tisane citronnée, & sont un peu mucilagineuses, d'une odeur urineuse, & un peu salées : ce sont en general les moins mauvaises ; car quand elles sont seches au toucher, elles sont plus acres & plus saumurées.

On trouve quelquefois des eaux presque semblables à de l'eau ordinaire, d'autres un peu laiteuses, d'autres qui le sont tout à fait, de jaunes qui teignent le linge, de rousses, de sanguinolentes, d'huileuses, de limonneuses, & enfin de purulentes, avec plus ou moins de mauvaise odeur, & plus ou moins de consistance.

Plus les eaux s'éloignent de leur état naturel, ou de la première que j'ay décrite, soit en couleur, en odeur, en saveur, ou en consistance ; moins il y a d'espérance de guérison.

Ceux à qui on vuide de l'eau à peu près comme de l'eau de rivière, qui ne laisse point ou que peu de sédiment après l'évaporation, meurent pour l'ordinaire : car leur ventre s'enfle en peu de tems, & la bouffissure extérieure augmente & durcit.

La mauvaise odeur des eaux est suspecte. On a lieu de croire que les parties ont reçu quelque impression fâcheuse, ce qui cause la fièvre, le dégoût, & jette le malade dans des inquiétudes qui augmentent l'alteration & le desordre.

Les eaux sanguinolentes sont pareillement à craindre, quand le sang paroît avoir séjourné avec la liqueur, & qu'il est noirâtre.

Celles qui sont fort hautes en couleur, jaune ou rouge, marquent la mauvaise qualité de la bile, & l'embarras dans la préparation ou dans la distribution.

Celles où il se trouve des filets de l'épiploon, en marquent la fonte & la suppuration, & que le malade perira.

Ceux à qui les urines restent rouges, briquetées, & en petite quantité après la ponction, laissent aussi peu d'espérance.

Ceux qui après l'opération deviennent inquiets sans cause manifeste, périssent pour l'ordinaire, quoiqu'ils ayent été soulagez par la ponction.

On ne voit presque point guerir d'hydropiques dont l'hydropisie a été précédée de la jaunisse, surtout si la jaunisse subsiste durant la maladie.

Ceux de qui le ventre après la ponction grossit de nouveau en peu de tems, guérissent aussi rarement.

Quand après la ponction le malade demeure presque aussi oppressé qu'il étoit avant l'opération, cela marque qu'il y a épanchement dans la poitrine.

Quand on vuide aux filles & aux femmes des eaux mucilagineuses ; on doit compter qu'elles sont enkistées , & que par conséquent la maladie guerit tres-rarement.

Lorsqu'un flux de ventre continuë à un hydropique après la ponction , s'il ne reçoit pas un soulagement proportionné à l'évacuation , il meurt extrêmement sec & le ventre fort tendu , & on doit alors regarder cette évacuation comme une fonte de la substance des parties.

Dans ceux à qui il survient des accès de fièvre marquez par frisson , c'est ordinairement une suite de quelque suppuration interieure , ou d'un reflux de matieres. Ces frissons causent des tiraillemens interieurs , & en même tems de si grandes dissipations , que presque tous les malades y succombent.

# MANIERE PROMPTE ET FACILE

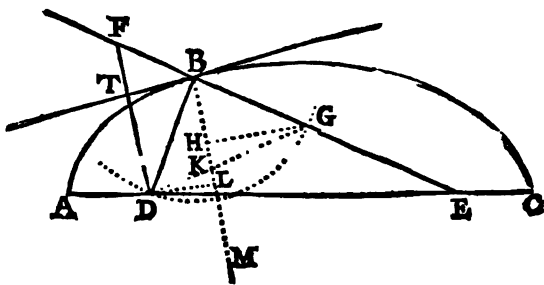
*De trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Cassini.*

PAR M. VARIGNON.

Cette manière de trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Cassini, est si simple & si peu différente de celle dont on trouve les Touchantes de l'Ellipse ordinaire par le moyen de ses foyers, que j'ay crû la devoir faire remarquer, sur tout vû l'embarras qu'il y auroit à les trouver autrement : la voici.

1703.  
21. Juill<sup>re</sup>

Soit ABC l'Ellipse de M. Cassini, dont le grand axe soit AC, & les foyers D, E : On demande la Tangente à un point quelconque B de cette Ellipse, dont la nature est d'avoir par tout  $BD \times BE = AD \times AE = CD \times CE$ .



SOLUT. D'un de ses foyers quelconques, par exemple E, soit par le point B la droite EB prolongée indéfiniment vers F, & après avoir pris BF troisième proportionnelle à BE, BD, c'est-à-dire  $BF = \frac{BD \times BD}{BE}$ , menez la droite FD, sur laquelle du point B tombe la perpendiculaire BT : je dis que cette droite BT sera la Tangente requise.

DEMONST. Soient AD ou CE = a, AE ou DC = c, DB = z, & BE = y. La nature de cette Ellipse donnant (hyp.) par tout  $BD \times BE = AD \times AE$ , l'on aura aussi par tout ici  $zy = ac$  ; Et par conséquent  $zdy - ydz = 0$ , ou  $zdy = ydz$ , c'est-à-dire,  $dz \cdot dy :: z(DB) y(BE)$ . Donc

Z iii

18: MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

(*Anal. des Inf. petits*, art. 32.) si du centre  $B$  on fait un arc de cercle quelconque  $DG$ , lequel rencontre  $BD$  &  $BE$  en  $D$  & en  $G$ , avec une droite  $BM$  sur laquelle les perpendiculaires  $DL$ ,  $GH$ , soient comme  $dx$ ,  $dy$ , c'est-à-dire ici, comme  $DB$ ,  $BE$ ; cette droite  $BM$  sera perpendiculaire en  $B$  à la Courbe  $ABC$ . Or il est visible qu'en divisant la corde  $DG$  en  $K$ , en sorte qu'on ait  $DK$ .  $KG :: DB$ .  $BE$ . La droite tirée de  $B$  par  $K$ , donnera aussi les perpendiculaires  $DL$ ,  $GH$ , comme  $DB$  à  $BE$ , c'est-à-dire,  $DL$ .  $GH :: DB$ .  $BE$ . Donc cette droite  $BK$  ou  $BM$  sera effectivement perpendiculaire en  $B$  à la Courbe  $ABC$ . Or ayant (*hyp.*)  $BG = BD$ , &  $BF = \frac{BD \cdot BD}{BE}$ , la corde  $DG$  ainsi divisée en  $K$ , en sorte qu'on ait  $DK$ .  $KG :: DB$ .  $BE$ . donnera aussi  $DK$ .  $KG :: FB$ .  $BG$ . Et par conséquent  $FD$  &  $BK$  ou  $BM$  seront parallèles entr'elles. Donc en faisant  $BT$  perpendiculaire sur  $FD$ , elle le sera de même sur  $BK$ , qu'on vient de voir l'être à la Courbe en  $B$ . Donc aussi cette même  $BT$  sera Touchante de la Courbe en  $B$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## RECTIFICATION

*Des Caustiques par Reflexion formées par le Cercle, la Cycloïde ordinaire, & la Parabole, & de leurs Développées, avec la Mesure des Espaces qu'elles renferment.*

PAR M. CARRE'.

## I.

## DES CAUSTIQUES CIRCULAIRES.

ENTRE plusieurs Geometres qui ont examiné la nature <sup>1703.</sup> de la Cycloïde, Monsieur Huguens a été le premier <sup>24. Juillet.</sup> qui ait découvert qu'elle se décrivait elle même en se développant, & il a douté s'il y avoit quelque autre Courbe qui eût cette propriété. Monsieur de Tschirnhaus a observé la même chose dans celle qui est formée par l'intersection des rayons lumineux réfléchis par la circonférence d'un cercle, à qui il a donné le nom de *Caustique*. Après avoir expliqué la nature de cette Courbe, il a tiré plusieurs conclusions, dont il n'a donné ni calcul ni démonstration. C'est ce que l'on va donner ici en se servant de la méthode des Integrales.

Soit le demi-cercle  $ABE$  qui a pour diamètre  $AE$ ; si <sup>FIGURE. I.</sup> l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux parallèles & infiniment proches, tels que  $PM, pm$  tombent sur la circonférence  $ABE$  coupans le diamètre  $AE$  perpendiculairement, il est évident que tous les rayons réfléchis  $MN, mN$  en se coupant formeront par leur point de concours une Courbe  $ANF$  dont on demande la construction. Il est visible que le rayon réfléchi sera Tangente de la Caustique, puisque deux Tangentes infiniment proches se coupent dans le point d'attouchement, &

qu'ainsi pour prouver tous les points de la Courbe, il n'y a qu'à déterminer la longueur du rayon reflechi  $MN$ .

L'on a trouvé dans la *Section VI. de l'Analyse des Infinitement petits* pour l'expression générale du rayon reflechi,  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2ddy}$ . Nommant donc le diametre  $AE, 2r$ ;  $AP, x$ ;

$PM, y$ ; l'on aura à cause du cercle  $y = \sqrt{2rx - xx}$ , & prenant les differences  $dy = \frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ,  $dy^2 =$

$$= \frac{rrdx^2 - 2rx dx^2 + xx dx^2}{2rx - xx}; \text{ \& } ddy = \frac{-r r dx^2}{2rx - xx \sqrt{2rx - xx}}$$

en prenant  $dx$  pour constante : substituant donc ces valeurs dans  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2ddy}$ , l'on trouvera  $MN = \frac{1}{2} \sqrt{2rx - xx}$

$= \frac{1}{2} PM$ . C'est-à-dire, que pour avoir tous les points de la Courbe, il faut prendre le rayon reflechi moitié du rayon incident. D'où l'on voit que si le rayon incident passe par le centre du cercle, le point  $N$  se trouvera en  $F$ , c'est-à-dire au milieu du rayon du cercle, & c'est là le point que l'on a coûtume de prendre pour le foyer.

Delà il est facile de rectifier cette Courbe; car l'on a démontré dans la même Section que la Cautique  $ANF$  étoit toujours égale au rayon reflechi plus le rayon incident; ainsi la portion  $AN$  sera au rayon reflechi  $MN$  comme 3 à 1, & au rayon incident  $PM$  comme 3 à 2, & par conséquent la Courbe entiere  $ANF$  est au rayon du cercle comme 3 à 2.

De plus si l'on mene du point  $M$  la perpendiculaire  $MI$ , il est clair que la partie de la Courbe  $FN$  est à la partie  $AN$  comme  $BI$  est à  $IC$ . Car  $AN = MN + IC$ , &  $FN = MN + IB$ ; donc, &c.

Si l'on conçoit maintenant que la Cautique  $ANF$  soit enveloppée d'un fil, & que ce fil se developpe en commençant par le point  $A$ , l'autre extremité  $F$  demeurant fixe & immobile, il est clair qu'il décrira la Courbe  $AHD$  dont on demande la nature & la longueur.

L'on a démontré dans la même Section que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par le roulement d'un cer-

cle

clé qui a pour diamètre  $BD = CB$  au tour de la circonférence  $ABE$  du cercle immobile.

Il ne reste donc qu'à trouver la longueur de cette Courbe. Pour cela soient prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'aux points  $H, h$  de la Courbe  $AHD$ , & du point  $N$  comme centre & du rayon  $NM$  soit décrit le petit arc  $MR$ , il est clair par la nature des développées que  $NH, Nh$  sont perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , & égales à la portion  $AN$ , & par conséquent que le petit arc  $MR$  est parallèle à la partie  $Hh$  de la Courbe; donc  $Rm$  sera la différentielle de  $HM$ . Mais parce que  $HM = PM$ , l'on aura  $Rm = dy$ ; & à cause du cercle  $Mm = \frac{rdx}{\sqrt{1rx-xx}}$ , l'on aura  $\overline{MR} (\overline{Mm} - \overline{Rm}) =$

$$\frac{rdx^2}{1rx-xx} - dy^2 = dx^2 \text{ en mettant à la place de } dy^2 \text{ la va-}$$

leur, donc  $RM = dx = Pp$ . L'on peut encore démontrer que  $RM = Pp$ , si ayant mené du point  $M$  la ligne  $MQ$  parallèle à  $AC$ ; on considère que les deux triangles  $MRm, MQm$  sont semblables & égaux. Mais à cause des secteurs semblables  $MNR, HNh$  l'on aura  $NM (\frac{1}{2}\sqrt{1rx-xx}).NH (\frac{1}{2}\sqrt{1rx-xx}) :: MR(dx).Hh = 3dx$ , qui est la différentielle de la Courbe, dont l'intégrale  $= 3x$ ; donc la partie  $AH$  de la Courbe est triple de  $AP$ , & la Courbe entière est triple du rayon du cercle.

Il est évident, 1°. Que si l'on décrit un cercle du rayon  $CD$  double de  $CB$ , & que du point  $H$  l'on mène la Tangente  $HT$  terminée par la circonférence, la partie  $DH$  de la Courbe est triple de la Tangente  $HT$ ; car cette Tangente est égale à  $PC$ .

2°. Que la portion  $AH$  est au reste  $HD$  comme  $AP$  est à  $PC$ , ou  $HT$ . De là il est facile de couper cette Courbe en raison donnée.

3°. Que la partie  $AN$  de la développée est à la partie  $AH$  formée par le développement, comme  $MP$  est à  $AP$ : car  $AN = \frac{1}{2}MP$ , &  $AH = 3AP$ .



4°. Que la Courbe entiere  $AHD$  est double de sa développée  $ANF$ .

Maintenant si l'on veut avoir l'espace borné par la circonférence du cercle generateur & par la Caustique, il n'y a qu'à multiplier  $\frac{1}{4}MN (\frac{1}{4}\sqrt{2rx-xx})$  par  $RM(dx)$ , & l'on aura le petit triangle  $NMm \equiv \frac{1}{4}dx\sqrt{2rx-xx}$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ ; mais  $dx\sqrt{2rx-xx}$  est la différentielle du segment  $APM$ , donc l'espace  $AMN$  est le quart de ce segment, donc l'espace entier  $ABF$  est la quatrième partie du quart de cercle  $ACB$ . D'où l'on peut conclure que le quart de cercle est divisé par la Caustique en deux espaces qui sont comme nombre à nombre.

Pour avoir l'espace  $AHM$ , l'on multipliera  $MR+Hh (dx+3dx)$  par  $\frac{1}{2}HM (\frac{1}{2}\sqrt{2rx-xx})$ , & on aura le petit trapeze  $HMmb \equiv 2dx\sqrt{2rx-xx}$ , qui est la différentielle de l'espace: D'où l'on voit que cet espace est double du segment  $AMP$ , & par conséquent que l'espace entier  $AHDBMA$  est double du quart de cercle  $ACB$ .

Il est évident, 1°. Que cet espace  $AHDBMA$  est quadruple du demi-cercle qui auroit formé la Cycloïde  $AHD$  en roulant sur le quart de la circonférence  $AB$ , & par conséquent que l'espace extérieur  $AHDTG$  est double de ce même demi-cercle generateur qui auroit pour diametre  $BD$ .

2°. Que l'espace  $AHNA$  vaut neuf fois l'espace  $AMN$ . Car  $AHM \equiv 2AMP$ , &  $AMP \equiv 4AMN$ ; donc l'espace  $AHDFNA \equiv 9AMBFNA$ .

3°. L'espace  $HDT$  est égal au segment  $BMI$ ; car  $TH \equiv MI$ , & l'espace  $GAD$  est égal au quart de cercle  $ACB$ ; donc l'espace  $GTHA$  est égal à l'espace circulaire  $AMIC$ .

4°. L'espace  $AHM$  est à l'espace  $MBDH$  comme le segment  $AMP$  est au segment  $PMB C$ .

5°. L'espace  $HDT$  est au reste  $AGTH$  comme le segment  $BMI$  est au segment  $AMIC$ .

6°. L'espace  $AMN$  est quadruple du segment  $MN$  du cercle qui auroit pour rayon  $BF$ , qui est le generateur de la Caustique  $ANF$ ; donc, &c.

## AUTRE CAUSTIQUE

*formée par un Cercle.*

Soit encore le demi-cercle  $AMB$  qui a pour diamètre la ligne  $AB$ , si l'on imagine que d'une de ses extrémités  $A$ , il parte une infinité de rayons lumineux tels que  $AM$ ,  $Am$  tombans sur la circonférence, l'on demande tous les points de la Courbe que les rayons réfléchis  $MN$ ,  $mN$  formeront par leur intersection.

Fig. 142

L'on a démontré dans la même section de l'Analyse des Infinitement petits, qu'il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal au tiers de l'incident, & que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par la révolution d'un cercle autour d'un autre qui lui est égal, & dont le diamètre est le tiers de celui du demi cercle  $AMB$ .

Ainsi nommant  $AB$ ,  $2r$ ;  $AP$ ,  $x$ ; l'on aura à cause du cercle  $AM = \sqrt{2rx}$ ; donc  $MN = \frac{1}{3} \sqrt{2rx}$ . L'on aura donc la portion  $AN$  de cette Courbe égale à  $\frac{4}{3} \sqrt{2rx}$ , parce qu'elle est toujours égale au rayon incident plus le rayon réfléchi; donc la Courbe entière est au diamètre du cercle  $AMB$  comme 4 est à 3, & au diamètre de son cercle generateur comme 4 est à 1.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la circonférence du cercle, l'on décrira du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui est égal au petit arc  $MQ$  décrit du centre  $A$ , comme il est facile de le démontrer: Car les deux triangles  $MRm$ ,  $MQm$  sont semblables & égaux; ils sont rectangles en  $R$  & en  $Q$ , de plus ils ont l'angle  $RMm = QMm$ , & l'hypothénuse  $Mm$  commune. L'on aura donc

$$MR = \frac{rx \, dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}}, \text{ \& multipliant cette grandeur}$$

par  $\frac{2}{3} \sqrt{2rx} = \frac{1}{3} MN$ , il viendra  $\frac{rx \, dx}{3 \sqrt{2rx - xx}}$  pour la

valeur du petit triangle  $MNm$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ , mais la différentielle du segment circulaire  $AM$  est égale à  $\frac{rx dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc l'espace  $AMN$  est au segment  $AM$  comme 1 est à 3, & par conséquent l'espace Caustique entier est au demi-cercle aussi comme 1 est à 3. Donc cet espace est au demi-cercle generateur comme 3 est à 1; car les cercles sont entr'eux comme les quarrés de leurs diametres. Il sera facile de trouver les rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles generateurs, & d'en deduire toutes les autres proprieté, comme on l'a fait dans la premiere caustique.

Si l'on développe la Caustique  $ANF$  en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , qu'on a démontré dans l'*Analyse des Infiniment petits* être une Cycloïde semblable formée par le roulement d'un cercle qui auroit pour diametre le tiers de  $AB$  le long de la circonférence  $AMB$  mise dans une position renversée de la premiere, comme on le voit par la Figure: car son origine est en  $A$ , & son sommet sera dans le diametre  $AB$  prolongé. L'on demande la longueur de cette Courbe, & l'espace qu'elle renferme.

Soit pour cela prolongez les rayons reflechis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'aux points  $H$ ,  $h$  de la Courbe, il est clair par la nature des développées, que ces lignes  $NH$ ,  $Nh$  seront perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , & égales aux portions  $AN$  de la développée; ainsi les Secteurs  $MNR$ ,  $HNh$  seront semblables: L'on aura donc  $NM (\frac{1}{3} \sqrt{2rx})$ .  $NH (\frac{1}{3} \sqrt{2rx}) :: MR \left( \frac{rx dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}} \right) . Hh = \frac{4rx dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}}$ .

Mais cette différentielle est quadruple de  $MR$  ou  $MQ$  qui est la différentielle de la corde menée du point  $M$  au point  $B$ , donc la portion  $DH$  de la Courbe est quadruple de cette corde, & par conséquent la Courbe entiere est quadruple du diametre  $AB$ , & vaut douze fois celui du cercle generateur. Donc la longueur de cette Courbe est à celle de sa développée comme 3 est à 1.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & par le cercle, l'on multipliera  $RM + Hb$  par  $\frac{1}{2} MH$ , & on aura  $\frac{5rx dx}{2\sqrt{2rx - xx}}$  pour le petit trapeze  $H M m b$  qui est la différentielle de l'espace  $AMH$ ; d'où l'on voit que cet espace est au segment  $AMA$  comme 5 est à 1, & par conséquent l'espace entier est au demi-cercle aussi comme 5 à 1. Donc cet espace est à l'espace Caustique comme 15 est à 1.

Il seroit facile comme l'on voit de trouver tous les autres rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles generateurs, sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter davantage.

## I I.

DES CAUSTIQUES FORMÉES  
par la Cycloïde ordinaire.

Soit la demi-Cycloïde  $AMB$ , qui a pour base la ligne  $AF$ , & pour demi cercle generateur  $BOF$ : si l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux parallèles tels que  $PM$ ,  $pm$  coupans perpendiculairement la base  $AF$ , tombent sur la courbure  $AMB$ , & que les réfléchis soient  $MN$ ,  $mN$ , on demande la Courbe que touchent tous ces rayons réfléchis, ou ce qui est la même chose le point de concours de ces rayons, ou la longueur du rayon réfléchi  $MN$ . FIG. III.

L'on a démontré dans l'*Analyse des Infiniment petits*, sect. 6. que pour avoir tous les points de cette Courbe, il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal à l'incident, & que cette Courbe étoit une Cycloïde formée par la révolution entiere d'un cercle sur la droite  $AF$ , & dont le diametre étoit égal au rayon du cercle  $BOF$ .

L'on pourroit encore déterminer la longueur de ce rayon en se servant de la formule  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2ddy}$ , qui se trouve

dans la même Section. Car soit du point  $M$  menée la ligne  $MQ$  parallèle à la base, coupant le demi-cercle en  $O$  :

Soit  $BF = 2r$ ,  $BQ = v$ ; donc  $QO = \sqrt{2rv - vv}$ ; soit l'arc  $BO = OM = z$ ; donc  $QM = \sqrt{2rv - vv} + z$ ,

$AP = x = c - z = \sqrt{2rv - vv}$ , en nommant la demi-circonférence  $BOF$ ,  $c$ ; & enfin  $PM = FQ = y = 2r - v$ .

Si l'on prend maintenant les différences de ces grandeurs pour avoir les valeurs de  $dx$ , & de  $dy$ , on trou-

vera, 1°.  $dx = -\frac{2r dv - v dv}{\sqrt{2rv - vv}} = -dv \sqrt{\frac{2r-v}{v}}$ , parce que

$$dz = \frac{rdv}{\sqrt{2rv - vv}}; \text{ \& prenant encore les différences en}$$

supposant  $dx$  constante, il viendra  $\frac{rdv^2}{v\sqrt{2rv - vv}} = d dv$

$$\sqrt{\frac{2r-v}{v}} = 0, \text{ d'où l'on tire } d dv = \frac{rdv^2}{2rv - vv}. \text{ 2°. } dy =$$

$$-dv, \text{ donc } d dy = -d dv = -\frac{rdv^2}{2rv - vv}; \text{ mettant donc}$$

ces valeurs dans la formule, l'on trouvera  $MN = 2r - v = FQ = PM$ ; c'est-à-dire que si l'on prend le rayon réfléchi égal à l'incident, l'on aura tous les points de la Caustique  $ANF$ .

Il est évident que la portion  $AN$  de la Caustique  $= PM + MN = 2PM$ , donc la Caustique entière  $= 2BF$ , c'est-à-dire qu'elle est double du diamètre du cercle generateur de la generatrice; donc elle est quadruple du diamètre de son cercle generateur. D'où l'on pourroit conclure qu'elle est une Cycloïde, & qu'elle est moitié de la generatrice.

Maintenant pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal à  $Pp$ , comme il est facile de le démontrer: multipliant donc  $RM$  par  $\frac{1}{2}MN$ , c'est-à-dire  $dx$  par  $\frac{2r-v}{2}$ , l'on aura  $\frac{2r dx - v dx}{2}$  pour le petit triangle  $MNm$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ , d'où l'on voit que cet espace est moitié de l'espace Cycloïdal

$APM$ , donc l'espace entier  $AMBFNA$  est moitié du Cycloïdal  $ABFA$  : Mais l'espace Cycloïdal est triple de son cercle generateur, donc l'espace  $AMBFNA$  est au cercle generateur qui a pour diametre  $BF$  comme 3 est à 2, aussi bien que l'espace Caustique  $ANFA$ . Donc l'espace Caustique est triple de son cercle generateur, d'où l'on peut conclure que la Courbe qui borne cet espace est une Cycloïde.

Si l'on conçoit que  $ANF$  se développe en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme.

Soient continuez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'en  $H$ ,  $h$ ; l'on sçait par la nature des développées que les lignes  $NH$ ,  $Nh$  sont perpendiculaires sur la Courbe  $AHD$ , ainsi les secteurs  $MNR$ ,  $HNh$  seront semblables; donc  $NM (2r-v)$ .  $NH (4r-2v) :: RM (dx)$ .  $Hh = 2dx$ , ce qui fait connoître que cette Courbe est double de la base  $AF$ , c'est à-dire double de la demi-circonférence  $BOF$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, il n'y a qu'à multiplier  $Hh + MR (3dx)$  par  $\frac{1}{3}HM (\frac{2r-v}{2})$ ; il viendra  $\frac{6rdx - 3vdx}{2}$  pour la valeur du petit trapeze  $HMMh$  qui est la différentielle de l'espace  $AMH$ ; mais cette différentielle est triple de celle de l'espace  $APM$ , donc cet espace est triple de l'autre, donc cet espace est au demi-cercle generateur  $BOF$  comme 9 est à 2.

Il est facile de déduire tous les autres rapports que ces espaces ont entr'eux & avec leurs cercles generateurs.

#### AUTRE CAUSTIQUE.

Soit encore la Cycloïde ordinaire  $AMB$ , dont le sommet soit le point  $A$ , la base  $BE$ , & le demi cercle generateur  $AQF$ ; soient les rayons incidens  $PM$ ,  $pm$  parallèles à la base  $BE$ , dont les réfléchis sont  $MN$ ,  $mn$ , on

FIG. IV.

demande la longueur du rayon  $MN$ , & par conséquent tous les points de la Courbe.

Il est démontré dans la même section de l'*Analyse des Infiniment petits*, que pour avoir tous les points de la Courbe  $ANF$ , il falloit toujours prendre le rayon réfléchi égal à l'ordonnée correspondante dans le cercle generateur, ce que l'on trouvera encore en se servant de la formule  $\frac{dx^2 + dy^2}{-2x dy}$ . Car soit le diamètre  $AE = 2r$ ,  $AP = x$ ;

donc  $PQ = \sqrt{2rx - xx}$ ; l'arc  $AQ = QM = z$ ; donc  $PM = \sqrt{2rx - xx} + z$ , & prenant les différences pour avoir  $dy$  &  $dx$ , on aura 1°.  $dy = \frac{r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}} + dz$ ; mais

$$dz = \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}; \text{ donc } dy = \frac{2r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}}, \text{ \& } ddy = -\frac{r dx^2}{x \sqrt{2rx - xx}}$$

en prenant  $dx$  pour constante; & mettant ces grandeurs dans la formule, on trouvera  $MN = \sqrt{2r x - x x} = PQ$ .

Il est évident que la portion  $AN$  de la Courbe  $= PM + PQ$ , & que la Courbe entière est égale à la base  $BE$  plus le demi-diamètre du cercle generateur, c'est à dire à la circonférence plus son demi-diamètre, & par conséquent la rectification de cette Courbe suppose celle de la circonférence du cercle.

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR = Pp = dx$ , & multipliant  $RM(dx)$  par  $\frac{2}{3} MN \left( \frac{\sqrt{2rx - xx}}{2} \right)$ ,

l'on aura  $\frac{dx \sqrt{2rx - xx}}{2}$  pour la valeur du petit triangle  $MNm$  qui est la différentielle de l'espace  $AMN$ ; d'où l'on voit que cet espace est moitié du segment  $APQ$ , & par conséquent moitié du demi cercle generateur; donc l'espace entier est à l'espace Cycloïdal comme 1 est à 6, car l'espace Cycloïdal est triple du demi cercle  $AQE$ .

L'on peut conclure en passant que cet espace est égal à l'espace Caustique dans le cercle.

Maintenant

Maintenant si l'on imagine que la Caustique  $\mathcal{ANF}$  se développe en commençant par le point  $\mathcal{A}$ , elle décrira la Courbe  $\mathcal{AHD}$ , dont on demande la longueur, & l'espace qu'elle renferme.

Soient prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'en  $H, h$ , ils seront perpendiculaires sur la Courbe  $\mathcal{AHD}$ , l'on dira donc à cause des secteurs semblables  $MNR$ ,  $HNh$ ,  $NM(\sqrt{2rx - xx}) : NH(2\sqrt{2rx - xx} + z) :: MR(dx)$ .  $Hh = 2dx + \frac{zdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ , d'où l'on voit que la rectifi-

cation de cette Courbe suppose encore celle de la circonférence du cercle. Car l'intégrale du premier membre  $= 2x$ ; & pour avoir celle du second, on multipliera haut & bas par  $r$ , & l'on aura  $\frac{z}{r} \times \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ . Mais  $\frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}} = dz$ , donc  $\frac{z r dx}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{z dz}{r}$ , dont l'intégrale  $= \frac{z^2}{2r}$ . L'on aura pour

la longueur de la portion  $\mathcal{AH}$ ,  $2AP + \frac{\overline{AQ}^2}{2AE}$ , & pour celle de la Courbe entière  $2AE + \frac{\overline{AQ}^2}{AE}$ , c'est-à-dire qu'elle est égale à deux fois le diamètre plus la 3<sup>me</sup> proportionnelle au diamètre  $AE$ , & à la demi-circonférence  $AQE$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Cycloïde, on multipliera  $Hh + MR \left( 3dx + \frac{zdx}{\sqrt{2rx - xx}} \right)$  par  $\frac{1}{2} HM \left( \frac{\sqrt{2rx - xx} + z}{2} \right)$ , il viendra  $\frac{1}{2} dx \sqrt{2rx - xx} + 2zdx + \frac{z^2 dx}{2\sqrt{2rx - xx}}$  pour le petit trapeze  $H M m h$ ; ce

qui fait connoître que la mesure de cet espace suppose la quadrature du cercle. Car l'intégrale du premier membre  $= \frac{1}{2} APQ$ . Pour avoir l'intégrale du second  $2zdx$ , on le changera en ces trois-ci  $2zdx + 2xdz - 2xdz$ ; mais l'intégrale de  $2zdx + 2xdz$ , est  $2xz$ ; & celle de  $-2xdz$ , est quadruple d'un segment de cercle. Car  $dz = \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc  $-2xdz = -\frac{2rx dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ ; donc &c.



Pour l'integrale de  $\frac{zz dx}{2\sqrt{rx-xx}}$  qui suppose la rectification de la circonference du cercle, on la trouvera en multipliant haut & bas par  $r$ , car on aura  $\frac{zz}{2r} \times \frac{r dx}{\sqrt{rx-xx}} = \frac{zz dx}{2r}$ ; dont l'integrale  $= \frac{z^2}{6r}$ . L'on aura donc pour la valeur de l'espace indéterminé  $AHMA$ ,  $\frac{1}{2}APQ + 2AP \times AQ - 4AQA + AQ \times \frac{AQ^2}{3AE}$ . Donc &c.

## III.

### DES CAUSTIQUES FORMÉES par une Parabole.

FIG. V.

Soit la Parabole  $AMB$  qui a pour axe la ligne  $AF$ ; si l'on imagine qu'une infinité de rayons lumineux paralleles entr'eux, & perpendiculaires sur l'axe  $AF$ , tels que  $PM, pm$  tombent sur la courbure  $AMB$ , il est clair que les reflexis  $MN, mN$  formeront par leur intersection une Courbe  $ANF$ , qui sera la Caustique de la Parabole dont on demande la longueur.

Il est démontré dans le Livre de l'Analyse des Infiniment petits, que pour avoir tous les points de la Courbe, il faut toujours prendre le rayon reflexi  $MN = \frac{a + 4x\sqrt{ax}}{2a}$ . Ce que l'on trouvera facilement en se servant de la formule  $\frac{dx^2 + dy^2}{2dxy}$ . Et parce que la Caustique est toujours égale au rayon incident plus le rayon reflexi, il est évident que la portion indéterminée  $AN = \frac{3a + 4x\sqrt{ax}}{2a}$ .

Pour quarrer l'espace renfermé par la Caustique & la Parabole, soit décrit du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal à  $Pp = dx$ , comme il est facile de le démontrer; & multipliant  $MR$  par  $\frac{1}{2}MN$ , viendra  $\frac{a dx + 4x dx \sqrt{ax}}{4a}$  pour le petit triangle  $MNm$  qui est la

différentielle de l'espace, dont l'intégrale  $= \frac{x\sqrt{ax}}{6} + \frac{2xx\sqrt{ax}}{12}$ , qui est la valeur de l'espace indéterminé  $AMN$ .

Si  $x = \frac{1}{4}a$ , c'est à-dire que si le point  $P$  tombe au foyer, alors le point  $N$  sera le plus élevé de tous, parce que le rayon réfléchi sera parallèle à l'axe  $AF$  & égal à  $\frac{1}{2}a$ ; donc si l'on mène du point  $N$ ,  $NI$  parallèle à  $MP$ , on aura  $AI = \frac{1}{4}a$ , & alors la portion  $AN$  de la Courbe est égale au parametre.

Mais si  $x = \frac{1}{2}a$ , c'est à-dire que le rayon incident  $PM$  passe par le point le plus élevé de la Caustique, le rayon réfléchi coupera l'axe de la Parabole en  $F$ , qui sera aussi le point où la Caustique coupera cet axe, & alors le rayon réfléchi  $= a\sqrt{3}$ , la Caustique  $ANF = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$ , & l'axe  $AF = \frac{1}{4}a$ .

L'on trouvera dans ce cas que l'espace renfermé par la Caustique & la Parabole est égal à  $\frac{7aa\sqrt{3}}{40}$ .

Si l'on conçoit maintenant que cette Caustique  $ANF$  se développe en commençant par le point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme.

Soient prolongez les rayons réfléchis  $NM$ ,  $Nm$  jusqu'en  $H$ ,  $h$  qui seront perpendiculaires à la Courbe  $AHD$ , & égaux à la portion  $AN$  de la Caustique. L'on aura donc à cause des secteurs semblables  $MNR$ ,  $HNh$ ,

$$MN \left( \frac{a + 4x\sqrt{ax}}{12} \right) : NH \left( \frac{3a + 4x\sqrt{ax}}{12} \right) :: RM(dx) :$$

$$Hh = \frac{3adx + 4x^2dx}{a + 4x}.$$

Pour prendre l'intégrale de cette différentielle, je suppose  $a + 4x = z$ , & substituant cette valeur dans celle de  $Hh$ , il vient  $\frac{adz}{2z} + \frac{dx}{4}$  : D'où

l'on voit que  $\frac{adz}{2z}$  est la différentielle d'une Logarithmique dont la sous-Tangente  $= a = 1$ , & dont l'intégrale est égale au Logarithme de  $\frac{z}{2}$  : Ainsi prenant  $l$  pour signifier le Logarithme, l'intégrale de  $\frac{adz}{2z}$  sera  $\frac{l \cdot z}{2}$ . L'on aura

donc pour la valeur de la portion indéterminée  $AH$  de la Courbe  $\frac{1}{2}z + \frac{1}{4}z - \frac{a}{4} = \frac{1}{2} \frac{a+4x}{2} + x$ , en remettant pour  $z$  la valeur en  $x$ .

Pour avoir l'espace borné par cette Courbe & la Parabole, l'on multipliera  $Hb + MR$  par  $\frac{1}{2} HM$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{2} \frac{a+4x}{2} + dx$  par  $\frac{\sqrt{ax}}{2}$ , ce qui donnera

$$\frac{1}{2} \frac{a+4x}{2} \frac{\sqrt{ax}}{2} + dx \frac{\sqrt{ax}}{2} = \frac{a+4x}{4} \frac{\sqrt{ax}}{2} + dx \frac{\sqrt{ax}}{2} \text{ pour la va-}$$

leur du petit trapeze  $H M m b$ , qui est la différentielle de l'espace. Il est évident que l'intégrale de  $dx \sqrt{ax}$  est  $\frac{2}{3} x \sqrt{ax}$ . Mais pour avoir celle de  $\frac{a+4x}{4} \frac{\sqrt{ax}}{2}$ , l'on suppose

$$\text{encore } a + 4x = z, \text{ donc } dx = \frac{1}{4} dz \text{ \& } \sqrt{ax} = \frac{\sqrt{az - aa}}{2},$$

l'on trouvera donc en substituant ces valeurs  $\frac{a+4x}{4} \frac{\sqrt{ax}}{2} =$

$$\frac{a dz \sqrt{az - aa}}{8z} = \frac{aaz dz - a^3 dz}{8z \sqrt{az - aa}} = \frac{aaz dz}{8 \sqrt{az - aa}} - \frac{a^3 dz}{8z \sqrt{az - aa}}.$$

L'on aura donc pour l'intégrale du premier membre

$$\frac{a \sqrt{az - aa}}{4} = \frac{a \sqrt{ax}}{2} \text{ en remettant pour } z \text{ la valeur en } x.$$

À l'égard de la différentielle  $\frac{-a^3 dz}{8z \sqrt{az - aa}}$ , il est facile de

voir qu'elle se rapporte à un secteur de cercle. Car soit le

FIG. VI. quart de cercle  $ACB$ , dont le rayon  $AC = a$ ; soit prise sur ce

rayon la partie  $CP = \frac{aa}{\sqrt{ax}}$ ; si du point  $P$  l'on mene l'ordon-

née  $PM$ , & du point  $M$  le rayon  $MC$ , & un autre infiniment

proche  $mC$ , je dis que le petit secteur  $MCm = \frac{-a^3 dz}{4z \sqrt{az - aa}}$ :

car  $PM = \frac{a \sqrt{az - aa}}{\sqrt{ax}}$ ; donc le petit arc  $Mm = \frac{-a^3 dz}{2z \sqrt{az - aa}}$ ;

donc &c. Ainsi l'intégrale de  $\frac{-a^3 dz}{8z \sqrt{az - aa}}$  est égale à la moi-

tié du secteur  $MCB$ . D'où l'on voit que l'espace indéter-

miné  $AHM = \frac{4x + 1}{6} \sqrt{ax} + \frac{1}{3} \text{ sect. } MCA.$

# AUTRE CAUSTIQUE Parabolique.

Soit encore la Parabole  $AMB$ ; si l'on imagine que de son sommet  $A$ , il parte une infinité de rayons lumineux tels que  $AM$ ,  $Am$ , dont les réfléchis sont  $NM$ ,  $Nm$ , ces derniers formeront encore par leur intersection une Caustique  $ANF$ : Ainsi pour avoir tous les points de cette Courbe, il n'y a qu'à trouver la longueur du rayon réfléchi  $MN$ , qui sera  $= \frac{a + 4x\sqrt{ax+xx}}{3a}$ ; ce que l'on peut faire en se servant de la formule  $\frac{y dx^2 + x dy^2}{dx^2 + dy^2 - 2y dx dy}$  de l'Analyse des Infinitement petits. Car nommant  $AP$ ,  $x$ , on aura  $PM = \sqrt{ax}$ , &  $AM = \sqrt{ax + xx}$ . L'on trouvera donc pour la longueur de la portion indéterminée  $AN$  de cette Courbe,  $\frac{4a + 4x\sqrt{ax+xx}}{3a}$ .

Pour quarrer l'espace borné par la Caustique & la Parabole, l'on décrira du centre  $N$  le petit arc  $MR$  qui sera égal au petit arc  $MQ$  décrit du centre  $A$ . Mais  $\overline{MQ}^2 = \overline{Mm}^2 - \overline{Qm}^2 = \frac{aax^3}{4ax} + dx^2 - \frac{aax^3 - 4axdx^2 - 4xxdx^2}{4ax + 4xx}$   
 $= \frac{axdx^2}{4ax + 4xx}$ , donc  $MR = \frac{dx}{2} \sqrt{\frac{ax}{ax + xx}}$ , & multipliant cette grandeur par  $\frac{1}{2} MN = \frac{a + 4x\sqrt{ax+xx}}{6a}$ , il viendra  $\frac{adx\sqrt{ax+xx} + 4xxdx\sqrt{ax}}{12a}$  pour le petit triangle  $MNm$ , qui est la différentielle de l'espace, dont l'intégrale  $= \frac{x\sqrt{ax}}{18} + \frac{2xx\sqrt{ax}}{15a}$  sera la valeur de l'espace indéterminé  $AMN$ .

Si l'on conçoit maintenant que cette Courbe se développe en commençant au point  $A$ , elle décrira la Courbe  $AHD$ , dont on demande la longueur & l'espace qu'elle renferme. Ayant prolongé les rayons réfléchis jusqu'en  $H$ ,  $h$ ; on fera à cause des secteurs semblables  $MNR$ ,

B b iij

FIG. V.

$$HNb; NM \left( \frac{a+4x\sqrt{ax+xx}}{3a} \right). NH \left( \frac{4a+4x\sqrt{ax+xx}}{3a} \right) ::$$

$$MR \left( \frac{dx}{2} \sqrt{\frac{ax}{ax+xx}} \right). Hh = \frac{2adx+1xdx\sqrt{ax}}{a+4x\sqrt{ax+xx}} = \frac{2dx\sqrt{aa+ax}}{a+4x}$$

qui est la différentielle de la Courbe. Pour en avoir l'intégrale, on la multipliera d'abord haut & bas par  $a$ , ce qui donnera  $\frac{2a.1x\sqrt{aa+ax}}{aa+4ax}$ , & supposant  $aa+4ax=zz$ ,

$$\text{donc } x = \frac{zz-aa}{4a}, dx = \frac{zdz}{2a} \& \sqrt{aa+ax} = \sqrt{\frac{zz+3aa}{2}}.$$

Substituant donc ces valeurs, on trouvera que  $\frac{2adx\sqrt{aa+ax}}{aa+4ax}$

$$= \frac{dz\sqrt{zz+3aa}}{2z} = \frac{zx dz + 3aadz}{2x\sqrt{zz+3aa}} = \frac{zdz}{2\sqrt{zz+3aa}} + \frac{3aadz}{2x\sqrt{zz+3aa}},$$

l'intégrale du premier membre est  $\frac{1}{2} \sqrt{zz+3aa}$ .

A l'égard de la différentielle  $\frac{3aadz}{2x\sqrt{zz+3aa}}$ , elle suppose la quadrature de l'Hyperbole. Car soit l'hyperbole équilatère  $AMN$ , dont l'axe transversant  $CA = \frac{a}{\sqrt{3}}$ , & soit prise sur le conjugué  $CB$ , la partie  $CP = \frac{a}{\sqrt{3}}$ , & soit menée l'ordonnée  $PM$ ; l'on aura par la propriété de cette Courbe  $PM = \frac{a\sqrt{3aa+zz}}{2\sqrt{3}}$ , & l'on trouvera par les règles ordinaires que la différentielle du secteur  $ACM$ , qui est  $MCm$ , sera  $\frac{a^3 dz}{2x\sqrt{3}\sqrt{zz+3aa}}$ ; si l'on divise cette différentielle par  $\frac{a}{\sqrt{3}}$ , il viendra  $\frac{3aadz}{2x\sqrt{zz+3aa}}$ . Il est donc évident que la portion indéterminée  $AH$  de la Courbe cherchée est égale à  $\sqrt{aa+ax} = a + \text{sect. } MCN \text{ divisé par } \frac{a}{\sqrt{3}}$ .

Pour avoir l'espace renfermé par cette Courbe & la Parabole, on multipliera  $MR+Hh$  par  $\frac{1}{2} HM$ , c'est-à-dire  $\frac{2adx+1xdx\sqrt{ax}}{a+4x\sqrt{ax+xx}} + \frac{dx\sqrt{ax}}{2\sqrt{ax+xx}} \times \frac{\sqrt{ax+xx}}{2}$ , ce qui donnera

$$\frac{a dx + x dx \sqrt{ax}}{a + 4x} + \frac{dx \sqrt{ax}}{a + 4x} = \frac{a dx + 4x dx \sqrt{ax}}{a + 4x} - \frac{3x dx \sqrt{ax}}{a + 4x} +$$

$$+ \frac{dx \sqrt{ax}}{4} = \frac{5 dx \sqrt{ax}}{4} - \frac{3x dx \sqrt{ax}}{a + 4x} \text{ pour la différentielle de}$$

l'espace. Or l'intégrale du premier membre est  $\frac{1}{2} x \sqrt{ax}$ .

Mais pour avoir celle du second  $\frac{3x dx \sqrt{ax}}{a + 4x}$ , l'on supposera

$$a + 4x = \frac{zz}{a}, \text{ donc } x = \frac{zz - aa}{4a}, dx = \frac{z dz}{2a}, \& \sqrt{ax} =$$

$$\frac{\sqrt{zz - aa}}{2}; \text{ substituant donc à la place de } x, \text{ ces valeurs en}$$

$$z, \text{ on trouvera que } - \frac{3x dx \sqrt{ax}}{a + 4x} = - \frac{3z dz \sqrt{zz - aa}}{16a} +$$

$$\frac{3a dz \sqrt{zz - aa}}{16z} = - \frac{3z dz \sqrt{zz - aa}}{16a} + \frac{3a z dz}{16 \sqrt{zz - aa}} - \frac{3a^3 dz}{16z \sqrt{zz - aa}}.$$

L'intégrale des deux premiers membres est  $-\frac{zz + aa}{16a} x$

$$\sqrt{zz - aa} + \frac{3a \sqrt{zz - aa}}{16} = \frac{3a - 4x \sqrt{ax}}{8}, \text{ en remettant}$$

pour  $z$  la valeur en  $x$ . Il ne reste donc plus qu'à trouver

$$\text{l'intégrale de } - \frac{3a^3 dz}{16z \sqrt{zz - aa}}.$$

Or il est facile de voir que cette différentielle est celle **FIG. VI.**

d'un secteur de cercle. Car soit le quart de cercle  $ACB$

dont le rayon  $CA = a$ , soit prise la partie  $CP = \frac{aa}{z}$ ,

donc  $PM = \frac{a \sqrt{zz - aa}}{z}$ , donc le secteur infiniment petit

$MCM = - \frac{a^3 dz}{2z \sqrt{zz - aa}}$ , il est donc évident que l'intégra-

le de  $-\frac{3a^3 dz}{16z \sqrt{zz - aa}}$  est égale à  $\frac{1}{4}$  du secteur  $MCB$ . Ainsi

l'espace indéterminé  $AMH$  est égal à  $\frac{3x + 9a \sqrt{ax}}{24} = \frac{1}{4} MCA$ .

Ce qu'il falloit trouver.



## R E M A R Q U E S

*Sur la Table des degrez de chaleur , extraite des  
Transactions Philosophiques du mois d'Avril 1701 ;  
lûe par M. Geofroy en l'Assemblée du Mardy 24  
Juillet 1703.*

PAR M. AMONTONS.

1703.  
4. Août.

**S**UR le premier article , on ne voit pas pourquoy l'Auteur pose les premiers degrez de chaud & de froid au moment que l'eau commence à se geler , puisqu'il y a d'autres liqueurs qui se gellent plus ou moins difficilement que l'eau & dont il auroit pû se servir indifferemment. On ne voit pas non plus ce qui l'oblige à faire cette distinction de degrez froids & chauds , toute quantité de chaleur pouvant être appelée chaude ou froide selon qu'on la compare ou à l'extrême froid ou à l'extrême chaud ; ce degré de chaleur , par exemple , où l'eau se congele , pouvant être un degré de chaleur considerable comparé à l'extrême froid. Quoiqu'il en soit , il paroît que ce degré de chaleur que l'Auteur nous détermine icy pour le premier de sa graduation , est le même que celui marqué sur la graduation de mon Thermometre à 51 pouces 6 lignes , & celui qu'il appelle  $34\frac{1}{2}$  qu'il dit que l'eau bouillante ne peut passer , est celui qui est marqué sur mon Thermometre à 73 pouces : si bien que si de ces 73 pouces , on ôte 51 pouces 6 lignes , la difference sera 22 pouces 6 lignes , qui étant divisés par  $34\frac{1}{2}$  , donneront 7 lignes  $\frac{2}{3}$  de mon Thermometre , pour chacun des degrez de celui de l'Auteur. Sur ce pied , ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air en hyver , s'étendroit depuis 51 pouces 6 lignes jusqu'à 52 pouces 8 lignes  $\frac{22}{17}$ .

Ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air au printems  
&

& en automne s'étendrait depuis 52 pouces 8 lignes  $\frac{22}{31}$ , jusqu'à 53 pouces 11 lignes  $\frac{22}{31}$ , & son temperé seroit à 53 pouces 4 lignes  $\frac{22}{31}$ , c'est à dire 7 lignes  $\frac{22}{31}$  au dessous du nôtre ; ou , ce qui est la même chose , de la temperature des Caves de l'Observatoire.

Ce qu'il appelle degré de chaleur de l'air pendant l'esté , s'étend depuis 53 pouces 11 lignes  $\frac{22}{31}$ , jusqu'à 55 pouces 10 lignes  $\frac{22}{31}$ , c'est à dire 2 pouces 9 lignes  $\frac{22}{31}$  au dessous de nos plus grandes chaleurs ; & toute l'étendue qu'il donne aux changemens de l'air par la chaleur de l'hiver à l'esté , est de 3 pouces 8 lignes  $\frac{22}{31}$ , au lieu de 5 pouces dont nous l'experimentons icy , en la commençant comme lui à la congelation de l'eau , qui n'est pas comme on sçait le plus grand degré de froid qu'on puisse experimenter en nôtre climat , non plus que 56 pouces 6 lignes n'en est pas la plus grande chaleur , l'étendue de cette difference étant ordinairement à l'air libre sans Soleil , d'environ 8 pouces , ce qui fait croire que l'Auteur a fait ses observations dans un lieu clos ; & comparant son temperé avec le nôtre , il est aussi aisé de juger que ses observations ont été faites dans un climat plus froid. Il auroit été à souhaiter que l'Auteur nous en eût dit quelque chose , & qu'il nous eût marqué la temperature sous-terreine du lieu de ses observations.

Le degré de chaleur qu'il appelle degré de chaleur de l'air à midy au mois de Juillet , & qui apparemment détermine selon lui la chaleur qu'on experimente dans l'air au solstice d'esté , est de beaucoup inferieur à celui que nous experimentons icy , le sien n'étant qu'à 55 pouces 10 lignes  $\frac{22}{31}$ , & le nôtre pouvant être à 58 pouces & plus.

Le degré de chaleur qu'il appelle le plus grand degré de chaleur que le Thermometre puisse recevoir de la chaleur naturelle du corps humain , répond à 58 pouces 11 lignes  $\frac{22}{31}$  de mon Thermometre ; & les experiences que j'ay faites sur ce sujet , me feroient aisément croire qu'il l'auroit assez exactement déterminé , s'il étoit bien certain que cette chaleur naturelle fût toujours la même , tant l'hiver que l'esté.



Le Thermometre étant à 55 pouces 9 lignes, plusieurs personnes dont les battemens d'arteres étoient selon qu'il est marqué cy-dessous, ont fait monter par la chaleur de la main le Thermometre aux hauteurs marquées à côté.

| <i>Battemens d'arteres<br/>pendant une mi-<br/>nute d'heures.</i> | <i>Hauteurs du Thermo-<br/>metre par la chaleur<br/>de la main.</i> |
|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 70 —————                                                          | 58 pouc. 6 lign.                                                    |
| 74 —————                                                          | 58 ——— 7                                                            |
| 70 —————                                                          | 58 ——— 5                                                            |
| 66 —————                                                          | 58 ——— 9                                                            |
| 56 —————                                                          | 58 ——— 7                                                            |
| 68 —————                                                          | 58 ——— 2                                                            |
| 60 —————                                                          | 58 ——— 5                                                            |
| 80 —————                                                          | 58 ——— 6                                                            |

Une de ces personnes ayant mis le Thermometre dans sa bouche, ne l'a pû faire monter plus haut que par la chaleur de sa main. On peut remarquer en passant, que par ces experiences il paroît que les battemens d'arteres n'ont aucun rapport à la chaleur naturelle, & que l'on ne peut juger de l'un par l'autre.

Je n'ay pas eu occasion d'examiner si la chaleur d'un oiseau, qui couve ses œufs étoit la même, comme l'Auteur le dit.

*Voyez la  
Table qui  
est à la fin  
de ce dis-  
cours.*

Sur le 7<sup>me</sup> & 8<sup>me</sup> article, dont les degrez de chaleur tels qu'ils y sont marquez répondent; sçavoir le 7<sup>me</sup> à 60 pouces 8 lignes de mon Thermometre, & le 8<sup>me</sup> à 62 pouces 1 ligne; il ne paroît pas qu'on puisse rien déterminer de précis, tous les hommes n'étans pas également sensibles, & j'ay eu peine à tenir ma main pendant quelque tems dans le bain du 7<sup>me</sup> article, tandis que mon Valet a supporté pendant un tems plus considerable celui du 8<sup>me</sup>. Le degré de chaleur où le bain ne m'a paru ni chaud ni froid, a été 58 pouces 5 lignes; qui est préci-

fément celui auquel la chaleur de ma main avoit fait monter le Thermometre, les Thermometres étoient pour lors à 56 pouces. Je n'ay pas eu occasion d'observer si la chaleur du sang sortant de ses vaisseaux étoit la même que celle du 7<sup>me</sup> article.

Le degré de chaleur d'un bain dans lequel la cire fonduë qu'on y verse commence à se figer & à perdre sa transparence, m'a paru le même que celui que l'Auteur marque, & il répond à 64 pouces 1 ligne de mon Thermometre.

Le degré de chaleur du bain dans lequel l'Auteur dit qu'un morceau de cire se fond, répond à 66 pouces 5 lignes  $\frac{11}{17}$  de mon Thermometre; mais par experience j'ay trouve qu'un morceau de cire blanche du poids de 10 à 12 grains, ne se met entierement en fusion dans l'eau, qu'à 67 pouces 3 lignes.

Qu'un morceau de suif du même poids, s'y met à 61 pouces 10 lignes.

Qu'un morceau de beurre de pareil poids, s'y met à 59 pouces 9 lignes.

Pour ce qui est du plus grand degré de chaleur que l'eau bouillante puisse acquérir, j'ay déjà dit qu'il répond à 73 pouces de mon Thermometre, qui est le plus grand degré qu'il puisse mesurer; ainsi je n'ay pû par son moyen verifier les autres degrez de chaleur que l'Auteur nous donne dans sa Table, me reservant à une autrefois d'en préparer qui puissent me servir à le faire. Cependant pour connoître à quels degrez de mon Thermometre, ces degrez qu'il nous donne devroient répondre, au cas qu'ils se trouvent veritablement tels qu'ils sont marquez dans sa Table; je dis veritablement, car des experiences que je rapporteray cy-après me donnent occasion d'en douter. Pour connoître, dis-je, ces degrez, on aura recours à la Table qui est à la fin de ce discours, où l'on pourra plus aisément conferer ses experiences & les miennes.

Quant à la seconde colonne de sa Table, qui contient

les mêmes degrez de chaleur en progression Geometrique, elle me paroît assez inutile, étant même fondée sur un faux principe, qui est que l'eau qui commence à se geler n'a aucun degré de chaleur, ce qui est tres contraire à l'experience, puisque dans ce tems-là il y a bien d'autres corps que l'eau dans la nature, dont la chaleur entretient la liquidité, ainsi bien loin que la chaleur de l'eau bouillante soit presque triple de la chaleur naturelle, que le degré de la fusion de la cire dans le bain en soit le double, il est bien plus vrai-semblable que ces degrez de chaleur ne sont entr'eux, que comme les nombres  $59 \frac{1}{2}$ ,  $66 \frac{1}{2}$ , & 73, qui expriment la quantité de force de ressort que ces degrez de chaleur donnent à l'air, lorsqu'il n'a pas la liberté de beaucoup s'étendre, & qu'il est chargé dans l'eau bouillante par 73 pouces de mercure.

Ce que l'Auteur dit du fer chaud dont il s'est servi pour trouver les degrez de chaleur qu'il n'a pû avoir par le Thermometre, n'est pas fort intelligible. Voici ses termes traduits du Latin : *La chaleur que le fer échauffé communique dans un certain tems aux corps froids qui le touchent, est comme la chaleur entiere du fer.* Il y a apparence qu'il faut entendre celle qui lui reste, car autrement il faudroit que ce fer chaud communiquât aux corps froids qui l'environnent sa chaleur entiere, sans diminuer la sienne; ce qui est absurde. Il ne paroît pas non plus qu'on puisse par là entendre autre chose, sinon que la quantité de chaleur qu'elle communique dans un certain tems, est égale à celle qui lui reste. Ainsi, suivant l'Auteur, un fer chaud qui pendant un certain tems auroit perdu la moitié de sa chaleur, n'en perdrait que la moitié de la moitié, c'est-à-dire le quart dans un autre tems égal au premier, le  $\frac{1}{4}$  dans un troisième tems, le  $\frac{1}{16}$  dans un quatrième tems, & ainsi du reste. Mais il paroît que ce raisonnement suppose sans aucun fondement, que la raison de 2 à 1 regne continuellement dans cette progression décroissante, toute autre raison comme de 3 à 1, de 4 à 1,

&c. pouvant de même s'y rencontrer, suivant que l'air qui environne le fer, & à qui il communique sa chaleur est plus ou moins froid, que ce fer est plus ou moins chaud, & que les tems des refroidissemens sont plus ou moins grands; toutes lesquelles circonstances peuvent varier à l'infini, & faire varier de même les raisons de la progression, dont les termes doivent exprimer les differens degrez de chaleur; de sorte que pour se servir utilement de ce moyen, il faudroit avoir autant de Tables de Logarithmes qu'il peut y avoir de differentes progressions Geometriques, ou se résoudre à faire plusieurs calculs, qui souvent ne sont pas peu longs & embarrassans, encore faudroit-il toujours connoître deux degrez de chaleur de chaque progression. A joindre, qu'il n'est pas bien certain que l'air qui succede continuellement autour du fer chaud dans tous les tems égaux du refroidissement, soit toujours d'une égale temperature, & qu'il faut nécessairement que ce fer chaud soit supporté par des appuis, auxquels il communique de sa chaleur plus ou moins suivant qu'ils sont plus ou moins froids, & qu'ils sont en plus grande ou plus petite masse; de sorte que ne croyant pas pouvoir rien déterminer de précis par cette maniere, je me suis servi de cette autre.

J'ay mis un barreau de fer du poids de 30 l & de 59 pouces de longueur, presque debout sur du charbon de bois contenu dans un fourneau, où il y en avoit bien la valeur d'un boisseau; j'ay fait ensuite allumer le charbon, & j'y en ay fait encore ajouter la valeur d'un autre boisseau à deux differentes fois, à mesure que le premier se consumoit & s'affaissoit, & lorsque le barreau a été échauffé, de sorte que le bout d'endas étant tout à fait blanc, il cessoit d'être rouge à la distance de 5 à 6 pouces & qu'il réduisoit à la distance de 42 pouces le beurre en fusion; je l'ay mis promptement en une situation horisontale, le bout rouge toujours sur le feu du fourneau, l'autre bout posant sur un morceau de bois; & après avoir mis le plus diligemment qu'il m'a été possible les matieres suivantes dessus, j'ay

trouvé que le verre mince se mettoit en fusion à 4 pouces 6 lignes du bout d'embas.

Le plomb à 8 pouces 6 lignes.

La poudre à canon s'allumoit au même endroit.

L'étain se mettoit en fusion à 11 pouces.

La soudure faite de trois parties de plomb & deux d'étain à 12 pouces

Les gouttes d'eau bouilloient à 22 pouces.

La cire blanche se mettoit en fusion à 30. pouces 8 lignes.

Le suif à 39 pouces.

Le beurre, comme il a été déjà dit, à 42 pouces.

Maintenant si on considère que les espaces compris sur cette barre entre l'eau bouillante, la fusion de la cire, celle du suif, & la fusion du beurre, sont entr'eux comme les espaces marquez sur mon Thermometre, entre ces mêmes degrez de chaleur. On jugera aisément qu'il est facile de faire la reduction de tous les autres degrez de chaleur trouvez par le moyen de la barre en degrez de mon Thermometre. C'est ce que j'ay fait dans la Table qui suit ce discours, où l'on trouvera d'un côté tous les degrez de chaleur dont j'ay pû avoir connoissance par mes propres experiences, & de l'autre ceux qui sont rapportés dans les Transactions Philosophiques, les uns & les autres réduits en degrez de mon Thermometre, afin qu'on puisse avec d'autant plus de facilité en faire la comparaison.

Il ne me reste plus qu'à examiner ce que l'Auteur dit des rarefactions de l'air, de l'huile de lin, & de l'esprit de vin, sur lesquelles il y a apparence qu'il se méprend très-fortement, du moins sommes nous en une fort grande difference sur cet article, aussi bien que sur ses experiences du fer rouge. *La rarefaction de l'air*, dit il, *à une chaleur égale, a été dix fois plus grande que la rarefaction de l'huile.* Il entend l'huile de lin; & *la rarefaction de l'huile presque quinze fois plus grande que la rarefaction de l'esprit de vin.*

Sur ce pied la rarefaction de l'air , à une chaleur égale , seroit près de 150 fois plus grande que celle de l'esprit de vin , ce qui est bien éloigné de ce que j'ay trouvé par expérience ; car dans mon Thermometre à air , son volume lors de la congelation de l'eau , est à son volume dans l'eau bouillante , comme  $148 \frac{2}{11}$  , à  $149 \frac{2}{11}$  , dans le Thermometre de l'Auteur fait avec de l'huile de lin. Ces volumes , selon qu'il le dit , sont entr'eux comme 10000 à 10705 , ou comme 14 à 15 , & dans mon Thermometre que j'appelle à esprit de vin , qui n'est cependant qu'à eau de vie , ces mêmes volumes sont comme 472 à 515 , ou comme 11 à 12. Or ces augmentations de volume  $\frac{1}{11}$  ,  $\frac{1}{14}$  ,  $\frac{1}{11}$  , sont entr'elles comme les nombres 77 , 814 , & 1036 , où l'on voit que bien loin que la rarefaction de l'air , à une chaleur égale , soit dix fois plus grande que celle de l'huile de lin , elle est au contraire par cette expérience 10 fois & demie plus petite , & 14 fois moindre que celle de l'eau de vie , ce qui est bien loin d'être 150 fois plus grande que celle de l'esprit de vin. Il est bien vrai que l'Auteur ne nous dit point de quelle maniere il a observé cette grande rarefaction de l'air , & que dans l'expérience que je rapporte de mon Thermometre à air , l'air y est toujours chargé non-seulement du poids de l'Atmosphère , mais encore au tems de la congelation de l'eau , d'une colonne de mercure de 23 pouces  $\frac{1}{2}$  , ce qui fait en tout 51 pouces & demi , & que cette colonne augmente toujours de plus en plus ; en sorte que lorsque l'eau est entierement bouillante , cette colonne est de 73 pouces. Mais quand même on supposeroit que l'air ne seroit pressé que par le poids de l'Atmosphère , il ne pourroit augmenter son volume suivant les expériences de M. Mariotte , que suivant la raison de 103 à 146 , & en ce cas ces rarefactions seroient entr'elles comme les nombres 4757 , 814 , 1036 , où l'on voit aisément que la rarefaction de l'air , à une chaleur égale , ne peut être au plus que quatre à cinq fois aussi grande que celle de l'eau de vie. Pour ce qui est de la rarefaction de l'huile de lin , bien loin d'être 15 fois

plus grande que celle de l'esprit de vin, on voit visiblement par les experiences cy-devant rapportées, qu'elle est moindre même que celle de l'eau de vie, suivant la raison de 814 à 1036.

**TABLE DE PLUSIEURS DEGREZ**  
de chaleur trouvez tant à l'aide du Thermometre, que du fer rouge; comparez à ceux marquez dans les Transactions Philosophiques du mois d'Auril 1701. Les uns & les autres exprimez par le nombre de pouces & de lignes de mercure en hauteur, que ces degrez de chaleur feroient soutenir à l'air enfermé dans un verre de Thermometre, enforte que dans l'eau bouillante cette hauteur de mercure seroit de 73 pouces y compris l'Atmosphere.

Degrez de chaleur extraits des Transactions Philosophiques.

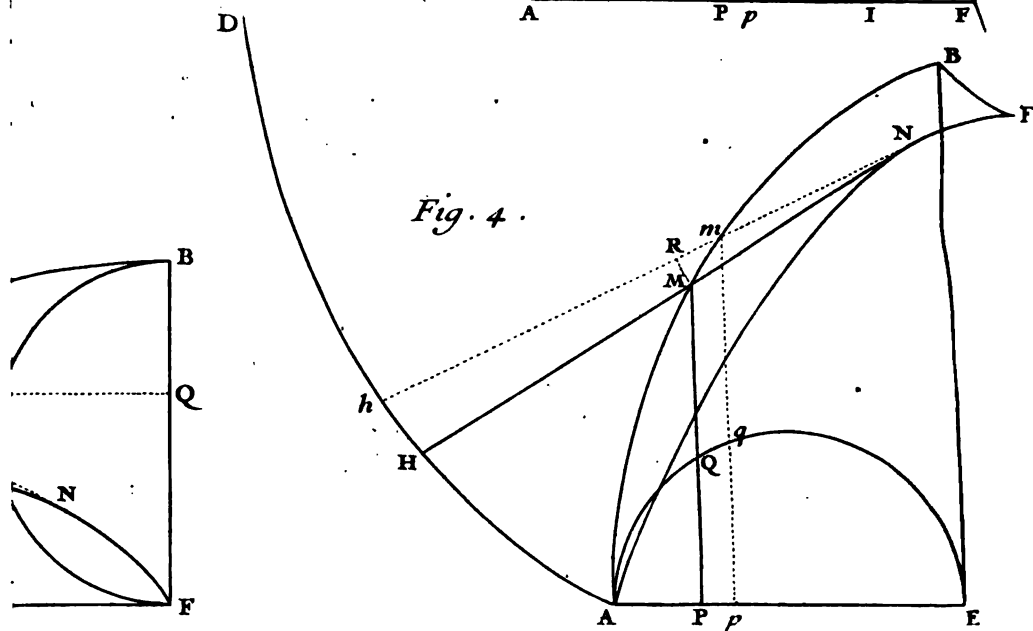
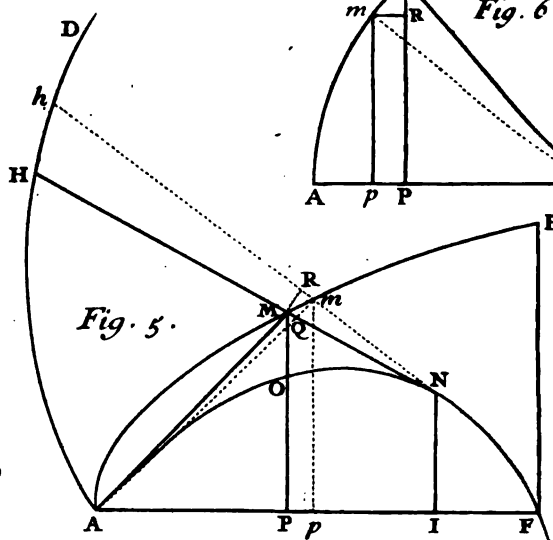
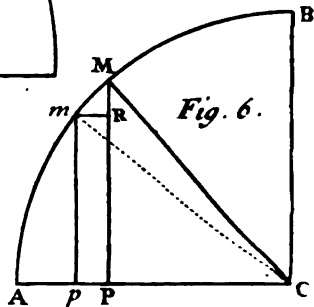
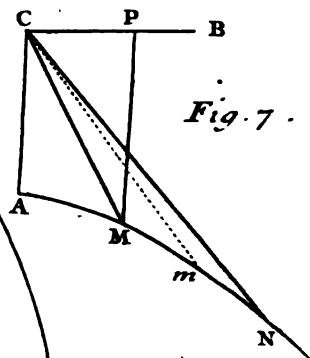
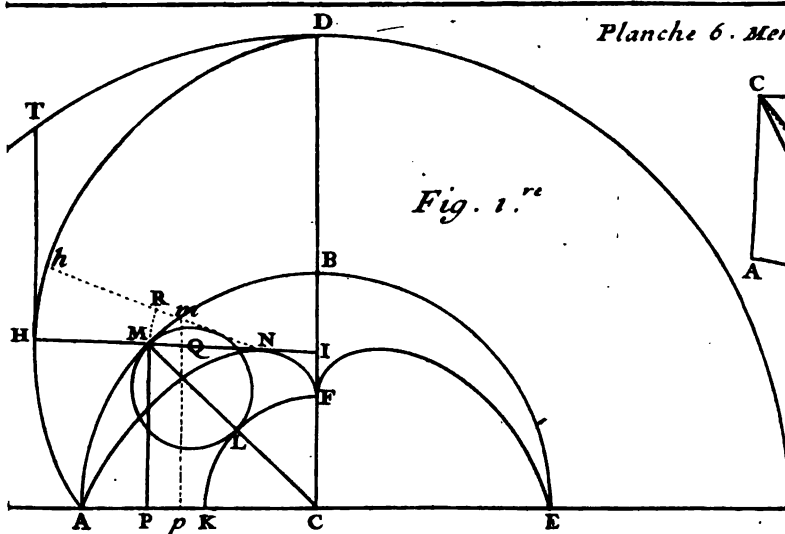
Degrez de chaleur trouvez par experiences.

| Degrez de chaleur de l'air en hyver |                                                                                                         |                 |                                                         |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------|
| 5 1 pou. 6 lig.                     | lorsque l'eau commence à se geler.                                                                      | 5 1 pou. 6 lig. |                                                         |
| 5 1 6                               | } Degrez de chaleur de l'air en hyver.                                                                  | 5 1 6           | } Degrez de chaleur de l'air en hyver.                  |
| 5 2 2                               |                                                                                                         | 5 2 4           |                                                         |
| 5 2 9                               |                                                                                                         | 5 3 2           |                                                         |
| 5 2 9                               | } Degrez de chaleur de l'air au printemps & en automne.                                                 | 5 3 2           | } Degrez de chaleur de l'air au printemps & en automne. |
| 5 3 4                               |                                                                                                         | 5 4 0           |                                                         |
| 5 4 0                               |                                                                                                         | 5 4 10          |                                                         |
| 5 4 0                               | } Degrez de chaleur de l'air pendant l'esté.                                                            | 5 4 10          | } Degrez de chaleur de l'air pendant l'esté.            |
| 5 4 7                               |                                                                                                         | 5 5 8           |                                                         |
| 5 5 2                               |                                                                                                         | 5 6 6           |                                                         |
| 5 5 2                               | Degrez de chaleur de l'air à-midy au mois de Juillet.                                                   | 5 6 6           |                                                         |
|                                     | Le plus grand degrez de chaleur que le Thermometre puisse recevoir de la chaleur du corps humain.       | 5 8 9           |                                                         |
| 5 9 0                               | Celle d'un oiseau qui couve ses œufs.                                                                   |                 |                                                         |
|                                     | Le plus grand degrez de chaleur du bain que la main puisse supporter l'y tenant agitée continuellement. |                 |                                                         |
| 6 0 8                               | Le plus grand degrez de chaleur d'un                                                                    |                 |                                                         |

bain







Degrés, de cha-  
leur extrêmes des  
Transition Phis-  
iologiques.

Degrés, de cha-  
leur trouvés, par  
expérience.

bain que la main plongée dans le bain  
sans se mouvoir puisse supporter pen-  
dant quelque tems.

62 pou. 1 lig.

Degré de chaleur d'un bain dans le-  
quel la cire fonduë que l'on y verse  
commence à se figer & à perdre sa  
transparence.

64 1

64 pou. 1 lig.

Le degré de chaleur où ma main dans  
le bain ne l'a senti ni chaud ni froid.

58 5

Degré de chaleur d'un bain dans  
lequel un morceau de cire se fond &  
reste fondu sans ebullition.

66 5

67 3

Degré de chaleur d'un bain dans le-  
quel un morceau de suif fond.

61 10

Degré de chaleur d'un bain dans le-  
quel un morceau de beurre fond.

59 9

Degré de chaleur qui fait bouillir  
l'eau & qu'elle ne peut passer.

73 pouces.

73 pouces.

Degré de chaleur par lequel le mê-  
lange de deux parties de plomb, trois  
parties d'étain, & cinq parties de bis-  
muth fondu commencent à se pren-  
dre.

73 0

Degré de chaleur auquel le fer rou-  
ge qui se refroidit, cesse de faire bouil-  
lonner les gouttes d'eau chaude qu'on  
jette dessus.

73 4 on

74 0

Degré de chaleur auquel le même  
fer cesse de faire bouillir les gout-  
tes d'eau froide.

74 6

Le plus petit degré de chaleur au-  
quel le mélange d'une partie de  
plomb, quatre parties d'étain, & cinq  
parties de bismuth se fond & se con-  
serve fluide.

76 7

1703.

Dd

Degré de cha-  
leur extraits des  
Transactions Phi-  
losophiques.

Degré de cha-  
leur mesuré par  
expérience.

Le plus petit degré de chaleur au-  
quel le mélange d'égale partie d'étain  
8 1 pou. 5 lig. & de bismuth se peut fondre.

à 80 10 Ce mélange se fige en se refroidis-  
sant.

Degré de chaleur capable de fon-  
dre un mélange de deux parties d'é-  
tain & d'une partie de bismuth, aussi-  
bien que le mélange de trois parties  
d'étain & deux parties de plomb, &  
auquel le mélange de cinq parties d'é-  
tain & deux parties de bismuth, ainsi  
que le mélange d'égale partie de  
87 0 plomb & de bismuth, se fige.

Le plus petit degré de chaleur au-  
quel un mélange d'une partie de bis-  
muth & huit parties d'étain se puisse  
fondre.  
93 10

Degré de chaleur qui met l'étain  
en fusion.  
96 4

Il se fige.  
à 95 2

80 pou. 3 lig.

Degré de chaleur auquel se fond le  
bismuth, aussi-bien que le mélange de  
quatre parties de plomb & d'une d'é-  
tain, auquel le mélange de cinq par-  
ties de plomb & d'une d'étain se fige.  
102 pouces.

Le plus petit degré de chaleur au-  
quel se puisse fondre le plomb.  
111 4

Le verre s'est mis en fusion à

82 0

84 7

Ce degré de chaleur est aussi celui  
du fer rougi sans écaille.

La chaleur d'un fort brasier de char-  
bon de bois faisant blanchir fortement  
le fer, & le réduisant en écaille.

87 7

La poudre à canon ne s'est allumée

Degré de chaleur envoie des Transfusions Physiques.

Degré de chaleur trouvé, par expérience.

qu'à la même chaleur qui fait fondre le plomb.

8 2 pou. 0 lig.

La soudure faite de trois parties, de plomb & deux d'étain, s'est fondue à 79 1

Degré de chaleur auquel les corps embrasés cessent de luire dans les tenebres, & auquel les corps en s'échauffant commencent à rendre quelque lumière ; mais si foible, qu'à peine

122 6 lig. s'apperçoit-elle.

Ce même degré de chaleur peut fondre un mélange d'égale partie d'étain & de regule de marts.

A ce même degré de chaleur un mélange de sept parties de bismuth, & de quatre parties de regule de marts fondus commence à se figer.

Degré de chaleur auquel les corps embrasés donnent de la lumière dans les tenebres, & point du tout pendant le crepuscule. 136 3

A ce degré de chaleur le mélange de deux parties de regule de marts, & d'une partie de bismuth fondus, commence à se figer.

Il en est de même du mélange de cinq parties de regule de marts & d'une d'étain.

à 142 6 Le regule de marts fondu se fige.

Degré de chaleur auquel les corps embrasés donnent de la lumière pendant le crepuscule immédiatement avant le lever ou après le coucher du Soleil, & point du tout ou fort foiblement en plein jour.

151 10

D d ij

Degrez, de cha-  
leur extraits des  
Transactions Phi-  
losophiques.

Degré de chaleur d'un petit brasier allumé,  
171 P. 2<sup>18</sup>. construit de charbon de terre & sans soufflets ;  
ainsi que la chaleur du fer rougi , autant qu'il le  
peut être dans ce brasier.

176 1 } Degré de chaleur d'un feu de bois medio-  
181 4 } cre.

## DES COURBES DECRITES

*Par le concours de tant de Forces centrales qu'on vou-  
dra , placées à discrétion entr'elles , & par rapport  
aux plans de ces mêmes Courbes.*

PAR M. VARIGNON.

1703.  
5. Septem.

**M**onsieur Leibnitz ayant appris quelque chose de  
ce que j'ay donné jusqu'ici à l'Académie touchant  
les Forces centrales , & l'application que j'en ay faite aux  
différens Systèmes d'Astronomie ; m'exhorta il y a quel-  
que tems à poursuivre cette Theorie , principalement par  
rapport aux Courbes décrites par le concours de plu-  
sieurs de ces forces , étant (dit-il) *apparent que les Planet-  
tes agissent l'une sur l'autre ; & qu'ainsi elles décrivent peut-  
être leurs orbes en rendant non-seulement au Soleil , mais  
encore les unes vers les autres. Quoiqu'il en soit , voici ce  
que j'ay encore trouvé par rapport à ce sujet.*

## PROBLÈME GÉNÉRALE.

- FIGURE. I.** Soit une Courbe quelconque ZLM décrite par le corps L  
II. mû suivant LM par le concours de tant de Forces centrales  
qu'on voudra , qui le tirent toutes à la fois vers leurs centres  
fixes A , B , D , E , F , &c. placés à discrétion dans le plan de

cette Courbe , ou dans des plans différens. On demande quelle Regle de toutes ces Forces centrales.

## SOLUTION.

Ce Problème a deux cas : Le premier , lorsque les centres fixes ou foyers des Forces supposées , sont tous dans le plan de la Courbe  $ZLM$  ; Et le second , lorsqu'ils se trouvent dans des plans différens.

I. *Premier cas.* Soient donc d'abord dans le plan de la Courbe  $ZLM$  , tous les foyers  $A, B, D, E, F$ , &c. des forces de ces mêmes noms, par le concours desquelles on la suppose décrite. Soient  $AL, Al; BL, Bl; DL, Dl; EL, El; FL, Fl$ ; &c. les Rayons de traction de ces forces, conduits de leurs centres ou foyers  $A, B, D, E, F$ , &c. aux extrémités  $L$  &  $l$  d'un des Elémens  $Ll$  de la Courbe  $ZLM$ . Et après avoir fait de ces mêmes centres les arcs élémentaires des cercles,  $Hl, Gl, Kl, Vl, Tl$ , &c. soient les droites  $HQ, GO, KS, VP, TR$ , &c. perpendiculaires sur  $Ll$ . Soient de plus  $A, B, D, E, F$ , &c. les noms de ces forces centrales variables à discrétion.

FIGURE I.

II. Cela posé , il est manifeste que l'on aura  $Ll. Hl :: LH. QH :: A$  (force suivant  $LA$ ).  $\frac{A \times Hl}{Ll}$  force suivant

$QH$ . On trouvera de même  $\frac{B \times Gl}{Ll}, \frac{D \times Kl}{Ll}, \frac{E \times Vl}{Ll}, \frac{F \times Tl}{Ll}$ , &c.

pour ce que les forces centrales  $B, D, E, F$ , &c. en donnent aussi au corps  $L$  suivant  $OG, SK, PV, RT$ , &c. C'est-à-dire, pour ce qu'elles lui en donnent tout à la fois vers le dedans & vers le dehors de la Courbe  $ZLM$  perpendiculairement à son élément  $Ll$ , selon qu'elles tendent du côté de la concavité ou de la convexité de cette même Courbe. Donc en retranchant ce que ce corps  $L$  en reçoit vers le dehors, de ce qu'il en reçoit vers le dedans de cette Courbe perpendiculairement à  $Ll$ , l'on aura ici

$$\frac{A \times Hl}{Ll} + \frac{B \times Gl}{Ll} + \frac{D \times Kl}{Ll} - \frac{E \times Vl}{Ll} - \frac{F \times Tl}{Ll} + \dots \text{ ou } \frac{A \times Hl + B \times Gl + D \times Kl - E \times Vl - F \times Tl + \dots}{Ll} \text{ pour tout ce que ces}$$

forces centrales lui en donnent ensemble de perpendiculaire à  $Ll$  vers le dedans de la même Courbe dans l'instant qu'il parcourt cet élément  $Ll$ , supposé qu'elles tendent toutes vers les foyers dont elles portent les noms : sinon, l'on changera les signes de celles qui tendront en sens contraire suivant les mêmes directions prolongées du côté de  $L$ .

Or si l'on imagine de plus les rayons  $CL$ ,  $Cl$ , de la développée en  $L$ ,  $l$ , de cette Courbe  $ZLM$ , avec sa touchante  $Ll$  en  $L$ , perpendiculaire à  $LC$ ; & du centre  $L$  l'arc de cercle  $lN$  qui la rencontre en  $N$ : On trouvera que  $Nl$  est précisément ce que la force perpendiculaire à  $Ll$ , qu'on vient de voir résulter du concours des forces centrales précédentes, au corps  $L$  vers le dedans de cette Courbe, lui fait parcourir en ce sens dans l'instant qu'il passe de  $L$  en  $l$ , & qu'elle le contraint de suivre  $Ll$  au lieu de  $LN$  qu'il suivroit sans cela.

Donc (les espaces parcourus en vertu de forces constantes & continuellement appliquées, telles qu'on conçoit d'ordinaire la pesanteur, & que le sont toutes les forces à chaque instant, étant en raison composée de celles de ces forces & des quarrés des tems employés à les parcourir) cet espace  $Nl$  doit être aussi comme le produit de cette force par le quarré de cet instant : c'est-à-dire (en prenant  $dt$  pour le nom de cet instant)

$$Nl = \frac{A * Hl + B * Gl + D * Kl - E * Vl - F * Tl + \&c.}{Ll} * dt^2.$$

Mais à cause des Triangles semblables  $CLl$ ,  $LNl$ , l'on aura  $CL.Ll :: Ll.Nl = \frac{Ll * Ll}{CL}$ . Donc enfin  $\frac{Ll * Ll}{CL} =$

$$\frac{A * Hl + B * Gl + D * Kl - E * Vl - F * Tl + \&c.}{Ll} * dt^2, \text{ ou (appelant } Ll, ds; \& CL, n;) A * Hl + B * Gl + D * Kl - E * Vl - F * Tl + \&c. = \frac{ds^2}{n dt^2} = \frac{Ll}{CL} * \frac{ds^2}{dt^2}.$$

Ce qui sera une Regle des mouvemens résultans du concours de tant & de telles forces centrales qu'on voudra, dirigées à autant de points fixes placés à discretion sur un même plan : Dans laquelle Regle le rayon  $CL$  ( $n$ ) de la développée doit être

pris par rapport à tous les foyers de la question, de la manière que M. Herman l'a donné dans les Actes de Leipzig le 1<sup>er</sup> mois de Nov. de 1701. *Ce qu'il falloit premièrement trouver.*

III. *Second cas.* Imaginons présentement que les Forces centrales  $A, D, F$ , &c. n'ont plus leurs foyers dans le plan de la Courbe proposée  $ZLM$ ; mais que  $A$  (par exemple) soit au dessus, &  $D, F$ , au dessous de ce plan, dans lequel sont encore  $B, E$ , &c. De ces foyers  $A, D, F$ , imaginons des perpendiculaires  $AX, DY, FW$ , sur ce même plan, lesquelles le rencontrent en  $X, Y, W$ , par lesquels points soient les droites  $XL, Xl, YL, Yl, WL, Wl$ . Enfin de ces mêmes points  $X, Y, W$ , comme centres, soient aussi décrits les arcs élémentaires de cercles,  $lH, lK, lT$ ; Et le reste comme cy dessus art. 1. Fig. 1. FIG. II.

IV. Cela posé, il est visible que l'effort de la Force centrale  $A$  suivant  $LA$ , est le même que s'il lui résulroit du concours de deux autres suivant  $LX$  &  $XA$ , en même rapport que ces lignes; & que ce qu'elle en fait suivant  $XA$ , doit être en équilibre contre ce que les forces  $D$  &  $F$  en font de même à contre-sens suivant  $YD$  &  $WF$ , pour retenir toujours le corps  $Z$  décrivant dans le plan où l'on suppose la Courbe  $ZLM$ . Donc tout ce qu'il en reste à la force  $A$  contre ce corps, se doit faire par tout suivant  $LX$ : De sorte que le point  $X$  fera comme le centre ou le foyer de tout ce que la force  $A$  fera d'effort contre le corps  $Z$  décrivant. On trouvera de même que les points  $Y$  &  $W$  seront les foyers de tout ce que les forces  $D$  &  $F$  feront d'effort contre ce même corps  $Z$ : Et de cette manière le corps  $Z$  décrira la Courbe  $ZLM$  dans le plan  $BLE$  qu'on lui suppose, par le concours des Forces centrales tendantes aux foyers  $A, B, D, E, F$ , &c. placés à discrétion par rapport à ce plan, de même qu'il la décriroit par le concours d'autant d'autres forces tendantes aux foyers  $X, B, Y, E, W$ , &c. placés tous dans ce même plan, avec des efforts (que j'appelle aussi  $X, B, Y, E, W$ , &c.) lesquels fussent aux forces  $A, B, D, E, F$ , &c. comme leurs rayons  $LX, LB, LY, LE, LW$ , &c. sont aux



rayons  $LA, LB, LD, LE, LF$ , &c. de celles-ci ; ce qui réduit ce cas-ci au précédent.

Donc (art. 2.) l'on aura ici  $X \cdot Hl + B \cdot Gl + Y \cdot Kl - E \cdot Vl - W \cdot Tl + \&c. = \frac{ds^3}{n \cdot dt^3} = \frac{Ll}{CL} \cdot \frac{ds^3}{dt^3}$ . De plus les efforts ou forces  $X, B, Y, E, W$ , &c. étant aux centrales  $A, B, D, E, F$ , &c. comme leurs rayons  $LX, LB, LY, LE, LW$ , &c. sont à  $LA, LB, LD, LE, LF$ , &c. rayons de celles-ci ; l'on aura  $X = \frac{A \cdot LX}{LA}$ ,  $B = B$ ,  $Y = \frac{D \cdot LY}{LD}$ ,  $E = E$ ,  $W = \frac{F \cdot LW}{LF}$ , &c. Donc on aura aussi  $\frac{A \cdot Hl \cdot LX}{LA} + B \cdot Gl + \frac{D \cdot Kl \cdot LY}{LD} - E \cdot Vl - \frac{F \cdot Tl \cdot LW}{LF} + \&c. = \frac{ds^3}{n \cdot dt^3} = \frac{Ll}{CL} \cdot \frac{ds^3}{dt^3}$ .

Mais les angles  $AXL, DYL, FWL$ , étant (hyp.) droits, l'on aura de plus  $LX = \sqrt{LA^2 - AX^2}$ ,  $LY = \sqrt{LD^2 - DY^2}$ ,  $LW = \sqrt{LF^2 - FW^2}$ . Donc enfin  $\frac{A \cdot Hl \cdot \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} + B \cdot Gl + \frac{D \cdot Kl \cdot \sqrt{LD^2 - DY^2}}{LD} - E \cdot Vl - \frac{F \cdot Tl \cdot \sqrt{LF^2 - FW^2}}{LF} + \&c. = \frac{ds^3}{n \cdot dt^3} = \frac{Ll}{CL} \cdot \frac{ds^3}{dt^3}$  sera la

Règle des mouvemens résultans du concours de tant de forces centrales  $A, B, D, E, F$ , &c. qu'on voudra, placées à discrétion hors ou dans les plans des Courbes  $ZLM$  qu'on suppose ainsi décrites : Dans laquelle Règle le rayon de la développée doit encore être pris à la manière de M. Herman, mais par rapport seulement aux Foyers (tant réels qu'imaginés) qui sont dans le plan de la Courbe en question, tels que sont ici  $X, B, Y, E, W$ , dont la réduction se fera ensuite aux seuls véritables par la substitution des précédentes valeurs de  $LX, LY, LW$ , mises en leurs places. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

V. Corol. 1. Il est clair que lorsque les foyers  $A, B, D, E, F$ , &c. sont dans le plan de la Courbe  $ZLM$ , comme dans le premier cas du Prob. art. 1. & 2. les perpendiculaires  $AX, DY, FW$ , se trouvant nulles, cette Règle se change en  $A \cdot Hl + B \cdot Gl + D \cdot Kl - E \cdot Vl - E \cdot Tl + \&c.$

$$= \frac{ds^2}{ndt^2} = \frac{Ll}{CL} * \frac{ds^2}{dt^2}, \text{ laquelle est celle de ce premier cas, art. 2.}$$

V I. *Corol.* 2. En prenant  $v$  pour la vitesse en  $L$  du corps  $L$  suivant  $Ll$ , on sçait d'ailleurs que l'on aura  $\frac{vds}{n} = \frac{ds^2}{ndt^2}$ . Donc on aura encore pour le premier cas (*art.* 2.)  $A * Hl + B * Gl + D * KL - E * VL - F * Tl + \&c. = \frac{vds}{n} = \frac{Ll}{CL} * vv$ ;

$$\text{Et pour le second cas (*art.* 4.) } \frac{A * Hl * \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} + B * Gl + \frac{D * KL * \sqrt{LD^2 - DI^2}}{LD} - E * VL - \frac{F * Tl * \sqrt{LF^2 - FW^2}}{LF} + \&c. = \frac{vds}{n} = \frac{Ll}{CL} * vv.$$

V II. *Corol.* 3. Si  $B$  étoit la seule force centrale qui fût ici, alors toutes les autres étant  $= 0$ , l'une & l'autre des Règles des art. 2. & 4. se réduiroit ici à  $B * Gl = \frac{ds^2}{ndt^2}$ . D'où l'on voit qu'en prenant  $f$  pour la force  $B$ , ou  $B = f$ , &  $Gl = dx$ ; cette Règle seroit  $f dx = \frac{ds^2}{ndt^2}$ , ou  $f = \frac{ds^2}{ndxdt^2}$ , laquelle est la même que celle que je donnay à l'Académie le 29. Janvier 1701.

Je ne m'arrête point à faire voir que ce cas d'une seule force centrale, la demande nécessairement dans le plan de la Courbe. Car il est manifeste qu'une telle force hors du plan de la Courbe, tendant à en tirer le corps décrivant, elle l'en tireroit effectivement si elle étoit seule: Ainsi la Courbe que ce corps trace, cesseroit d'y être aussi; ce qui est contraire à l'hypothèse.

V III. *Corol.* 4. Présentement si de l'extrémité  $C$  du rayon  $LC$  de la développée, on fait les perpendiculaires  $Ca, C\beta, C\gamma, C\delta, C\epsilon, C\phi$ , sur  $AL, BL, DL, EL, FL$ , prolongées dans la Fig. 1. & sur  $XL, BL, YL, EL, WL$ , prolongées de même dans la Fig. 2. La substitution de leurs portions  $La, L\beta, L\gamma, L\delta, L\epsilon, L\phi$ , & de  $LC$ , au lieu de  $Hl, Gl, KL, VL, Tl$ , & de  $Ll$ , dans les Règles générales des art. 2. & 4. changera celle de l'art. 2. en  $A * La +$

$$+ B \times L \beta + D \times L \delta - E \times L \epsilon - F \times L \phi + \&c. = \frac{LC}{LC} \times \frac{ds^2}{ds^2} = \frac{ds^2}{ds^2}$$

(Cor. 2.) =  $vv$ ; Et celle de l'art. 4. en  $\frac{A \times L \alpha \times \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA}$

$$+ B \times L \beta + \frac{D \times L \delta \times \sqrt{LD^2 - DY^2}}{LD} - E \times L \epsilon - \frac{F \times L \phi \times \sqrt{LF^2 - FW^2}}{LF}$$

$$+ \&c. = \frac{LC}{LC} \times \frac{ds^2}{ds^2} = \frac{ds^2}{ds^2} \text{ (Cor. 2.)} = vv.$$

I X. *Corol. 5.* D'où l'on voit que lorsque le mouvement du corps  $L$ , qu'on suppose décrire la Courbe  $ZLM$  en vertu des forces centrales tendantes suivant des lignes qui passent par les foyers  $A, B, D, E, F, \&c.$  est uniforme, ayant alors  $ds = dt$ , l'on aura aussi pour lors  $A \times L \alpha + B \times L \beta + D \times L \delta - E \times L \epsilon - F \times L \phi + \&c. = 1.$  pour

$$\text{le premier cas, Fig. 1. Et } \frac{A \times L \alpha \times \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} + B \times L \beta + \frac{D \times L \delta \times \sqrt{LD^2 - DY^2}}{LD} - E \times L \epsilon - \frac{F \times L \phi \times \sqrt{LF^2 - FW^2}}{LF} + \&c. = 1.$$

pour le second cas, Fig. 2.

### SCHOLIE I.

X. La manière de trouver le Rayon de la développée, dont on doit se servir dans l'usage des Règles précédentes, consiste à le chercher par rapport à chaque rayon des forces  $AL, BL, DL, EL, FL, \&c.$  pour le premier cas du Prob. art. 1. & 2. Fig. 1. Et par rapport à chaque rayon  $XL, BL, YL, EL, WL, \&c.$  pour le second cas du Prob. art. 3. & 4. Fig. 2. comme l'on a fait dans le Mémoire du 29. Janvier 1701. pour un seul de ces rayons. Après l'avoir trouvé dans les mêmes conditions pour chacun, & lui avoir donné par tout le même nom, on dégage la seconde différentielle dans chacune de ces expressions, & l'on en substitue la valeur en sa place dans l'équation de la Courbe différenciée jusqu'à ce point; ce qui n'y laisse plus que des premières différences avec le rayon de la développée au premier degré; lequel par

conséquent se trouve alors en grandeurs finies & en premières différences seulement, lesquelles s'évanouissent aussi par la substitution d'autres grandeurs finies qui s'y trouvent proportionnelles comme dans l'art. 8. ce qui donne le rayon de la développée en grandeurs toutes finies. Voici comment, en faveur de ceux qui n'ont pas le mois de Novembre de 1701. des Actes de Leipzig, où cela se trouve démontré pour le premier des cas précédens, & d'où la même chose se peut tirer sans peine pour le second.

XI. Suivant l'art. 11. du Mémoire du 29 Janvier de 1701. en prenant toujours  $CL$  pour le rayon de la développée,  $d$  pour la marque ou la caractéristique des différentielles, & de plus  $L$  par tout constante; l'on aura pour le premier cas du Prob. art. 1. & 2. Fig. 1.

|                                                              |                  |                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| $CL = \frac{AL \times HI \times LI}{HI^2 - AL \times ddAL}$  | } D'où résulte { | $ddAL = \frac{CL \times \overline{HI}^2 - AL \times HI \times LI}{CL \times AL}$ |
| $CL = \frac{BL \times GI \times LI}{GI^2 - BL \times ddBL}$  |                  | $ddBL = \frac{CL \times \overline{GI}^2 - BL \times GI \times LI}{CL \times BL}$ |
| $CL = \frac{DL \times KL \times LI}{KL^2 - DL \times ddDL}$  |                  | $ddDL = \frac{CL \times \overline{KL}^2 - DL \times KL \times LI}{CL \times DL}$ |
| $CL = \frac{-EL \times VL \times LI}{VL^2 - EL \times ddEL}$ |                  | $ddEL = \frac{CL \times \overline{VL}^2 + EL \times VL \times LI}{CL \times EL}$ |
| $CL = \frac{-FL \times TL \times LI}{TL^2 - FL \times ddFL}$ |                  | $ddFL = \frac{CL \times \overline{TL}^2 + FL \times TL \times LI}{CL \times FL}$ |
| &c.                                                          |                  | &c.                                                                              |

XII. Suivant le même art. 11. du Mémoire du 29. Jan- Fie. II.  
vier 1701. l'on aura de même pour le second cas du Prob.  
art. 3. & 4. Fig. 2.

$$\left. \begin{aligned}
 CL &= \frac{XL \times HI \times LI}{HI^2 - XL \times ddXL} \\
 CL &= \frac{BL \times GI \times LI}{GI^2 - BL \times ddBL} \\
 CL &= \frac{YL \times KI \times LI}{KI^2 - YL \times ddYL} \\
 CL &= \frac{-EL \times VL \times LI}{VL^2 - EL \times ddEL} \\
 CL &= \frac{-WL \times TI \times LI}{TI^2 - WL \times ddWL} \\
 &\&c.
 \end{aligned} \right\} \text{D'où résulte} \left\{ \begin{aligned}
 ddXL &= \frac{CL \times \overline{HI}^2 - XL \times HI \times LI}{CL \times XL} \\
 ddBL &= \frac{CL \times \overline{GI}^2 - BL \times GI \times LI}{CL \times BL} \\
 ddYL &= \frac{CL \times \overline{KI}^2 - YL \times KI \times LI}{CL \times YL} \\
 ddEL &= \frac{CL \times \overline{VL}^2 + EL \times VL \times LI}{CL \times EL} \\
 ddWL &= \frac{CL \times \overline{TI}^2 + WL \times TI \times LI}{CL \times WL} \\
 &\&c.
 \end{aligned} \right.$$

XIII. Cela fait, l'équation proposée de la Courbe  $ZLM$ , doit être différenciée jusqu'aux secondes différences, lesquelles seront  $ddAL$ ,  $ddBL$ ,  $ddDL$ ,  $ddEL$ ,  $ddFL$ , &c. pour le premier cas, Fig. 1. Et  $ddXL$ ,  $ddBL$ ,  $ddYL$ ,  $ddEL$ ,  $ddWL$ , &c. pour le second, Fig. 2. après avoir chassé de l'équation proposée tous les rayons  $AL$ ,  $DL$ ,  $FL$ , &c. des forces supposées hors le plan de la Courbe, par la substitution de leurs valeurs  $\sqrt{\overline{AX}^2 + \overline{LX}^2}$ ,  $\sqrt{\overline{DY}^2 + \overline{LY}^2}$ ,  $\sqrt{\overline{FW}^2 + \overline{LW}^2}$ , &c. dans lesquelles les hauteurs  $AX$ ,  $DY$ ,  $FW$ , &c. sont données & constantes; De sorte que  $LX$ ,  $LY$ ,  $LW$ , &c. est tout ce qu'il y a de variable dans ces valeurs de  $AL$ ,  $DL$ ,  $FL$ , &c. lesquelles le sont aussi, de même que  $BL$ ,  $EL$ , & les autres rayons des forces supposées dans le plan de la Courbe en question.

Ces secondes différences étant ainsi trouvées, il faut substituer en leurs places leurs valeurs comprises dans les articles 11. & 12. ce qui ne laissera plus que des premières différences dans l'égalité différenciée, avec des grandeurs finies parmi lesquelles sera le rayon  $CL$ , qui dégagé se

trouvera aussi en grandeurs finies & en premières différences seulement ; & ces premières différences s'évanouiront de même par la substitution de leurs proportionnelles comprises entre le point  $L$  & les perpendiculaires tirées d'un même point quelconque du rayon  $LC$ , sur les droites prolongées de ce point  $L$  par tout ce qu'il y a de foyers (tant vraies qu'imaginés) dans le plan de la Courbe.

XIV. Pour exemple du premier cas du Probl. art. 1. FIG. III.

& 2. soit  $ZLM$  une Ellipse ordinaire, dont  $ZM$  soit le grand axe ; &  $A, D$ , ses foyers en qualité d'Ellipse, lesquels par conséquent soient l'un & l'autre dans le plan de cette Courbe, ou le reste soit aussi comme dans la Fig. 1. On sçait que quel qu'en soit le point  $L$ , son équation sera  $AL + DL = ZM$ , laquelle donnera  $ddAL + ddDL = 0$ .

$$\text{Donc (art. II.) } 0 = \frac{CL \times \overline{HL}^2 - AL \times \overline{HL} \times Ll}{CL \times AL} + \frac{CL \times \overline{KL}^2 - DL \times \overline{KL} \times Ll}{CL \times DL}$$

$$= CL \times DL \times \overline{HL}^2 - AL \times DL \times \overline{HL} \times Ll + CL \times AL \times \overline{KL}^2 - AL \times DL \times \overline{KL} \times Ll, \text{ ou } AL \times DL \times Ll \times \overline{HL} + \overline{KL}$$

$$= CL \times DL \times \overline{HL}^2 + CL \times AL \times \overline{KL}^2 ; \text{ ce qui donne}$$

$$CL = \frac{\overline{HL} + \overline{KL} \times AL \times DL \times Ll}{DL \times \overline{HL}^2 + AL \times \overline{KL}^2}.$$

D'où l'on voit que si de quel que point  $S$  pris à discrétion sur le rayon  $LC$  de la développée, on fait  $SP$  &  $SQ$  perpendiculaires sur  $LA$  &  $LD$  prolongées, la substitution de  $LP, LQ, LS$ , au lieu de  $HL, KL, Ll$ , qui leur sont proportionnelles, donnera aussi

$$CL = \frac{LP + LQ \times AL \times DL \times LS}{DL \times \overline{LP}^2 + AL \times \overline{LQ}^2}.$$

Mais à cause des angles  $SLP$  &  $SLQ$  égaux dans l'Ellipse, l'on aura  $LP = LQ$ . Donc enfin

$$CL = \frac{2LQ \times AL \times DL \times LS}{DL + AL \times \overline{LQ}^2} = \frac{2AL \times DL}{AL + DL} \times \frac{LS}{LQ}$$

(à cause de l'équation proposée  $AL + DL = ZM$ )  $= \frac{2AL \times DL}{ZM} \times \frac{LS}{LQ}$  sera la valeur du rayon de la développée de l'Ellipse en question.

On voit delà qu'en nommant  $AL, x$  ;  $DL, y$  ; &  $ZM, a$  ; l'on aura aussi  $CL = \frac{2xy}{x+y} \times \frac{LS}{LQ} = \frac{2xy}{a} \times \frac{LS}{LQ}$  pour ce même

rayon de l'Ellipse ordinaire, lequel deviendra celui de l'Hyperbole ou de la Parabole, selon qu'on y fera celle qu'on voudra des deux grandeurs  $x(AL)$  &  $y(DL)$ , négative ou infinie.

On voit de plus qu'en prenant  $S$  à l'extrémité  $C$  de ce rayon de la développée, alors  $LS$  &  $LQ$  se changeant en  $CL$  &  $LS$ , en faisant  $CS$  parallèle à  $SQ$ , ce rayon se trouvera aussi pour lors  $CL = \frac{2AL \times DL}{AL + DL} \times \frac{LC}{LD} = \frac{2AL \times DL}{ZM} \times \frac{LC}{LD} = \frac{2xy}{x+y} \times \frac{LC}{LD} = \frac{2xy}{s} \times \frac{LC}{L\Gamma}$ ; d'où résulte  $LS = \frac{2AL \times DL}{AL + DL} = \frac{2AL \times DL}{ZM} = \frac{2xy}{s}$  pour l'Ellipse; & ce qui conviendra encore à l'Hyperbole ou à la Parabole, selon qu'on y fera celle qu'on voudra des deux grandeurs  $x(AL)$  &  $y(DL)$ , négative ou infinie.

FIG. IV. XV. Pour donner aussi quelque exemple de la manière de trouver les rayons des développées pour le second cas compris dans les art. 3. & 4. soit présentement  $ZLM$  une Courbe à trois foyers  $A, B, D$ , dont  $A$  soit au dessus du plan de cette Courbe,  $D$  au dessous, &  $B$  dans ce plan même. Soit (si l'on veut)  $AL + BL + 2DL = m$  l'équation de cette Courbe, & le reste comme dans la Fig. 1.

Il est visible que  $AX$  &  $DY$  (*hyp.*) perpendiculaires au plan de la Courbe, donneront  $AL = \sqrt{LX^2 + AX^2}$ , &  $DL = \sqrt{LY^2 + DY^2}$ . Ainsi l'équation proposée donnant  $ddAL + ddBL + 2ddDL = 0$ , l'on aura aussi  $dd\sqrt{LX^2 + AX^2} + ddBL + 2dd\sqrt{LY^2 + DY^2} = 0$ .

Mais pour trouver plus aisément ces secondes différences de signes radicaux, soient  $LX = x$ , &  $AX = b$ : l'on aura  $\sqrt{LX^2 + AX^2} = \sqrt{xx + bb}$ ,  $d\sqrt{LX^2 + AX^2} = \frac{x dx}{\sqrt{xx + bb}}$ , &  $dd\sqrt{LX^2 + AX^2} = \frac{x^2 + bb}{xx + bb} \times \frac{dx^2}{\sqrt{xx + bb}}$ . On trouvera de même  $dd\sqrt{LY^2 + DY^2} = \frac{DY^2 + LY + ddLY + DY^2 + KI^2}{DL}$ . Donc

$$\frac{\overline{AL}^2 \times LX + dLX + \overline{AX}^2 \times \overline{HL}^2}{\overline{AL}^3} + ddBL + \frac{2\overline{DL}^2 \times LY + dLY + 2\overline{DY}^2 \times \overline{KL}^2}{\overline{DL}^3}$$

$$= 0, \text{ ou } \frac{\overline{AX}^2 \times \overline{HL}^2}{\overline{AL}^3} + \frac{2\overline{DY}^2 \times \overline{KL}^2}{\overline{DL}^3} = -\frac{LX + dLX}{\overline{AL}} - ddBL -$$

$$- \frac{2LY + dLY}{\overline{DL}} \text{ (art. 2.)} = \frac{-CL \times \overline{HL}^2 + LX \times \overline{HL} \times L}{CL \times \overline{AL}}$$

$$- \frac{CL \times \overline{GL}^2 + BL \times \overline{GL} \times Ll}{CL \times \overline{BL}} - \frac{2CL \times \overline{KL}^2 + 2LY \times \overline{KL} \times Ll}{CL \times \overline{DL}}; \text{ ce qui donne}$$

(en multipliant le tout par  $CL \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL}$ , & en

rendant tout positif)  $CL \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{AX}^2 \times \overline{HL}^2 +$

$2CL \times \overline{AL} \times \overline{BL} \times \overline{DY}^2 \times \overline{KL}^2 + CL \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{HL}^2$

$+ CL \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GL}^2 + 2CL \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{KL}^2 =$

$\overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times LX \times \overline{HL} \times Ll + \overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times$

$\times \overline{GL} \times Ll + 2\overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times LY \times \overline{KL} \times Ll =$

$\overline{DL} \times LX \times \overline{HL} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GL} + 2\overline{AL} \times LY \times \overline{KL} \times$

$\overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times Ll. \text{ Donc on aura en le rayon } CL =$

$$= \frac{\overline{DL} \times LX \times \overline{HL} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{GL} + 2\overline{AL} \times LY \times \overline{KL} \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times Ll}{\overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{AX}^2 \times \overline{HL}^2 + 2\overline{AL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{DY}^2 \times \overline{KL}^2 + \overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{HL}^2 +$$

$$+ \overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{GL}^2 + 2\overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{KL}^2}.$$

D'où l'on voit que si de quelque point  $S$  pris à discrétion

sur ce rayon  $LC$  de la développée, on fait  $SP, SR, SQ$ , per-

pendiculaires sur  $LX, LB, LY$  prolongée, la substitution

de  $LP, LR, LQ, LS, SP, SQ$ , au lieu de  $HL, GL, KL, Ll, HL,$

$KL$ , qui leur sont proportionnelles, donnera aussi  $CL =$

$$= \frac{\overline{DL} \times LX \times \overline{LP} + \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{LR} + 2\overline{AL} \times \overline{LY} \times \overline{LQ} \times \overline{AL} \times \overline{DL} \times \overline{BL} \times \overline{LS}}{\overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{AX}^2 \times \overline{SP}^2 + 2\overline{AL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{DY}^2 \times \overline{SQ}^2 + \overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{LP}^2 +$$

$$+ \overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{LR}^2 + 2\overline{AL}^2 \times \overline{DL}^2 \times \overline{BL} \times \overline{LQ}^2}.$$

pour le rayon de la développée de la Courbe propo-

sée; & ainsi de toute autre à tant de foyers qu'on vou-

dra, placés à discrétion hors ou dans le plan de cette mê-

me Courbe.

XVI. Si l'on suppose présentement que tous les foyers

$A, B, D$ , de cette Courbe soient dans son plan : alors



ayant  $AX=0$ ,  $DY=0$ ; & par conséquent aussi  $AL=LX$ ,  $DL=LY$ ; la dernière valeur (art. 15.) du rayon  $CL$  de sa développée, se changera ici en

$$CL = \frac{LP+LR+2LQ \cdot AL \cdot DL \cdot BL \cdot SL}{BL \cdot DL \cdot LP^2 + AL \cdot DL \cdot LR^2 + 2AL \cdot BL \cdot LQ^2}.$$

XVII. On voit encore de là que si la Courbe en question n'avoit que deux foyers  $A$  &  $D$ , comme dans la Fig. 3. & que son équation fût  $AL+DL=m$ ; cette Courbe seroit une Ellipse ordinaire, dans laquelle  $BL$  &  $LR$  étant nuls, &  $2DL$  se trouvant changé en  $DL$ , ou 2 en 1;

le rayon de sa développée seroit  $CL = \frac{LP+LQ \cdot AL \cdot DL \cdot SL}{DL \cdot LP^2 + AL \cdot LQ^2}$

(à cause de  $LP=LQ$  dans cette Ellipse)  $= \frac{2LQ \cdot AL \cdot DL \cdot SL}{DL+AL \cdot LQ^2}$

$= \frac{2AL \cdot DL}{AL+DL} \times \frac{SL}{LQ}$ , comme dans l'art. 14. Ce qui suffit pour

l'intelligence de la manière de trouver les Raïons des développées des Courbes à plusieurs foyers placés à discrétion.

## SCHOLIE II.

XVIII. Pour faire présentement quelques usages des Règles comprises dans les art. 2. 4. 5. 6. 7. 8. il faut que les rapports des tems, & des forces centrales entr'elles, soient donnés pour avoir chacune d'elles en particulier, & le rapport qu'elles suivent toutes séparément prises. Soit donc (si l'on veut)  $ds=dt$  comme dans l'art. 9. Et la Courbe

Foyers. I.  $ZLM$  décrite à la manière de M. de *Tschirnhausen*, où ces

II. rapports de forces entr'elles sont toujours donnés en ce que le fil par le moyen duquel il décrit ces sortes de Courbes, se trouvant également bandé dans toute sa longueur, les résistances des stiles fixes aux foyers  $A, B, D, E, F$ , &c. contre le stile  $Z$  décrivant, où les efforts de celui-ci contr'eux, c'est à dire les forces centrales qu'on y suppose, seroient comme les multiples des portions de fil comprises entre lui & chacun d'eux, ou comme les nombres par lesquels les distances  $AL, BL, DL, EL, FL$ , &c.

&c. de lui à chacun d'eux, se trouvent multipliées dans l'équation de la Courbe en question. De sorte qu'en prenant  $a \times AL + b \times BL + c \times DL - e \times EL - f \times FL + \dots = m$  pour l'équation de cette Courbe  $ZLM$ , les forces centrales  $A, B, D, E, F$ , &c. seroient ici comme  $a, b, c, e, f$ , &c. Et ainsi de toute autre Courbe décrite à la manière de M. de *Tschirnhausen*. Telles sont celles des Exemples suivans.

## EXEMPLE I.

*Trouver les Forces centrales tendantes à la fois aux deux foyers de l'Ellipse ordinaire, décrite d'un mouvement uniforme en vertu de ces forces.*

XIX. *Solut.* Toutes choses demeurant les mêmes FIG. III. que dans l'art. 14. Fig. 3. la première des Règles générales des forces centrales de l'art 9. donnera ici  $A \times L\alpha + D \times L\delta = 1$ . Mais par la nature de cette Ellipse on trouve  $L\alpha = L\delta$ . Donc on aura aussi  $A + D \times L\delta = 1$ , ou  $A + D = \frac{1}{L\delta}$  (art. 14.)  $= \frac{AL + DL}{2AL \times DL} = \frac{ZM}{2AL \times DL}$ . Ainsi suivant l'art. 18. l'équation  $AL + DL = ZM$  de cette Courbe, marquant que les forces  $A$  &  $D$  y sont égales, elles seront chacune  $= \frac{ZM}{4AL \times DL}$ , c'est à dire, en raison réciproque des produits  $AL \times DL$  faits des distances du corps décrivant ou de la Planete  $L$  qui décrit cette Ellipse, aux foyers de cette même Ellipse.

On trouvera de même dans l'hyperbole décrite par le concours de deux forces centrales tendantes, l'une à son foyer, & l'autre directement à contre-sens du foyer de son opposée, que chacune de ces forces égales suivra toujours la raison réciproque des produits des distances de ces deux foyers à chaque point correspondant de cette Courbe.

Quant à la Parabole, comme elle n'est qu'une Ellipse ou une hyperbole dont un des foyers est infiniment éloigné de l'autre; elle se trouvera ici décrite par le concours de deux forces égales tendantes, l'une à son foyer, & l'autre pa-

$$+ B \times L\beta + \frac{D \times L\delta \times \sqrt{LD^2 - DY^2}}{LD} = \frac{ds^2}{dt^2} (\text{hyp.}) = \frac{LI^2}{CL^2 \times LI^2} = \frac{1}{CL^2}.$$

Mais (art. 15.) l'équation de la Courbe en question étant  $AL + BL + 2DL = m$ , l'article 18. donne encore  $B = A$ , &  $D = 2A$ . Donc  $\frac{A \times La \times \sqrt{LA^2 - AX^2}}{LA} + A \times L\beta + \frac{2A \times L\delta \times \sqrt{LD^2 - DY^2}}{LD} = \frac{2}{CL^2}$ ; ce qui donne  $A = \frac{1}{CL^2} \times \frac{LA \times LD}{LD \times La \times \sqrt{LA^2 - AX^2} + LA \times LD \times L\beta + 2LA \times L\delta \times \sqrt{LD^2 - DY^2}}$ .

Telle est aussi la valeur de  $B$ , & le double sera celle de  $D$ . De sorte que chacune de ces trois forces sera comme cette fraction correspondante, dans laquelle les valeurs de  $LC$ ,  $La$ ,  $L\beta$ ,  $L\delta$ , se trouveront par le moyen de l'art. 15.

XXIV. On voit encore delà que si cette Courbe avoit tous ses foyers  $A$ ,  $B$ ,  $D$ , dans son plan, comme dans les art. 16. & 21. Alors  $AX$  &  $DY$  se trouvant nulles, chacune des forces  $A$  &  $B$  se trouveroit  $= \frac{1}{CL^2} \times \frac{1}{La + L\beta + 2L\delta}$ , & la troisième  $D = \frac{2}{CL^2} \times \frac{1}{La + L\beta + 2L\delta}$ ; de sorte que chacune

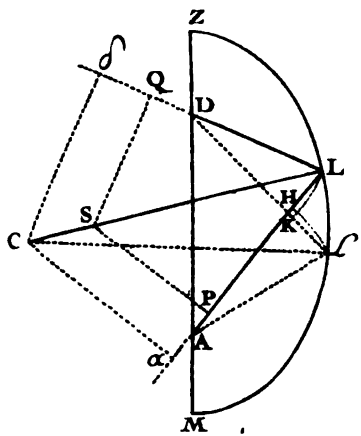
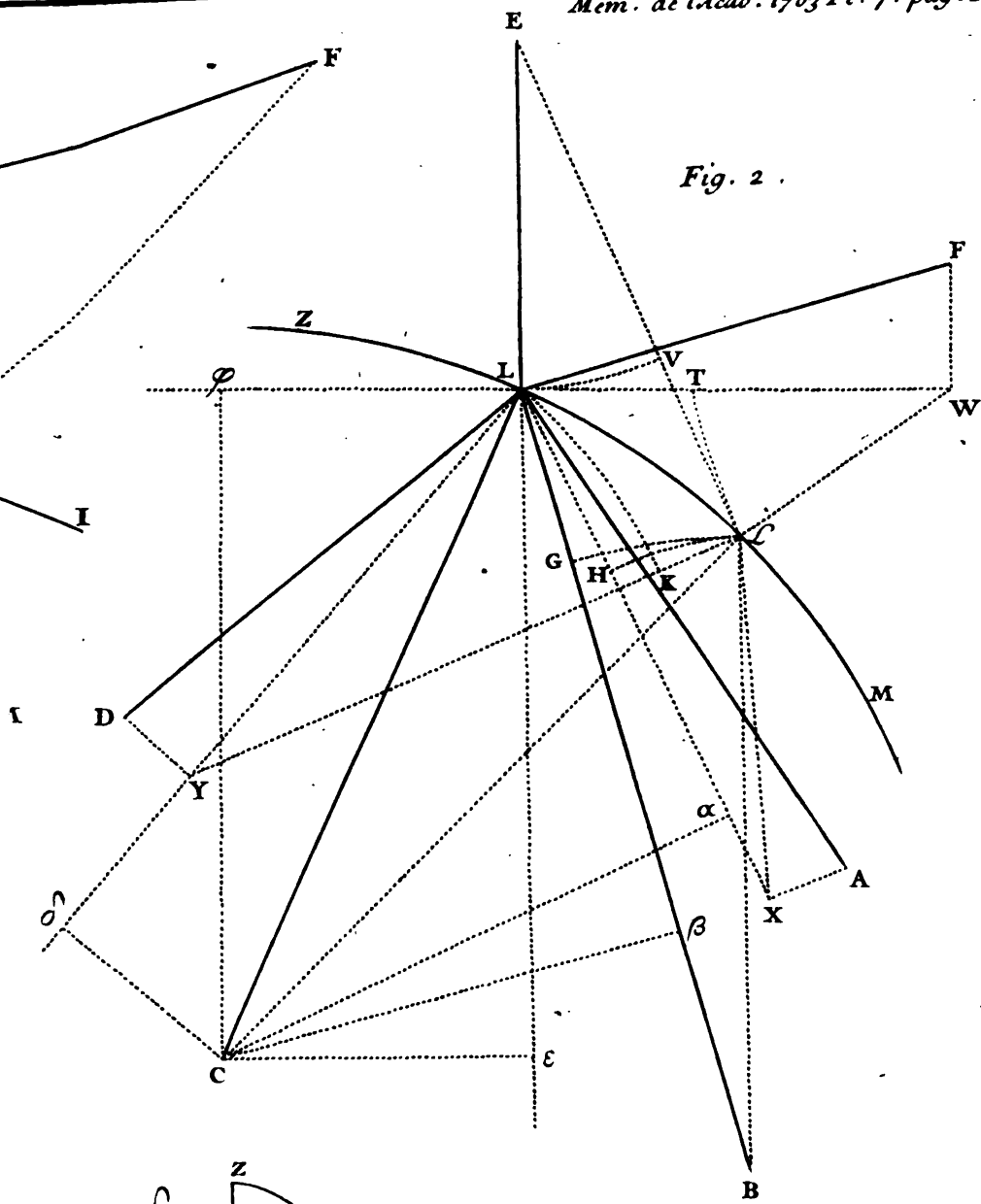
de ces forces suivroit toujours la raison réciproque des produits  $CL \times La + L\beta + L\delta$  correspondans, lesquels produits s'obtiendront encore par le moyen de l'art. 15.

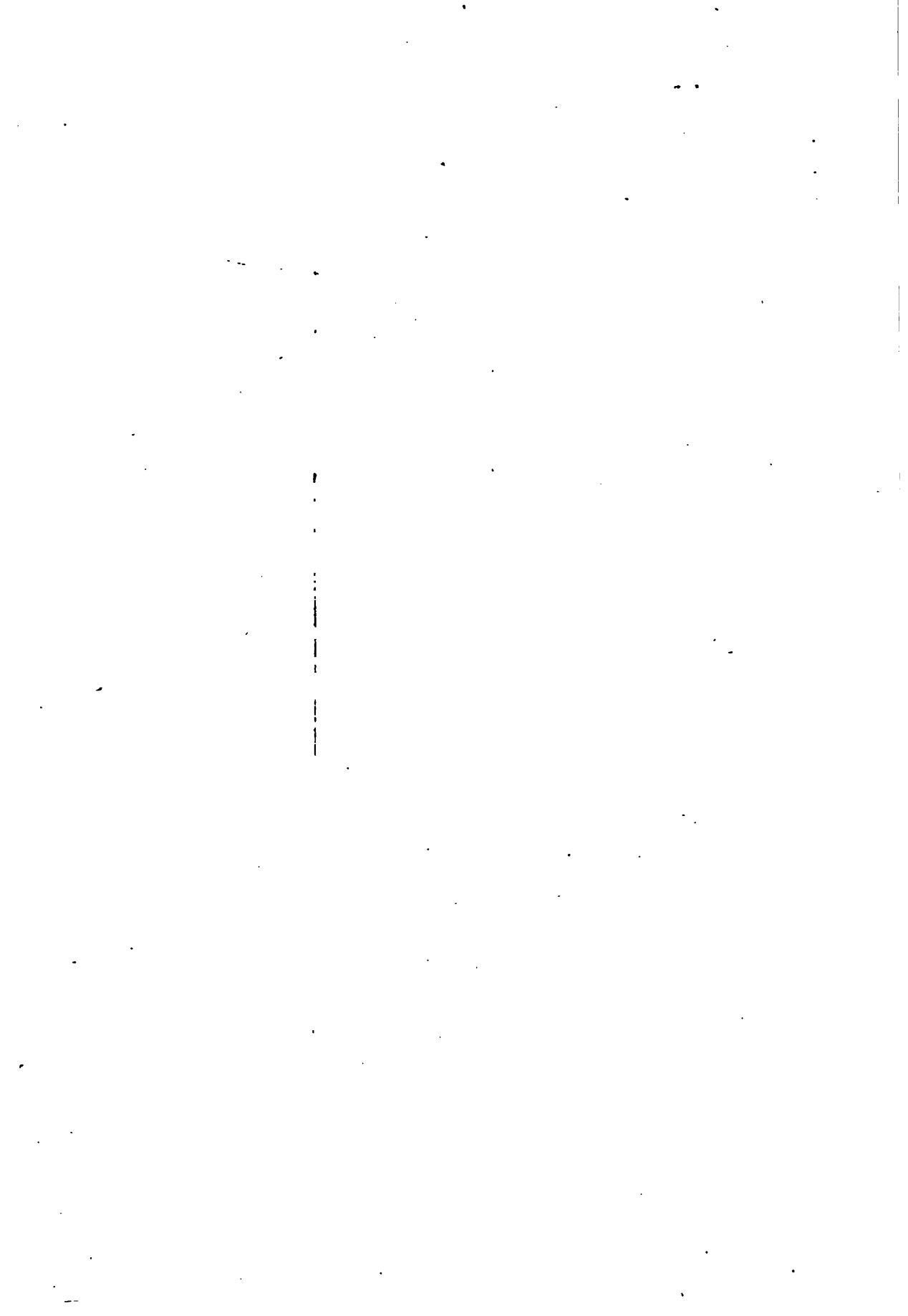
VI. 17  
FIG. III.

XXV. Enfin il suit encore delà que si cette Courbe n'avoit que les foyers  $A$  &  $D$  tous deux dans son plan, & que son équation fût  $AL + DL = m$ , les forces centrales tendantes à la fois à ces mêmes foyers, seroient chacune  $= \frac{1}{CL^2} \times \frac{1}{La + L\delta}$ . Et parce que cette Courbe seroit alors une Ellipse qui donneroit  $La = L\delta$ , chacune de ces forces  $A$  &  $D$  se trouveroit aussi ici  $= \frac{1}{CL^2} \times \frac{1}{2L\delta}$

$$(\text{art. 14.}) = \frac{\overline{LM^2} \times \overline{LQ^2}}{16 \overline{AL^2} \times \overline{DL^2} \times \overline{LS^2}}.$$

*Fig. 2 .*





La même chose se trouvera pour l'Hyperbole ou pour la Parabole, selon qu'on fera ici celle qu'on voudra des grandeurs  $AL$  &  $DL$ , négative ou infinie. Mais en voilà, ce me semble, assez pour faire voir la manière de se servir des Règles des précédens art. 2. 4. 5. 6. 8. & 9. pour trouver les Forces centrales des Courbes à plusieurs foyers, les rapports des Tems & de ces forces entr'elles étant donnés, ou le seul rapport des tems étant donné dans celles de ces Courbes qui seroient décrites à la manière de M. de Tschirnhausen *Med. ment. & corp.* Tout cela est manifeste par ce qui précède; ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

## EXPERIENCES

### DU BAROMETRE

*Faites sur diverses Montagnes de la France.*

PAR M. MARALDI.

DAns le voyage que nous avons fait avec Messieurs Cassini, Chazelles, & Couplet sous la direction de M. Cassini pour la détermination de la Meridienne, nous avons fait des experiences du Barometre sur plusieurs Montagnes de l'Auvergne, du Languedoc, & du Roussillon, dont nous avons mesuré geometriquement leurs hauteurs sur la surface de la mer. Ces nouvelles experiences, qui ont été faites à des hauteurs beaucoup plus grandes que celles qu'on avoit jusqu'à présent, pourront servir pour connoître les proprieté & l'étendue de l'air, & combien il se rarefie à diverses hauteurs de la surface de la terre.

1703.  
14. Nov.

Nous ne rapporterons point ici le détail des operations & des calculs qu'il a fallu faire pour trouver la hauteur

Ff iij

de ces Montagnes. Il suffira de dire qu'ayant déterminé leurs distances à l'égard des points compris dans les triangles de la Meridienne, nous avons observé en même tems leurs hauteurs apparentes à l'égard les unes des autres, & que nous avons fait ces opérations par une suite d'observations non interrompues depuis les Montagnes du Berry jusqu'au bord de la mer du Rouffillon. Delà ayant observé la hauteur apparente de quelques-unes des mêmes Montagnes, & sachant leur distance avec le demi-diametre de la terre, on a déterminé leur hauteur perpendiculaire sur le niveau de la mer; & on a conclu la hauteur perpendiculaire de celles qu'on ne voyoit point du bord de la mer, par la différence des hauteurs que l'on avoit observé entre ces Montagnes & les autres qu'on avoit déjà connu.

Pour suivre quelque ordre dans le rapport de ces expériences, nous commencerons par la comparaison des observations faites sur le Barometre en même temps à Colioure ville du Rouffillon, & l'Observatoire dans la Tour occidentale de la grande salle. Cette comparaison sert pour connoître la différente hauteur où le Barometre se tient en même tems dans ces deux différens lieux, à déterminer la hauteur de l'Observatoire sur la surface de la Mer Méditerranée, & par conséquent à sçavoir par les observations qu'on a faites à l'Observatoire, quelle étoit au bord de la mer la hauteur du mercure dans le temps que nous faisons les observations sur les Montagnes, quand nous ne les avons pû faire au même temps au bord de la mer.

Pendant le séjour que nous fîmes à Colioure depuis le 19 Fevrier jusqu'au 12 Mars de l'année 1701 pour y faire les observations nécessaires pour la Meridienne, nous mîmes le Barometre en expérience dans une maison située sur un roc au bord de la mer, dans un lieu élevé de 69 pieds sur le niveau de la mer. Par la comparaison de ces observations faites pendant un mois, on trouve qu'à Colioure le vis-argent étoit ordinairement trois li-

gnes & un tiers plus élevé qu'à l'Observatoire. Si l'on suppose que la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif-argent au bord de la mer soit de 10 toises, comme M. Mariotte le suppose dans son second Essay de la nature de l'air, par la différence de hauteur du mercure observée en même tems à l'Observatoire & à Colioure de 3 lignes &  $\frac{1}{3}$ , on aura la grand salle de l'Observatoire plus élevée que Colioure de 33 toises &  $\frac{1}{3}$ , qui étant ajoutées à 11 toises & demi-différence de hauteur entre le niveau de la mer & le lieu où étoit le Barometre en experience, donnent 45 toises de hauteur de la grande salle de l'Observatoire au dessus de la mer Mediterranée, & la hauteur du mercure moindre à l'Observatoire de 4 lignes  $\frac{2}{3}$  qu'au bord de la mer. Cette hauteur de la salle de l'Observatoire ne differe que d'une toise de celle que M. Picard a déterminé sur le niveau de l'Océan, qui paroît par-là être le même niveau que celui de la mer Mediterranée.

Après ces observations faites à Colioure, nous portâmes le Barometre sur une Tour des montagnes voisines du Rouffillon appelée la Massane, dont la hauteur sur la surface de la mer fut mesurée geometriquement de 408 toises. Dans cette Tour nous trouvâmes la hauteur du Barometre de 25 pouces 5 lignes. Nous l'avions trouvée quelques heures auparavant à Colioure de 28 pouces 0. La différence est 2 pouces 7 lignes, auxquelles si on ajoute une ligne & un sixième pour la hauteur du lieu où étoit le Barometre, on aura 32 lignes de diminution du vif-argent pour la hauteur de 408 toises.

Nous avons fait une autre experience du Barometre sur le haut du Bagarach montagne du Languedoc, dont la hauteur au dessus du niveau de la mer a été déterminée par trois différentes manieres de 648 toises. Le Barometre sur le haut de la montagne se tenoit suspendu à 23 pouces 8 lignes &  $\frac{1}{3}$ , en même tems qu'il se tenoit à l'Observatoire à 27 pouces 3 lignes, auxquelles si on ajoute 4 lignes &  $\frac{1}{3}$  qui sont dûs à la hauteur de l'Observa-



toire au dessus du niveau de la mer , on aura la hauteur du vif argent réduit au même niveau de 27 pouces 7 lignes , dont la différence à 23 pouces 8 lignes & demi est 46 lignes & demi , qui répondent à la hauteur de 648 toises.

Au mois d'Octobre nous observâmes sur le haut de la montagne de la Costa près du Mont-d'or en Auvergne , la hauteur du vif argent de 23 pouces 4 lignes : Elle fut observée le même jour à Paris de 27 pouces 10 lignes , dont la différence est 4 pouces 6 lignes , auxquels si on ajoute les 4 lignes  $\frac{1}{2}$  dûes à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer , on aura 4 pouces 10 lignes pour 850 toises dont le haut de cette montagne est élevé sur la surface de la mer.

De la Costa , & de divers autres points de la Meridienne on voit le Puy Domme , montagne celebre près de Clermont en Auvergne , par l'experience du Barometre que M. Perier fit sur son sommet , & qui est rapportée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal. Cette observation , qui est la premiere qu'on sçache qui ait été faite sur cette matiere , & qui est considerable à cause de la grande variation du mercure qui se trouve depuis le pied jusqu'au sommet de la montagne , étoit à la verité suffisante pour confirmer ; comme on s'étoit proposé , que la pression & la pesanteur de l'air sont la cause de la suspension du vif argent ; mais elle ne pouvoit servir qu'imparfaitement pour chercher la hauteur de l'Atmosphere , comme on a fait depuis , à cause que la hauteur de la montagne au dessus de Clermont ne fut déterminée qu'à peu près & par estime , & qu'on ignoroit entierement sa hauteur au dessus de la surface de la mer. Par la même methode dont nous nous sommes servis pour trouver la hauteur des autres montagnes , on a supplée à la principale circonstance qui manquoit à cette observation , ayant déterminé sa hauteur sur le niveau de la mer de 810 toises , 40 toises plus bas que la montagne de la Costa. Par la comparaison que nous avons faite des experiences de

de M. Perier, ayant eu égard à la différente hauteur du mercure entre Paris & Clermont, qui résulte des observations faites un an après celle du Puy Domme, & à l'abaissement du mercure depuis Clermont jusqu'au sommet de la montagne, nous trouvons qu'à la hauteur de 810 toises, qui est la hauteur de Domme que nous avons mesurée, il y auroit une diminution de 4 pouces 11 lignes à l'égard de la surface de la mer, ce qui seroit environ une ligne de diminution plus qu'on n'a trouvé sur la Costa.

Cette différence peut venir des réductions qu'on est obligé de faire, de ce qu'il n'y a point eu à Paris des observations faites le jour de l'observation, comme il seroit nécessaire à cause de la variation que fait souvent la hauteur du mercure d'un jour à l'autre, & enfin elle peut venir de la difficulté qu'il y a de rencontrer toujours juste dans des expériences aussi délicates.

Les observations que nous avons rapporté jointes à celles qui ont été faites l'an 1672 par M. Cassini à Notre-Dame de la Garde près de Marseille, & à celles que M. de la Hire fit dix ans après sur le Mont-Clairer près de Toulon, nous ont servi pour trouver une règle, avec laquelle le mercure diminue à différentes hauteurs de l'air sur la surface de la mer, qui s'accorde assez bien aux observations, & qui est facile à retenir.

On suppose qu'au bord de la mer la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vif argent soit de 61 pieds, qui font 10 toises & un pied, à un 60<sup>me</sup> près de l'hypothèse de M. Mariotte, que la hauteur qui convient à la seconde ligne, soit d'un pied plus grande que la première, la troisième un pied plus grande que la seconde, ainsi de suite.

Suivant cette hypothèse depuis la surface de la mer jusqu'à la hauteur de 178 toises, le mercure doit baisser de 15 lignes & deux tiers. L'observation de M. Cassini, qui a été faite à cette hauteur, la donne de 16 lignes & un tiers. A la hauteur de 257 toises l'hypothèse donne la diminution du mercure de 21 lignes  $\frac{1}{3}$ . L'observation de

M. de la Hire la donne de 21 lignes & demi. A la hauteur de 408 toises, suivant le calcul, le mercure doit baisser de 32 lignes & un 6<sup>me</sup>, ce qui s'accorde à l'observation de la Massane. A la hauteur de 648 toises l'hypothèse donne le baïssement du mercure de 46 lignes  $\frac{1}{2}$ , au lieu de 46 lignes & demi que donne l'observation de Bugarach. A la hauteur de 851 toises il y a 57 lignes  $\frac{1}{2}$ , au lieu de 57  $\frac{1}{2}$  qui résulte de l'observation de la Costa.

Par cette regle qui represente toutes les observations faites jusqu'à present à moins d'une ligne près, on pourra sçavoir à quelques toises près par l'observation du Barometre la hauteur d'une montagne, l'élevation des lieux de la terre sur la surface de la mer, quand même ils en seroient fort éloignés, & de combien un lieu est plus élevé que l'autre, jusqu'à la hauteur de près d'une demi-lieuë sur la surface de la mer, qui est la hauteur où se terminent nos observations.

En suivant les mêmes principes, & supposant que la hauteur du mercure au bord de la mer soit de 28 pouces, comme elle est le plus souvent, nous avons calculé quelle seroit la hauteur de l'Atmosphère en cette maniere. Si de la hauteur du mercure qui au bord de la mer est 28 pouces, ou 336 lignes on en prend la moitié qui est 168, & qu'on le multiplie par 337 nombre des lignes de la suspension du mercure augmenté d'une unité, & que le produit soit divisé par 6, le quotient donnera 9436 toises, qui étant ajoutées à 3360 toises dûes à 336 lignes en raison de 10 toises chacune, on aura 12796 toises, qui font 6 lieuës & demi pour la hauteur de l'Atmosphère. Si on calcul de la même maniere la hauteur de la penultième ligne, on trouvera que l'air qui répond à la plus grande hauteur y seroit plus de six fois plus rarefié que n'est l'air qui est au bord de la mer.

Nous ne prétendons point donner pour la hauteur précise de l'Atmosphère celle que nous venons de trouver par le calcul, c'est un essai que nous avons voulu faire pour voir ce qui résulte de nos observations faites à des hau-

teurs beaucoup plus grandes, & en plus grand nombre de toutes celles qu'on avoit auparavant.

Nous connoissons combien il est difficile de conclure au juste de la partie que nous avons mesurée le reste de l'Atmosphère, qui est sans comparaison plus grande, quand même l'air qui est plus élevé seroit de la même constitution que celui qui est proche de la terre. Mais outre ces difficultez, il y en a encore d'autres considérables, qui peuvent venir des variations qui arrivent au Barometre dans un même país, & de la différente variation qui se trouve en différens climats.

Car on a remarqué que la pesanteur de l'air varie considérablement dans les mêmes lieux en différens tems; qu'il est ordinairement plus pesant dans un tems clair & serein, & qu'il est plus léger dans un tems nubileux & chargé de vapeurs; ce qui paroît si opposé au jugement qu'on en fait naturellement, qu'avant ces expériences des Philosophes celebres n'avoient point fait difficulté de supposer le contraire.

Un grand nombre d'expériences faites depuis quelque tems, en Espagne, en Italie, en Angleterre, & comparées à celles que nous avons faites en même tems à l'Observatoire, ont fait connoître que le Barometre y varie dans les mêmes circonstances de tems; & ce qu'il y a de considérable, ces variations arrivent le plus souvent les mêmes jours, principalement celles qui sont promptes & subites. On a trouvé que les variations qui arrivent au Barometre sont plus grandes dans les país Septentrionaux que dans les Meridionaux. On a observé qu'en Suède elles sont la treizième partie de la plus grande hauteur du Barometre; qu'elles y sont plus grandes qu'en France, où elles ne sont que la dix-septième partie; qu'en France elles sont encore beaucoup plus grandes qu'entre les Tropiques & vers l'Equinoxial, où elles n'arrivent point à la cinquantième partie. On a aussi observé que le Barometre situé à une petite hauteur sur la surface de la mer, est toujours resté plus bas dans les observations faites proche

de l'Equinoxial qu'en Europe ; de sorte que si on suppose que la hauteur de l'air sur la surface du mercure soit proportionnée à sa suspension dans le Barometre, la hauteur de l'Atmosphère seroit plus grande vers le pôle Septentrional, que proche de l'Equateur.

Pour tirer des connoissances plus assurées touchant l'étendue de l'air par des expériences faites à des grandes hauteurs, nous n'en sçavons point de plus propre que celles qui seroient faites sur le Canigou, qui est la montagne plus Méridionale des Pirenées, où se terminent les triangles de la Meridienne. Elle est plus haute que les montagnes d'Auvergne, du Languedoc, & des Pirenées que nous avons observées : elle est aussi plus proche du bord de la mer, d'où elle se voit, n'en étant éloignée que de 10 lieues, en sorte qu'on pourroit faire expérience en même tems au bord de la mer & sur la montagne sans avoir besoin de réduction. La hauteur du Canigou au dessus de la surface de la mer mesurée en deux manieres différentes, a été trouvée de 1440 toises, qui font un peu moins de trois quarts de lieue de hauteur perpendiculaire, ce qui suivant l'hypothèse donneroit sept pouces de diminution, qui font la quatrième partie de la plus grande élévation du Barometre. Nous avions déterminé cette hauteur, de même que celle de plusieurs autres montagnes, dans le dessein d'y faire l'expérience du Barometre ; mais nous n'avons pu l'exécuter à cause de la grande quantité de neige qui les couvroit dans le tems de nos observations.

Comme la principale difficulté qu'il y a dans ces expériences consiste à connoître la hauteur des lieux où on les fait, nous avons crû devoir donner ici un Catalogue des principales Montagnes, dont nous avons trouvé la hauteur sur la surface de la mer, afin de donner occasion aux Sçavans qui se trouvent proche de ces Montagnes d'y faire l'expérience du Barometre, & voir si l'hypothèse que l'on propose répond à leurs observations. Il seroit avantageux de faire aussi sur quelques-unes de ces Monta-

gnes des observations pour la refraction des Astres. Les expériences que M. Cassini avoit faites à Marseille, & qui s'accordent avec celles que nous avons faites dernièrement, ayant donné la hauteur de l'air beaucoup plus grande que celle qui résulte des hypothèses qu'il avoit employées à déterminer les refractions Astronomiques, lui donnerent lieu de conjecturer qu'il pourroit y avoir quelque matière fluide répandue dans la partie inférieure de l'air, & peu élevée sur les plus hautes montagnes de la terre, qui fût la cause principale des refractions des Astres. Ces observations faites tant au bord de la mer, que sur les plus hautes montagnes, serviroient à connoître si cette matière réfractive différente de celle de l'air est en effet dans la nature, au lieu que jusqu'à présent il ne la propose que pour une invention commode pour le calcul des refractions.

*Catalogue des principales Montagnes, dont nous avons mesuré la hauteur sur la surface de la mer.*

|                                | Toises. |
|--------------------------------|---------|
| La Massane dans le Roussillon. | 408     |
| Bugarach en Languedoc.         | 648     |

*Montagnes de l'Auvergne.*

|                                                             |      |
|-------------------------------------------------------------|------|
| Le Puy Domme.                                               | 810  |
| La Costa.                                                   | 851  |
| Le Puy de Violent.                                          | 853  |
| Le Cantal.                                                  | 984  |
| Le Mont-d'or, qui est la plus haute montagne de l'Auvergne. | 1030 |
| Le Mont Ventoux dans le Comtat d'Avignon.                   | 1036 |

*Montagnes des Pyrénées.*

|                                                    |      |
|----------------------------------------------------|------|
| La Montagne de S. Barthelemi dans le pais de Foix. | 1185 |
| La Montagne du Mouffet.                            | 1258 |
| Le Canigou.                                        | 1440 |

# DU MOUVEMENT DES EAUX,

*On d'autres liqueurs quelconques de pesanteurs spécifiques à discrétion ; de leurs vitesses, de leurs dépenses par telles ouvertures ou sections qu'on voudra ; de leurs hauteurs au dessus de ces ouvertures, des durées de leurs écoulemens, &c.*

PAR M. VARRIGNON.

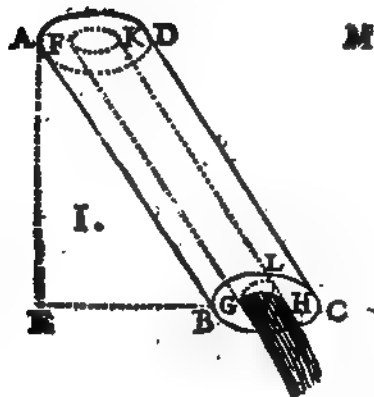
1703.  
14. Nov.

**T**ANT de gens ont écrit sur le Mouvement des Eaux, & on a examiné cette matière par tant d'expériences, qu'ayant eu occasion d'y penser, je ne croyois pas d'abord y pouvoir rien découvrir de nouveau. Mais en l'examinant de plus près, j'en ay trouvé une Règle générale dont les Eaux ne font qu'un cas, duquel même tout ce qu'on nous en a donné jusqu'ici ne sont que des Corollaires très-limités. Pour démontrer cette Règle, soit le Lemme suivant.

## LEMME.

*Trouver les rapports des vitesses des Eaux & d'autres liqueurs de pesanteurs spécifiques différentes, à leurs sorties par des ouvertures horizontales quelconques, au dessus desquelles ces liqueurs soient à telles hauteurs qu'on voudra.*

## SOLUTION.



1. Soient deux Tuyaux quelconques  $ABCD$ ,  $MOPQ$ , d'ouvertures horizontales aussi quelconques  $GH$ ,  $RS$ , par où s'écoulent des liqueurs de pesanteurs spécifiques différentes à discrétion, entretenues toujours à une même hauteur chacune dans chacun de ces Tuyaux inclinés comme l'on voudra, & dont les hauteurs soient  $AE$ ,  $MN$ .

Cela posé, il est manifeste par la doctrine des poids soutenus sur des plans inclinés, que ce que le filet de liqueur  $EG$  (par exemple d'eau) parallèle à  $AB$ , fait d'effort suivant sa longueur, est à sa propre pesanteur ::  $AE$ .  $AB$ . Et ainsi de tout autre filet d'eau  $KH$  parallèle de même à  $AB$ . Donc en supposant l'ouverture  $GH$  horizontale pour les avoir tous de même longueur, l'effort de toute la colonne d'eau  $FGHK$  suivant la longueur parallèle à  $AB$ , sera aussi à sa pesanteur totale & absolue ::  $AE$ .  $AB$ . De sorte qu'en prenant  $f$  pour cet effort, &  $p$  pour toute la pesanteur absolue de cette colonne d'eau, l'on aura  $f.p$  ::  $AE$ .  $AB$ . ou  $f = \frac{p \cdot AE}{AB}$ .



FIG. II. Par un raisonnement tout semblable, si dans le tuyau  $MOPQ$  plein de telle autre liqueur qu'on voudra, l'on en imagine aussi une colonne  $VRST$  parallele au côté  $MO$  de ce tuyau, laquelle s'écoule par une ouverture quelconque horizontale  $RS$ , qui en soit la base; si de plus on appelle  $\phi$  son effort suivant sa longueur, &  $\pi$  sa pesanteur absolue: on trouvera aussi  $\phi = \frac{\pi \times MN}{MO}$ .

FIG. I. Mais si l'on prend  $m$  &  $\mu$  pour les masses de ce qui s'écoule de ces liqueurs pendant les tems  $t$ ,  $\theta$ , par les ouvertures  $GH$ ,  $RS$ , avec des vitesses  $u$ ,  $v$ , suivant le fil des tuyaux  $ABCD$ ,  $MOPQ$ , lesquelles vitesses soient uniformes de part & d'autre, chacune de ces colonnes de liqueurs étant supposée entretenue toujours à même hauteur; & par conséquent  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu}$ , (différentielles marquées à la manière de M. Newton, les lettres  $d$  &  $\delta$  devant exprimer dans la suite les densités des liqueurs contenues dans les tuyaux  $ABCD$  &  $MOPQ$ ) pour ce qui s'en écoule avec de telles vitesses pendant le même instant par ces ouvertures: les forces motrices ou expultrices  $f$ ,  $\phi$ , de ces masses  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu}$ , étant comme les quantités de mouvement qu'elles leur impriment, c'est-à-dire, comme les produits de ces mêmes masses de liqueurs, multipliées par leurs vitesses, l'on aura  $\dot{m} \times u :: f \times \phi :: \frac{p \times AE}{AB} \times \frac{\pi \times MN}{MO} :: MO \times AE \times p \times AB \times MN \times \pi$ . Ce qui donnera  $\dot{m} \times \mu :: MO \times AE \times p \times AB \times MN \times \pi$ .

Or les masses de liqueurs  $\dot{m}$ ,  $\dot{\mu}$ , écoulées pendant le même instant par les ouvertures  $GH$ ,  $RS$ , étant aussi comme les produits de leurs densités  $d$ ,  $\delta$ , par leurs volumes; & leurs volumes étant de plus comme les produits de leurs vitesses  $u$ ,  $v$ , multipliées par les bases  $GL$ ,  $RY$ , perpendiculaires au fil de ces vitesses, ou des colonnes  $FGHK$ ,  $VRST$ : l'on aura aussi  $\dot{m} \times \mu :: GL \times u \times d \times RY \times v \times \delta$ . Donc  $GL \times u \times d \times RY \times v \times \delta :: MO \times AE \times p \times AB \times MN \times \pi$ , ou  $AB \times GL \times MN \times \pi \times u \times d = MO \times RY \times AE \times p \times v \times \delta$ . Et par conséquent  $AB \times GL \times MO \times RY :: AE \times p \times v \times \delta \times MN \times \pi \times u \times d$ .

Soit

Soit présentement le volume de liquide  $VZXT$  (retranché de  $VRST$  par une coupe horizontale  $ZX$ ) égal au volume  $FGHK$ ; &  $\pi$ , la pesanteur absolue de ce même volume  $VZXT$ . On aura aussi  $AB \times GL$  ( $AE \times GH$ ).  $MO \times RY$  ( $MN \times RS$ ) ::  $FGHK$ .  $VRST$  (*hyp.*) ::  $VZXT$ .  $VRST$  ::  $\pi \cdot u$ . Donc  $\pi \cdot u$  ::  $AE \times p \cdot u \cdot d$ .  $MN \times \pi \cdot u \cdot d$ . Et par conséquent  $MN \times \pi \cdot u \cdot d = AE \times p \cdot u \cdot d$ . Donc enfin  $u \cdot u \cdot u$  ::  $AE \times p \cdot d$ .  $MN \times \pi \cdot d$ . Ou  $u \cdot u$  ::  $\sqrt{AE \times p \cdot d}$ .  $\sqrt{MN \times \pi \cdot d}$  ::  $\sqrt{\frac{AE \times p}{d}}$ .  $\sqrt{\frac{MN \times \pi}{d}}$ . D'où l'on voit en général qu'en prenant à l'ordinaire les pesanteurs  $p$  &  $\pi$  (*hyp.*) absolues des volumes égaux  $FGHK$  &  $VZXT$ , pour les pesanteurs spécifiques de ces liqueurs, leurs vitesses à leurs sorties par les ouvertures  $GH$  &  $RS$ , doivent toujours être comme les Racines des produits faits de leurs hauteurs par leurs pesanteurs spécifiques directement prises, & par leurs densités réciproques; ou (ce qui revient au même) comme les Racines des quotiens résultans de leurs hauteurs multipliées par leurs pesanteurs spécifiques, & divisées par leurs densités. *Ce qu'il falloit trouver.*

## AUTRE SOLUTION.

II. Soient cinq Tuyaux . . . . .  $A, B, C, D, E$ .  
remplis de liqueurs . . . . .  $H, H, H, G, G$ .  
dont les Pesanteurs spécifiques soient . .  $p, p, p, \pi, \pi$ .  
Leurs hauteurs au dessus des }  
ouvertures de ces tuyaux. } . . . . .  $h, h, \lambda, \lambda, \lambda$ .  
Soient ces ouvertures ou bases }  
horizontales . . . . . } . . . . .  $b, b, b, b, \beta$ .  
Les sinus d'inclinaison des tuyaux sur }  
ces bases . . . . . } . . . . .  $s, s, s, s, s$ .  
Les forces expultrices des liqueurs }  
par ces ouvertures . . . . . } . . . . .  $f, l, \pi, q, r$ .  
Soit prise enfin l'unité pour le sinus total,

Ces noms supposés , l'on aura

$$\left\{ \begin{array}{lll} f. l :: s. \sigma. \\ l. n :: h. \lambda. \\ n. q :: p. \pi. \\ q. \varphi :: b. \beta. \end{array} \right.$$

Donc (en multipliant par ordre)  $f. \varphi :: b p h s. \beta \pi \lambda \sigma.$

Voilà quelles sont les forces qui obligent les liqueurs quelconques  $H$  &  $G$ , dont on suppose que les tuyaux  $A$  &  $E$  sont remplis, d'en sortir par les ouvertures horizontales  $b$  &  $\beta$ . Voici présentement qu'elles sont les effets de ces forces mouvantes, c'est-à-dire, les quantités de mouvement que ces forces produisent dans ce qu'elles font sortir de ces liqueurs à chaque instant (en prenant ces instans égaux) quelque variété de vitesses qui s'y trouve; ou en tems égaux quelconques, si ces vitesses sont uniformes, comme lorsque ces liqueurs se trouvent toujours à même hauteur chacune dans le tuyau d'où elle s'écoule, quelques différentes que soient ces hauteurs entr'elles.

On trouvera ces quantités de mouvement, si dans le tuyau  $ABCD$  (*Fig. 1.*) pris pour celui qu'on voudra des tuyaux  $A$  &  $E$ , l'on considère que la base horizontale  $GH$  de la colonne de liqueur  $FGHK$  qu'il contient, est à la base perpendiculaire  $GL$ , comme  $AB$  est à  $AE$ , c'est-à-dire, comme le sinus total est au sinus d'inclinaison de ce tuyau sur l'horizon. Car suivant les noms précédens, & ceux que voici de plus,

|                                                                                                   |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Tuyaux . . . . .                                                                                  | $A, E.$       |
| Liqueurs dont ces tuyaux sont remplis . . . . .                                                   | $H, G.$       |
| Pesanteurs spécifiques de ces liqueurs . . . . .                                                  | $p, \pi.$     |
| Leurs densités . . . . .                                                                          | $d, \delta.$  |
| Leurs hauteurs par dessus les ouvertures }<br>ou bases horizontales $b, \beta$ , de ces tuyaux. } | $b, \lambda.$ |
| Leurs vitesses par ces ouvertures . . . . .                                                       | $u, v.$       |

Ces noms, dis-je, supposés avec les premiers de cette Solution, l'Analogie précédente donnera  $bs, \beta s$ , pour les bases perpendiculaires des colonnes de liqueurs, qui paralleles aux tuyaux  $A, E$ , qui les contiennent, ont pour

bases horizontales les ouvertures  $b, \beta$ , de ces tuyaux. Ainsi les cylindres de liqueurs, qui sortent par ces ouvertures dans des instans égaux, si les vîtesses en sont variées; ou dans des tems égaux quelconques, si elles sont uniformes; ayant leurs longueurs comme les vîtesses  $u, v$ , avec lesquelles on les suppose sortir pendant ces tems: si l'on multiplie ces vîtesses par ces bases perpendiculaires, l'on aura  $u b s, v \beta s$ , pour les volumes de ces cylindres de liqueurs. Par conséquent en multipliant ces volumes par les densités  $d, \delta$ , de ces liqueurs, l'on aura  $u b s d, v \beta s \delta$ , pour les masses de ces mêmes cylindres, c'est à-dire, pour les masses de ce que les forces précédentes  $f, \phi$ , font sortir de ces liqueurs pendant des instans ou des tems égaux. Donc en multipliant ces masses par leurs vîtesses, l'on aura  $u u b s d, v v \beta s \delta$ , pour les quantités de mouvement que produisent ces forces dans ce qu'elles font sortir de liqueurs des tuyaux  $A, E$ , pendant des instans ou des tems égaux par les ouvertures horizontales  $b, \beta$ , de ces tuyaux. Donc les effets étant toujours proportionnels aux causes, l'on aura ici  $f, \phi :: u u b s d, v v \beta s \delta$ .

Mais cy dessus l'on avoit aussi  $f, \phi :: b p h s, \beta \pi \lambda s$ . Donc enfin l'on aura  $u u b s d, v v \beta s \delta :: b p h s, \beta \pi \lambda s$ . Ou (en divisant les antécédens par  $b s d$ , & les conséquens par  $\beta s \delta$ )  $u u, v v :: \frac{p h}{d}, \frac{\pi \lambda}{\delta}$ . Donc aussi  $u, v :: \sqrt{\frac{p h}{d}}, \sqrt{\frac{\pi \lambda}{\delta}} :: \sqrt{p h s}, \sqrt{\pi \lambda s}$ . comme dans la première Solution cy-dessus art. 1. *Ce qui est encore ce qu'il falloit trouver.*

### COROLLAIRES.

III. De ce rapport général des vîtesses des liqueurs à leurs sorties des vases ou tuyaux d'où elles s'écoulent par des ouvertures quelconques horizontales, quelles que soient les inclinaisons de ces tuyaux, &c. il suit,

1<sup>o</sup>, Que si les densités des liqueurs sont égales, c'est-à-dire, si leurs masses sont comme leurs volumes, leurs vîtesses à leurs sorties, doivent être comme les Racines des

H h ij

produits faits de leurs hauteurs par leurs pèsanteurs spécifiques.

2°. Que lorsque leurs pèsanteurs spécifiques sont égales, leurs vîteses à leurs sorties, doivent être comme les Racines des quotiens résultans des hauteurs de ces liqueurs, divisées par leurs densités.

3°. Que lorsque les hauteurs sont égales, ces mêmes vîteses doivent être aussi comme les Racines des quotiens résultans des pèsanteurs spécifiques divisées par les densités.

4°. Que lorsque les hauteurs & les pèsanteurs spécifiques sont égales de part & d'autre, ou en raison réciproque les unes des autres, les vîteses sont en raison réciproque des Racines des densités.

5°. Que lorsque les hauteurs & les densités sont égales, ou en même raison de part & d'autre, les vîteses sont comme les Racines des pèsanteurs spécifiques.

6°. Enfin que si les pèsanteurs spécifiques & les densités sont égales, ou en même raison de part & d'autre, c'est à dire, si les masses sont comme leurs pèsanteurs absolus, les vîteses seront comme les Racines des hauteurs.

#### S C H O L I E.

IV. C'est présentement au Physicien à examiner laquelle de ces hypothèses, & d'une infinité d'autres qu'on pourroit faire encore sur l'inégalité de tous ces rapports, est la plus vrai-semblable, n'étant pas possible d'en démontrer aucune. J'ay balancé d'abord entre la première & la sixième, & je préféreray ensuite la première suivant laquelle je trouvay la Règle qu'on voit lui convenir dans le premier de ces six Corollaires. Mais qu'on adopte celle qu'on voudra de toutes ces hypothèses: quelle qu'elle soit, il est visible que la précédente Règle générale des art. 1. & 2. donnera toujours le rapport des vîteses qui en doivent résulter aux liqueurs à leurs sorties, cette Règle convenant également à toutes.

V. Il est à remarquer que suivant les Corol. 1. 2. & 6. de l'art. 3. *Les vitesses d'une même liqueur , par exemple de l'eau , à sa sortie des Réservoirs & des Tuyaux de conduite , sont toujours comme les Racines de ses hauteurs au dessus des ouvertures ( horizontales ) par où elle sort.* Ce qui est une opinion communément reçûe : On prend même d'ordinaire cette proposition pour le premier principe de la science du Mouvement & de la Mesure des Eaux Courantes ou Jalissantes. Cependant je ne sçais personne qui l'eût démontré avant 1695. que j'en donnay une démonstration particulière à l'Académie , telle qu'elle paroît dans son Histoire Latine , Edit. 1. pag. 362. & Edit. 2. pag. 392.

VI. Il est vrai que la vérité de cette proportion est confirmée par une infinité d'expériences faites par *Majottus* , *Castelli* , *Toricelli* , *Borelli* , *Guillemini* , & sur tout par M. *Mariotte* , lesquelles en approchent de tous côtés. Mais faute d'en avoir trouvé la raison , tous ceux ( du moins que je sçache ) qui en ont traité jusqu'ici , ont été obligés de la supposer seulement comme un Principe d'expérience : Ils ne l'ont crûe , dis-je , que sur des expériences approchantes , & qui d'ailleurs fondées sur le seul rapport des sens , ne sçauroient jamais être assez exactes pour pouvoir sûrement établir aucune précision rigoureuse & Geometrique ; outre qu'il en faudroit une infinité pour la pouvoir établir en général. En fait de vérités exactes & précises , telle qu'est celle du précédent rapport des vitesses des liqueurs à leurs sorties , l'expérience ne peut tout au plus que les faire conjecturer à force d'en approcher ; mais elle ne sçauroit jamais les établir jusqu'à les mettre tout à fait hors de doute : il n'y a que la Raison seule qui y puisse atteindre ; & c'est ce qu'on appelle *Démonstration*.

VII. C'est sans doute pour cela que *Toricelli* , quelque persuadé qu'il fût que les vitesses des Eaux à leurs sorties , sont toujours comme les Racines de leurs hauteurs par dessus les ouvertures ( horizontales ) qui leur donnent issue : Quelque persuadé , dis-je , qu'il fût de cette vérité ,

pour en avoir fait, lui-même, l'expérience après plusieurs autres; cependant comme ce n'étoient des expériences, ou que des raisonnemens fondés sur des expériences, il ne laissoit pas d'aprehender qu'il ne se trouvât encore des gens, à qui elles ne parussent pas assez convaincantes pour l'établissement d'une telle vérité. Aussi se contenta-t-il de la mettre en supposition, laissant à en juger par les conséquences qu'il en tire : *Cæterum* (dit-il dans ce qu'il a ajouté *De motu Aquarum* à la fin de son *Traité De motu projectorum*, Liv. 2. pag. 192. & 193.) *Si quis prædictis rationibus non acquiescat, videat an inter sequentes Propositiones ullam probet; quod si ita erit, facile per resolutionem ex approbata propositione primam suppositionem demonstrabimus; sin minus, totam hanc Appendicem de motu Aquarum vel saltem prætermittat, vel funditis à libello evellat, quod equidem libentissimè concedo, et si factum experimentum omni diligentia magnam partem sequentium propositionum exactissimè confirmavit.*

VIII. Ce n'est pas que la raison de cette supposition de Toricelli & des autres (sçavoir que les vitesses de l'eau à sa sortie des Réservoirs ou des Tuyaux de conduite, sont toujours comme les Racines de ses hauteurs ou dessus des ouvertures horizontales par où elle sort) fût fort cachée : mais on en étoit détourné par la ressemblance que ces vitesses ont avec celles qui résulteroient des chûtes accélérées de l'eau depuis la surface jusqu'aux ouvertures par où elle sort; car les ayant regardées comme l'effet d'une telle accélération, on s'est trouvé naturellement porté à en chercher la raison par cette voye. Je l'ay suivie aussi pendant quelque tems; mais n'y trouvant rien non-plus, il me vint en pensée que cette voye, quelque naturelle qu'elle paroisse, pourroit bien cependant n'être pas celle de la nature. Ce fût ce qui me porta à examiner encore de plus près ce qui se passe dans un Tuyau lorsque l'eau s'en écoule; & il me parut que l'eau y étant contiguë dans toute sa longueur, celle d'en haut descendoit aussi vite que celle d'en bas; & que par conséquent il n'y avoit aucune accélération dans tout ce Tuyau.

IX. Cette uniformité de vitesse de l'eau ainsi recon-  
nuë à sa sortie d'un tuyau où elle seroit entretenue à mê-  
me hauteur, je cherchay la raison du Principe en ques-  
tion, dans celle des mouvemens uniformes, & j'en trou-  
vay la Démonstration toute faite dans le Corol. 21. de la  
Règle générale que j'ay donné pour ces sortes de mou-  
vemens dans le Memoire de l'Acad. du 31. Decemb. 1692.

Car en supposant le Tuyau  $A E F B$  rempli  
d'abord jusqu'en  $A B$ , & ensuite jusqu'en  
 $C D$  seulement de quelque liqueur que ce  
soit, par exemple d'eau, qui (entretenuë  
à chacune de ces hauteurs, l'une après  
l'autre) s'écoule par le trou horizontal  $G$  :  
il est visible que les efforts des colonnes  
d'eau  $A F, C F$ , sur ce que leurs pesanteurs  
en font sortir par le trou  $G$ , seront ici com-  
me ces mêmes pesanteurs absolues ; & par  
conséquent aussi comme leurs hauteurs  
 $A E, C E$ . Ainsi en prenant  $f, \phi$ , pour ces  
efforts, l'on aura  $f. \phi :: A E. C E$ . De plus  
ce qu'il sort d'eau en tems égaux par le  
trou  $G$ , étant comme sa vitesse en sortant,  
si l'on prend encore  $m, \mu$ , pour ces quan-  
tités ou masses d'eau ; &  $u, v$ , pour leurs  
vitesses en sortant ; l'on aura aussi  $m. \mu ::$

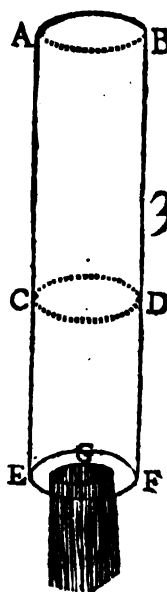


FIG. III.

$u. v$ . Or en ce cas de masses comme leurs vitesses, le Co-  
rol. 21. de la Règle des mouvemens uniformes, dont on  
vient de parler, donnera  $f. \phi :: u u. v v$ . Donc alors on  
doit aussi avoir  $A E. C E :: u u. v v$ . Et par conséquent  $u. v ::$   
 $\sqrt{A E. C E}$ . Ce qu'il falloit démontrer.

X. On auroit aussi pû trouver la même chose par le  
Corol. 19. de la même Règle. Car puisque ce cas-ci donne  
 $m. \mu :: u. v$ . l'on aura  $m u. \mu v :: u u. v v$ . Mais on a aussi  
 $f. \phi :: A E. C E$ . Et le Corol. 19. de cette Règle, donne en  
général  $f. \phi :: m u. \mu v$ . Donc en ce cas-ci l'on aura  $u u. v v ::$   
 $f. \phi :: A E. C E$ . Et par conséquent encore  $u. v :: \sqrt{A E. C E}$ .



XI. Mais sans recourir à cette Règle générale des mouvemens uniformes, on sçait assez que les causes sont toujours proportionnelles à leurs effets; & que par conséquent les quantités de mouvement sont toujours proportionnelles aux forces mouvantes qui les produisent. Or en supposant encore le Tuyau  $AEFB$  (*Fig. 3*) rempli d'abord jusqu'en  $AB$ , & ensuite jusqu'en  $CD$  seulement, de quelque liqueur que ce soit, par exemple d'eau, qui (entretenue à chacune de ses hauteurs, l'une après l'autre) s'écoule par le trou horizontal  $G$ ; les forces mouvantes seront ici les poids des colonnes  $AF$ ,  $CF$ ; & les quantités de mouvement causées par leurs pressions, seront comme les masses d'eau qu'elles feront sortir en tems égaux, multipliées chacune par sa vitesse: c'est-à-dire, en raison composée de celle de ces masses, & de celle de leurs vitesses à leur sortie. Ainsi les masses des corps étant toujours égales aux produits de leurs volumes par leurs densités, & les densités étant ici (*hyp.*) égales; les poids des colonnes d'eau  $AF$ ,  $CF$ , c'est à-dire, ces colonnes elles-mêmes, sont en raison composée de celle des volumes d'eau qu'elles font sortir en tems égaux par le trou  $G$ , & de celle des vitesses de ces mêmes volumes. Or puisque ces raisons composantes sont égales, à cause que ces volumes d'eau sont entr'eux comme les vitesses avec lesquelles ils sortent par le trou  $G$  du tuyau  $AF$ , la composée sera comme le quarré de chacune. Donc les colonnes d'eau  $AF$ ,  $CF$ , ou (ce qui revient au même) leurs hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , seront entr'elles comme les quarrés ou de ces masses, ou de leurs vitesses. Par conséquent ces masses, ou ces vitesses, ou plutôt les unes & les autres seront entr'elles comme les Racines des hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , de la surface de l'eau par dessus l'ouverture horizontale qui la laisse échaper. Ce qui est le Principe qu'il falloit démontrer: Telle est aussi à peu près la manière dont je le démontray à l'Academie le 29. Avril de 1695.

XII. Par un raisonnement tout semblable, si l'on imagine le Tuyau  $AEFB$  (*Fig. 3.*) rempli d'abord d'une liqueur quelconque

conque jusqu'en  $AB$ , laquelle (entretenuë à cette hauteur) s'écoule par le trou horizontal  $G$ ; & ensuite rempli seulement jusqu'en  $CD$  d'une autre liqueur telle encore qu'on voudra, laquelle (pareillement entretenue à cette hauteur) s'écoule aussi par le trou  $G$ : on trouvera de même que le produit des masses de ce qu'il sort de ces liqueurs en tems égaux, multipliées par leurs vîteses à leur sortie, seront comme les poids de leurs colonnes expultrices  $AF$ ,  $CF$ , c'est-à-dire, comme les produits des hauteurs  $AE$ ,  $CE$ , de ces colonnes, multipliées par leurs pesanteurs spécifiques. Or ces masses de liqueurs étant ici comme les produits de leurs densités par leurs vîteses à leur sortie, si l'on multiplie ces produits par ces mêmes vîteses, il en résultera d'autres produits faits des densités de ces liqueurs par les quarrés de ces vîteses, lesquels seront entr'eux comme les produits faits de ces masses par ces mêmes vîteses. Donc les produits des densités de ces liqueurs par les quarrés de leurs vîteses à leur sortie, seront ici comme les produits de leurs hauteurs par leurs pesanteurs spécifiques. Donc aussi en divisant les deux premiers & ensuite les deux derniers termes de cette Analogie par les densités correspondantes, les quarrés des vîteses se trouveront comme les quotiens résultans des hauteurs de ces liqueurs, multipliées par leurs pesanteurs spécifiques, & divisées par leurs densités. Par conséquent ces vîteses, elles-mêmes, seront comme les Racines quarrées de ces quotiens: c'est-à-dire aussi comme les Racines quarrées des produits faits des pesanteurs spécifiques de ces liqueurs directement prises, multipliées par leurs hauteurs prises de même, & par leurs densités réciproquement prises; ainsi qu'il a déjà été démontré cy-dessus art. 1. & 2.

Il suit encore de ceci que lorsque ces liqueurs seront les mêmes, c'est-à-dire, de même densité, & de même pesanteur spécifique, leurs vîteses à leur sortie, seront comme les Racines de leurs hauteurs, ainsi que dans le nomb. 6. de l'art. 3.

*Avertissement.*

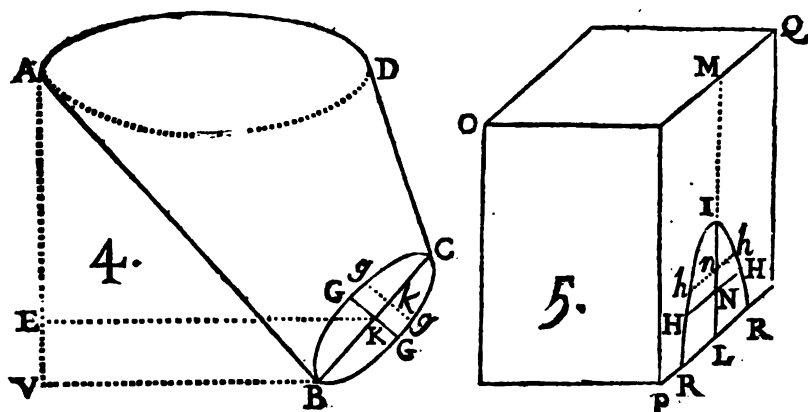
XIII. Jusqu'ici il ne s'est agi que d'ouvertures horizontales : dans la suite elles seront situées à discrétion, & telles qu'on voudra encore. Il est aussi à remarquer que dans tout ceci on ne compare que des liqueurs également coulantes ; & qu'ainsi pour les comparer toutes indifféremment, il faudra rabattre de leurs pesanteurs spécifiques ce que leurs viscosités & les frottemens y pourroient apporter d'obstacle dans les unes plus que dans les autres. Cela posé, voici le Problème fondamental de tout ceci.

## P R O B L È M E.

*Trouver une Règle du mouvement des Eaux ou d'autres Liqueurs quelconques, laquelle comprenne tout à la fois leurs Pesanteurs spécifiques, les Ouvertures ou sections par où elles s'écoulent, leurs Hauteurs par dessus ces ouvertures, les Tems ou les durées de leurs écoulemens, leurs Dépenses ou ce qui s'en écoule pendant ces tems, &c. soit qu'on prenne ces Dépenses de liqueurs pour les Masses de ce qui s'en écoule pendant ces mêmes tems, soit qu'on les prenne pour les Volumes de ces masses, soit enfin qu'on les prenne pour les Pesanteurs absolues de ces mêmes masses.*

## S O L U T I O N.

- FIG. IV. XIV. Soient deux Canaux ou vases  $ABCD$ ,  $MOPQ$ ,  
 V. remplis encore de liqueurs de pesanteurs spécifiques à discrétion, lesquelles y soient aussi toujours entretenues à mêmes hauteurs  $AV$ ,  $ML$ , pendant qu'elles s'écoulent par des Ouvertures planes quelconques  $BGCGB$ ,  $RHHHR$ , posées comme l'on voudra, & dont les diamètres ou axes soient les sections  $BC$ ,  $LI$ , de ces ouvertures avec des plans qui passent par les verticales  $AV$ ,  $ML$ . Soient de plus deux ordonnées horizontales indéfiniment proches (l'une de l'autre)  $GG$ ,  $gg$ , à l'ouverture  $BGCGB$  ; de même que  $HH$ ,  $hh$ , à l'ouverture  $RHHHR$ .



I°. Cela fait, il est visible que si après avoir mené  $KE$  (du point  $K$  où  $GG$  rencontre  $BC$ ) parallèle à l'horizontale  $BV$ , l'on prend  $AE$  pour la hauteur de la liqueur par dessus l'horizontale  $GG$ , la différence de cette hauteur à celle de cette même liqueur par dessus  $gg$ , indéfiniment proche (*hyp.*) de  $GG$ , étant nulle par rapport à  $AE$ ; cette même hauteur  $AE$  peut être prise pour celle de cette même liqueur par dessus tout le Quadrilatère  $GggG$  ( $GG * Kk$ ), comme s'il étoit effectivement horizontal en  $K$  ou en  $E$ .

On trouvera de même que l'ouverture indéfiniment petite  $HhbH$  ( $HH * Nn$ ) peut être prise pour horizontale en  $N$ , en prenant  $MN$  pour la hauteur de la liqueur par dessus cette ouverture. Donc en prenant encore  $p, \tau$ , pour les pesanteurs spécifiques des liqueurs contenues dans les Canaux ou vases  $ABCD, MOPQ$ , &  $d, s$ , pour leurs densités, les vitesses des liqueurs à ces ouvertures  $GggG, HhbH$ , seront encore (*art. 1. 2. & 12.*) ::  $\sqrt{AE * p s} . \sqrt{MN * \tau d}$ . Donc aussi en prenant  $\sqrt{AE * p s}$  pour la première de ces vitesses, l'on aura de même  $\sqrt{MN * \tau d}$  pour la seconde.

Oren prenant ainsi  $\sqrt{AE * p s}$ , &  $\sqrt{MN * \tau d}$ , pour les vitesses de ce qu'il sort de liqueurs par les ouvertures  $GggG$  &  $HhbH$ , il est visible que les masses de ce qu'il

en sortira avec de telles vîteses en tems égaux par ces ouvertures séparément prises, seront comme les produits de ces vîteses multipliées par ces ouvertures, par les sinus  $s$ ,  $e$ , d'inclinaison de ces mêmes ouvertures avec le fil des liqueurs qui y passent, & par les densités  $d$ ,  $\delta$ , de ces mêmes liqueurs; c'est-à-dire::  $GG \times Kk \times s d \times \sqrt{AE \times p d}$ .  
 $HH \times Nn \times e \delta \times \sqrt{MN \times \pi d}$ ::  $GG \times Kk \times s \sqrt{AE \times p d d}$ .  
 $HH \times Nn \times e \sqrt{MN \times \pi d d}$ ::  $GG \times Kk \times s \sqrt{AE \times p d}$ .  
 $HH \times Nn \times e \sqrt{MN \times \pi d}$ ::  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ .  
 $HH \times Nn \times t e \sqrt{MN \times \pi d}$ .

Il est visible aussi qu'en prenant  $t$  pour ce tems, &  $\theta$  pour un autre tems quelconque de même genre: Par exemple,  $t$  &  $\theta$  pour deux tems finis; ce qu'il sortira de liqueur par l'ouverture  $HbbH$  pendant le tems  $t$ ; fera à ce qu'il en sortira de même par cette même ouverture pendant le tems  $\theta$ ::  $HH \times Nn \times t e \sqrt{MN \times \pi d}$ .  $HH \times Nn \times \theta e \sqrt{MN \times \pi d}$ . Donc la masse de ce qu'il sortira de l'autre liqueur pendant le tems  $t$  par l'ouverture  $GggG$  ( $GG \times Kk$ ), fera à la masse de ce qu'il sortira de celle-ci pendant le tems  $\theta$  par l'ouverture  $HbbH$  ( $HH \times Nn$ )::  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ .  $HH \times Nn \times \theta e \sqrt{MN \times \pi d}$ . De sorte qu'en prenant  $GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$  pour la masse de ce qu'il sortira de la première de ces liqueurs par l'ouverture  $GggG$  pendant le tems  $t$ , l'on aura aussi  $HH \times Nn \times \theta e \sqrt{MN \times \pi d}$  pour la masse de ce qu'il sortira de la seconde par l'ouverture  $HbbH$  pendant le tems  $\theta$ .

Donc en appellant  $m$  la première de ces masses de liqueurs, &  $\mu$  la seconde; l'on aura  $m = GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ , &  $\mu = HH \times Nn \times \theta e \sqrt{MN \times \pi d}$ . Donc aussi, en intégrant, l'on aura  $m = \int GG \times Kk \times t s \sqrt{AE \times p d}$ , &  $\mu = \int HH \times Nn \times \theta e \sqrt{MN \times \pi d}$ , dans lesquelles égalités  $m$  &  $\mu$  exprimeront les masses de liqueurs qui sortent pendant les tems  $t$  &  $\theta$  par les ouvertures entières

BGCGB, & RHIHR. Par conséquent  $\frac{\sqrt{GG \times Kk \times \sqrt{AE} \times p d}}{m}$

$$= \frac{\sqrt{HH \times Nn \times \sqrt{MN} \times \pi d}}{m}, \text{ ou } \frac{11 \sqrt{p d}}{m} \times \sqrt{GG \times Kk \times \sqrt{AE}}$$

$$= \frac{11 \sqrt{\pi d}}{\mu} \times \sqrt{HH \times Nn \times \sqrt{MN}}, \text{ à cause que } t, \theta, s, \sigma,$$

$p, \pi, d, s, m, \mu$ , sont (*hyp.*) des grandeurs constantes.

Ce qui sera la Règle requise dans la supposition où l'on prendroit les masses de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant les tems  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces tems.

*C'est aussi la première qu'il falloit trouver.*

2°. Mais si pour s'accommoder à la manière ordinaire de mesurer les liqueurs par volumes, comme l'on fait l'eau, le vin, &c. on prend ceux de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les tems  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces mêmes tems; il n'y a qu'à considérer que chaque masse ou quantité de matière quelconque est toujours égale au produit de sa densité par son volume, c'est-à-dire, par l'espace qui la comprend. Car en appellant  $e, e$ , ces espaces ou volumes, l'on aura  $m = e d$ , &  $\mu = e d$ : de sorte qu'en substituant ces valeurs de  $m$ , &  $\mu$ , en leurs places dans la Règle précédente, elle se changera en  $\frac{11 \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \sqrt{GG \times Kk \times \sqrt{AE}} = \frac{11 \sqrt{p \pi}}{e \sqrt{d}} \times$

$\sqrt{HH \times Nn \times \sqrt{MN}}$ . Ce qui sera la Règle requise dans la supposition où l'on prend les volumes de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant les tems  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces tems. *C'est aussi la seconde qu'il falloit trouver.*

3°. Si pour s'accommoder encore à une autre manière de mesurer les liqueurs, qui est aussi en usage, savoir en les pesant, comme on fait l'huile, le vis-argent, &c. on prend les pèsanteurs absolües de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les tems  $t$  &  $\theta$ , pour leurs dépenses pendant ces mêmes tems; il n'y a qu'à considérer aussi que la pèsanteur absolüe de quelque

corps que ce soit, est toujours égale au produit de sa pesanteur spécifique par son volume. Car en appelant encore  $e, e$ , les volumes de ce qu'il s'écoule des liqueurs en question pendant les tems  $t, t$ ; leurs pesanteurs spécifiques  $p, \pi$ ; & leurs pesanteurs absolues (qu'on appelle communément leurs *poids* ou leurs *gravités*)  $g, \gamma$ ; l'on aura  $g = ep$ , &  $\gamma = e\pi$ , ou  $e = \frac{g}{p}$ , &  $e = \frac{\gamma}{\pi}$ . Donc en substituant ces valeurs de  $e, e$ , dans la précédente Règle du nomb. 2. elle se changera aussi en  $\frac{t^2 p \pi}{g \gamma d} \times \sqrt{GG \times Kk \times \sqrt{AE}}$   
 $= \frac{t^2 \pi \nu \pi}{\gamma \nu d} \times \sqrt{HH \times Nn \times \sqrt{MN}}$ . Ce qui sera enfin la Règle requise dans la supposition où l'on prend les pesanteurs absolues de ce qu'il s'écoule de liqueurs pendant les tems  $t$  &  $t$ , pour leurs dépenses pendant ces tems. *C'est aussi la troisième & la dernière qu'il falloit trouver.*

XV. Suivant ces trois parties de la Solution du précédent art. 14. en supposant toujours les Fig. 4. & 5. avec les noms que voici:

|                                                                               |   |                         |
|-------------------------------------------------------------------------------|---|-------------------------|
| Ouvertures par où les liqueurs s'écoulent.                                    | } | . . . BG CGB, RHIHR.    |
| Sinus d'inclinaison du fil de ces liqueurs avec ces ouvertures.               |   |                         |
| Tems ou durées de ces écoulemens.                                             | } | . . . $t,$ . . . $t.$   |
| Masses de ce qu'il s'en écoule pendant ces tems.                              |   |                         |
| Volumes de ces masses, ou les espaces qui les comprennent.                    | } | . . . $m,$ . . . $\mu.$ |
| Leurs pesanteurs absolues ou leurs gravités.                                  |   |                         |
| Leurs pesanteurs spécifiques, ou pesanteurs de ces liqueurs en volumes égaux. | } | . . . $p,$ . . . $\pi.$ |
| Leurs densités, ou ce que ces liqueurs ont de matière en volumes égaux.       |   |                         |
| L'on aura pour la solution du Problème précédent les trois Règles suivantes.  |   |                         |

## RÈGLES GÉNÉRALES

*Du Mouvement & de la Mesure des Eaux, ou d'autres liqueurs quelconques de pesanteurs spécifiques à discrétion, &c.*

$$1^{\circ}. \frac{11 \sqrt{p} d}{m} \times \int GG \times Kk \times \sqrt{AE} = \frac{10 \sqrt{\pi} d}{\mu} \times \int HH \times Nn \times \sqrt{MN}.$$

$$2^{\circ}. \frac{11 \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \int GG \times Kk \times \sqrt{AE} = \frac{10 \sqrt{\pi}}{e \sqrt{d}} \times \int HH \times Nn \times \sqrt{MN}.$$

$$3^{\circ}. \frac{11 \sqrt{p}}{e \sqrt{d}} \times \int GG \times Kk \times \sqrt{AE} = \frac{10 \sqrt{\pi}}{e \sqrt{d}} \times \int HH \times Nn \times \sqrt{MN}.$$

Il est ici à remarquer que la masse de chaque corps (quelconque) étant égale au produit de sa densité par son volume, & sa pesanteur absolue égale aussi au produit de sa pesanteur spécifique par son même volume ; la masse de quelque corps que ce soit, doit toujours être à sa densité, comme sa pesanteur absolue à sa pesanteur spécifique. Ainsi suivant les noms précédens, on doit avoir par tout ici  $m. d :: g. p. \& \mu. d :: \gamma. \pi$ . Ce qui servira à chasser des Règles précédentes les semblables qu'on voudra de ces huit grandeurs, en leur substituant dans ces Règles les deux valeurs que ces deux Analogies en donneront.

## COROLLAIRE I.

XVI. Pour tirer présentement de ces Règles tout ce que l'on en a donné jusqu'ici par rapport à cette matière, & même plusieurs autres auxquelles il ne paroît pas que l'on ait encore pensé ; il est aussi à remarquer que de tous les filers d'eau horizontaux de chaque ouverture ou section de Rivière, de Canal, ou de Vase, tels que sont  $GggG$  dans l'ouverture  $BGCGB$  de la Fig. 4. il y en a toujours nécessairement un entre le plus haut & le plus



bas de cette ouverture, & qui pour cela s'appellera dans la suite *filet moyen*, dont la vitesse (qu'on appellera aussi *vitesse moyenne*) est telle, que s'ils l'avoient tous, ce qu'il couleroit alors d'eau ou d'autre liqueur quelconque par cette ouverture, seroit précisément égal à ce que leurs vitesses effectives (qui y sont différentes) y en font passer en pareil tems. Par conséquent (*art. 1.*) le produit d'une telle vitesse moyenne entre la plus grande & la moindre de celles ci, multipliée par cette ouverture  $\int GG \times Kk$ , seroit  $= \int GG \times Kk \times \sqrt{AE \times p \delta}$ . On trouvera de même que le produit de la vitesse moyenne à l'ouverture  $\int HH \times Nn$ , multipliée par cette ouverture, seroit  $= \int HH \times Nn \times \sqrt{MN \times \tau d}$ , en prenant de part & d'autre  $\sqrt{AE \times p \delta}$ , &  $\sqrt{MN \times \tau d}$ , pour les vitesses des filets correspondans  $GG \times Kk$ , &  $HH \times Nn$ , des liqueurs qui s'écoulent par les ouvertures ou sections  $BGCB$ , &  $RHIHR$ , comme on l'a fait ci-dessus *art. 14. num. 1.* Donc en prenant de même pour les vitesses moyennes dont il s'agit ici, les Racines des produits des densités  $d, \delta$ , réciproquement prises des liqueurs en question, multipliées par leurs pesanteurs spécifiques  $p, \tau$ , directement prises, & par les hauteurs qui leur donnent effectivement ces mêmes vitesses, aussi directement prises, & en prenant de plus  $h, \lambda$ , pour ces hauteurs, qu'on appellera aussi *hauteurs moyennes*: l'on aura  $\sqrt{h p \delta} \times \int GG \times Kk = \int GG \times Kk \times \sqrt{AE \times p \delta}$ , &  $\sqrt{\lambda \tau d} \times \int HH \times Nn = \int HH \times Nn \times \sqrt{MN \times \tau d}$ , c'est-à-dire,  $\sqrt{h} \times \int GG \times Kk = \int GG \times Kk \times \sqrt{AE}$ , &  $\sqrt{\lambda} \times \int HH \times Nn = \int HH \times Nn \times \sqrt{MN}$ , à cause que les pesanteurs spécifiques  $p, \tau$ , & les densités  $d, \delta$ , (*hyp.*) constantes, se trouvent également dans les deux membres de ces équations. Donc en substituant ces valeurs de  $\int GG \times Kk \times \sqrt{AE}$ , & de  $\int HH \times Nn \times \sqrt{MN}$  dans les trois Règles générales du précédent *art. 15.* elles se changeront en celles ci :

$$1^{\circ}. \frac{11 \sqrt{h p d}}{m} \times \int G G \times K k = \frac{10 \sqrt{\lambda \pi d}}{\mu} \times \int H H \times N n.$$

$$2^{\circ}. \frac{11 \sqrt{h p}}{a d} \times \int G G \times K k = \frac{10 \sqrt{\lambda \pi}}{1 d} \times \int H H \times N n.$$

$$3^{\circ}. \frac{11 p \sqrt{h p}}{g r d} \times \int G G \times K k = \frac{10 \pi \sqrt{\lambda \pi}}{r d} \times \int H H \times N n.$$

lesquelles seront aussi générales que celles là , & dans lesquelles les hauteurs moyennes fixes & constantes des liqueurs , se trouvent au lieu des véritables qui étoient dans ces trois autres Règles de l'article 15.

## COROLLAIRE. II.

XVII. Mais si l'on veut introduire aussi les vîteses moyennes de ces mêmes liqueurs , pour lesquelles on vient (art. 16.) de substituer leurs proportionnelles  $\sqrt{h p d}$ ,  $\sqrt{\lambda \pi d}$ , & qu'on appelle ces vîteses  $u$ ,  $v$ , alors ayant (art. 1. 2. & 12.)  $u. v :: \sqrt{h p d}. \sqrt{\lambda \pi d}$ .

1<sup>o</sup>. Si l'on multiplie les deux Antécédens de cette Analogie par  $d$ , & les deux Conséquens par  $d$ , on aura  $u d. v d :: d \sqrt{h p d}. d \sqrt{\lambda \pi d} :: \sqrt{h p d d d}. \sqrt{\lambda \pi d d d} :: \sqrt{h p d}. \sqrt{\lambda \pi d}$ . c'est à dire,  $u d. v d :: \sqrt{h p d}. \sqrt{\lambda \pi d}$ . il n'y aura qu'à substituer les deux premiers termes de cette Analogie à la place des deux derniers dans la première des trois Règles du précédent article 16. & elle se changera en celle-ci :

$$\frac{11 u d}{m} \times \int G G \times K k = \frac{10 v d}{\mu} \times \int H H \times N n.$$

2<sup>o</sup>. Si l'on multiplie les deux Antécédens de l'Analogie  $u. v :: \sqrt{h p d}. \sqrt{\lambda \pi d}$  par  $\sqrt{h p d}$ , & les deux Conséquens par  $\sqrt{\lambda \pi d}$ , elle se changera en  $u \sqrt{h p d}. v \sqrt{\lambda \pi d} :: \sqrt{h h p p d d}. \sqrt{\lambda \lambda \pi \pi d d} :: h p. \lambda \pi$ . Ce qui donnant  $\sqrt{h p d}. \sqrt{\lambda \pi d} :: \frac{h p}{u}. \frac{\lambda \pi}{v}$ . Il n'y aura qu'à substituer les deux der-

258 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 niers termes de cette Analogie à la place des deux premiers dans la première des trois Règles de l'art. 16. & elle se changera encore en celle-ci :

$$\frac{tsbp}{mu} \times \sqrt{G \cup \times Kk} = \frac{os\lambda\pi}{\mu v} \times \sqrt{HH \times Nn}.$$

3°. Et là si on considère que  $m = ed$ , &  $\mu = sd$ , la substitution de ces valeurs de  $m, \mu$ , dans cette Règle-ci, la changera en

$$\frac{tsbp}{usd} \times \sqrt{GG \times Kk} = \frac{os\lambda\pi}{v\delta} \times \sqrt{HH \times Nn}.$$

Il est visible que ces trois Règles n'ayant souffert aucune restriction, seront encore aussi générales que celles de l'article 15.

### COROLLAIRE III.

XVIII. On introduira de même les vitesses moyennes  $u, v$ , dans la seconde & dans la troisième des Règles générales de l'art. 16. par le moyen de l'Analogie  $u. v :: \sqrt{bpd} . \sqrt{\lambda\pi d}$ . du précédent art. 17. Car cette Analogie donnant aussi  $u. v :: \frac{\sqrt{bpd}}{\sqrt{\lambda\pi d}} . \frac{\sqrt{\lambda\pi v}}{\sqrt{\lambda\pi d}}$ . Il n'y aura qu'à substituer les deux premiers termes au lieu des deux derniers de cette dernière Analogie dans ces deux dernières Règles de l'art. 16. & elles se changeront en ces deux-ci :

$$1^\circ. \frac{tsu}{\gamma} \times \sqrt{GG \times Kk} = \frac{osv}{\gamma} \times \sqrt{HH \times Nn}.$$

$$2^\circ. \frac{tspv}{\delta} \times \sqrt{GG \times Kk} = \frac{os\pi v}{\gamma} \times \sqrt{HH \times Nn}.$$

Ces deux Règles sont encore aussi générales que celles de l'article 15.

## COROLLAIRE IV.

XIX. Si présentement pour la commodité du calcul, on appelle  $b, \beta$ , les bases, ou plutôt les ouvertures  $BGCGB, RHIHR$ , des Canaux ou Réservoirs en question, en sorte que l'on ait  $b = \int GGxKk$ , &  $\beta = \int HHxNn$ , la substitution de ces valeurs dans les Règles des art. 16. 17 & 18. les changera encore en celles qui suivent la Liste que voici des noms qui y entrent.

|                                                                                      |                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Bases ou Ouvertures par où les liqueurs s'écoulent.                                  | $b, \beta$ .    |
| Sinus d'inclinaison du fil de ces liqueurs avec ces bases . . . . .                  | $s, \sigma$ .   |
| Hauteurs moyennes de ces liqueurs par dessus ces mêmes ouvertures ou bases . . . . . | $h, \eta$ .     |
| Leurs vitesses moyennes . . . . .                                                    | $v, \nu$ .      |
| Leurs pesanteurs spécifiques . . . . .                                               | $p, \pi$ .      |
| Leurs pesanteurs absolues, ou leurs gravités totales.                                | $g, \gamma$ .   |
| Leurs densités. . . . .                                                              | $d, \delta$ .   |
| Les tems ou les durées de leurs écoulements. . . . .                                 | $t, \theta$ .   |
| Quantités ou masses de ce qu'il s'en écoule pendant ces tems. . . . .                | $m, \mu$ .      |
| Leurs volumes, ou les espaces qui comprennent ces masses. . . . .                    | $e, \epsilon$ . |

## AUTRES RÈGLES.

*Déduites de celles de l'article 15. & aussi générales qu'elles.*

$$1^{\circ}. \frac{bts\sqrt{bp d}}{m} = \frac{\beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi\delta}}{\mu}.$$

$$2^{\circ}. \frac{bts\sqrt{bp}}{e\sqrt{d}} = \frac{\beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi}}{\epsilon\sqrt{\delta}}.$$

$$3^{\circ}. \frac{bts p\sqrt{bp}}{g\sqrt{d}} = \frac{\beta\theta\sigma\pi\sqrt{\lambda\pi}}{\gamma\sqrt{\delta}}.$$

K k ij

$$4^{\circ}. \frac{btsud}{m} = \frac{\beta\theta\sigma\upsilon\delta}{\mu}.$$

$$5^{\circ}. \frac{btsbp}{m\mu} = \frac{\beta\theta\sigma\lambda\pi}{\mu\nu}.$$

$$6^{\circ}. \frac{btsbp}{\mu\sigma\delta} = \frac{\beta\theta\sigma\lambda\pi}{\upsilon\epsilon\delta}.$$

$$7^{\circ}. \frac{btsu}{s} = \frac{\beta\theta\sigma\upsilon}{s}.$$

$$8^{\circ}. \frac{btsps}{s} = \frac{\beta\theta\sigma\pi\upsilon}{s}.$$

XX. Il est à remarquer que la comparaison de ces huit Règles entr'elles, en peut produire encore plusieurs autres toutes aussi générales qu'elles : chacun peut l'essayer, & choisir la plus commode par rapport à la question. Et là il est encore à remarquer qu'elles en produiront aussi autant de particulières qu'on voudra, selon tout ce qu'on peut supposer de rapports entre ce qu'elles contiennent : Pour cela il n'y aura qu'à multiplier ou à diviser celle qu'on voudra de ces Règles par l'équation résultante du rapport supposé ; & le produit ou le quotient de cette opération, sera une Règle particulière de cette hypothèse.

Par exemple, 1<sup>o</sup>. En supposant  $bts\sqrt{pd} = \beta\theta\sigma\sqrt{\pi\delta}$ , la première de ces huit Règles générales (art. 19.) divisée par cette équation, donnera  $\frac{\sqrt{b}}{m} = \frac{\sqrt{\delta}}{\mu}$ , ou  $m.\mu :: \sqrt{b}.\sqrt{\lambda}$ .

2<sup>o</sup>. En supposant  $ts\sqrt{hpd} = \theta\sigma\sqrt{\lambda\pi\delta}$ , cette 1<sup>re</sup> Règle donnera de même  $\frac{b}{m} = \frac{\beta}{\mu}$ , ou  $m.\mu :: b.\beta$ . 3<sup>o</sup>. En supposant

$bts\sqrt{hpd} = \beta\theta\sigma\sqrt{\lambda\pi\delta}$ , la même Règle donnera encore  $\frac{s}{m} = \frac{s}{\mu}$ , ou  $m = \mu$ . Et ainsi de tout ce qu'on peut

faire d'autres suppositions à l'infini ; de même aussi de toutes les autres Règles du précédent art. 19. & de celles de l'art. 15. d'où elles se déduisent.

Il est encore à remarquer que si dans les trois précédentes

Règles particulieres que la premiere des générales de l'article 19. vient de fournir pour les hypothèses auxquelles on vient de l'appliquer, on suppose de plus que les liqueurs soient homogenes ou la même de part & d'autre; alors ayant  $m. \mu :: e. e.$  elles se trouveront être les trois que M. Mariotte a données pour les dépenses des Réservoirs dans son Traité du Mouvement des Eaux, pag. 265. 275. & 295. de la premiere Edition, où il appelle *Ouvertures* les diametres de celles dont il se sert: c'est leur capacités qu'on appelle ici de ce nom.

Si au lieu de diviser par les équations supposées la premiere Règle générale qui vient de donner ces particulieres de M. Mariotte, on l'eût multipliée par ces mêmes équations, elle auroit encore donné autant d'autres Règles particulieres de ces mêmes suppositions. Cette Règle générale & les autres de l'art. 19. fourniront de même toutes celles de *Castelli*, *Toricelli*, *Borelli*, *Guillemini*, &c. avec une infinité d'autres, en s'en servant comme l'on vient de faire de celle-là. Ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

## O B S E R V A T I O N S SUR UN CERVEAU PETRIFIÉ.

PAR M. DU VERNEY, le jeune.

**V**Oicy une chose des plus rares, & tout ensemble des plus importantes qu'il y en ait dans l'histoire naturelle. Elle est si rare, que dans tous les Livres que j'ay consultez, je n'en ay trouvé qu'un seul exemple: Elle est si importante, qu'elle semble renverser tout ce que l'on a dit jusqu'icy des usages du cerveau, c'est-à-dire, tout ce que l'on a toujours crû de plus certain & de plus nécessaire dans l'œconomie du corps des animaux.

Quelques différentes que soient les opinions des Auteurs touchant la substance du cerveau, elles s'accordent

toutes en un point, qui est que cette substance est molle, souple, tendre & flexible, sans quoy elle ne pourroit servir aux usages auxquels on la croit destinée.

Mais voicy un cerveau dont la substance est tres-différente de ce que tous les Auteurs tant anciens que modernes se sont imaginez. Bien loin d'être mou & flexible, il est aussi dur que du marbre. C'est le cerveau d'un bœuf qui a été tue tout récemment. Ce n'est pas depuis la mort de l'animal qu'il s'est endurci, on l'a trouvé tel au moment que ce bœuf a été tué : & ce qui est presque incroyable, ce bœuf avec son cerveau petrifié étoit gros & gras, & se portoit aussi bien qu'aucun autre de ceux qui étoient dans le marché où il fut vendu. Si ce cerveau petrifié s'étoit trouvé dans un animal malade, la chose ne seroit pas si surprenante : car il y a des exemples de certaines conformations extraordinaires du cerveau de quelques animaux : on a même trouvé des fœtus qui n'avoient point de cerveau. Mais ces animaux n'étoient pas en santé, & ces fœtus n'ont pas vécu. Il n'en est pas de même du fait dont je parle. Le bœuf où s'est trouvé ce cerveau de pierre, se portoit bien : & c'est ce qui surpasse presque toute croïance. Voici comment l'on s'est apperçu de ce prodige.

Il n'y a pas encore trois mois qu'une Bouchere nommée la veuve Coart, de la Boucherie du petit Châtelier, ayant acheté quelques bœufs, en fit mener un à la tuërie. Ce bœuf lorsqu'on fut sur le point de l'assommer, s'échappa jusqu'à quatre fois : ce qu'il est important de remarquer, pour fair voir que ce n'étoit point un animal foible & languissant, mais qu'au contraire il étoit tres-fort & tres vigoureux. Enfin il fut assommé : mais quand on vint à lui fendre la tête, le crane ayant été enrammé, le cerveau résista au couperet. Le Boucher croïant que son coup avoit porté sur l'anneau de fer où la tête étoit attachée, redoubla le coup, mais sans effet ; & ayant vainement frappé une troisième & une quatrième fois, il fut obligé de prendre un marteau, & de mettre le crane en

pieces pour en tirer le cerveau. Après qu'il eut fracassé le crane à coups de marteau, il fut bien surpris lui & ses camarades de trouver une espece de gros caillou au lieu de cerveau. Ils vinrent me l'apporter ; & je fus encore bien plus surpris qu'eux, quand je vis ce prodige. Comme toutes les parties du crane avoient été brisées, il me fut impossible d'y remettre chaque partie à sa place.

Enfin voilà un cerveau petrifié, qui semble mettre à bout les raisonnemens que les plus sçavans hommes ont faits jusqu'ici touchant les usages de cette partie, qui est une des principales & peut-être la principale du corps de l'animal. Car comment ce cerveau de pierre pouvoit-il recevoir les impressions des objets ? Comment les esprits animaux pouvoient-ils le pénétrer ? Comment trouver dans cette masse de pierre tous ces filets tendres & souples que l'on prétend pouvoir être pliez en tous sens par la seule force des esprits animaux qui les touchent ?

Je contemplay à loisir ce cerveau, & j'en examinay toutes les parties avec admiration. Sa figure est singuliere & tres-differente de celle d'un cerveau ordinaire. Sa surface est par tout inégale & raboteuse ; & on le peut en quelque sorte comparer à une rocaille telle que l'on en voit dans des grottes de plusieurs jardins. Les deux grands lobes sont plus épais & plus ramassez qu'ils ne le sont naturellement. Ils sont situez obliquement tant à leur partie superieure qu'à l'inferieure. Ils ont à la superieure chacun une avance : celle du lobe gauche qui excède environ d'un travers de doigt la surface de tout le reste, est assez arrondie : celle du lobe droit, laquelle s'élève bien de la hauteur d'un pouce, est plus large & forme une espece de selle-à-cheval, terminée à chaque extremité par un pommeau, dont celui de derriere est rond comme un petit bouton, & celui de devant, qui est beaucoup plus gros, est aussi plus large, & a dans son milieu une espece de rainure. Ces deux éminences laissent entr'elles un vuide assez considerable, qui se continuë jusqu'au dessous de la base du crane en formant d'espace en espace des cavi-



tez inégales & plus ou moins grandes, dont les deux plus considerables peuvent contenir une petite noisette. La partie inférieure du lobe gauche jette une avance mouffée qui déborde au de là de celle du côté droit. Les diverses anfractuosités que forment les sillons du cerveau paroissent en quelques endroits plus grandes qu'à l'ordinaire, & même séparées, laissant des sinuosités & des enfoncements qui apparamment ont été creusés par le mouvement des vaisseaux qui y sont conservez; de même que sur la lame interieure des os du crane l'on voit des sillons formés par la trace des vaisseaux en plusieurs endroits des lobes de ce cerveau, l'on voit aussi des anfractuosités qui sont encore jointes par la pie-mere, laquelle s'est endurcie & petrifiée presque par tout ailleurs, de même que le cerveau; si ce n'est qu'au dedans de la partie postérieure des lobes qui joint la partie laterale du cervelet, on trouve encore une substance tendre & spongieuse qui ne s'est point endurcie & petrifiée comme tout le reste: ce que l'on sent facilement en y introduisant un stilet, car cette partie ne résiste point comme ailleurs, au stilet; & cet endroit-là est proprement ce qu'on appelle la troisième cavité ou le troisième ventricule, au dessus duquel est située la glande pineale qui est à la rencontre des sinus de la dure-mere. Quoique l'éminence qui est en cet endroit soit plus grosse qu'une noix, sa situation donne lieu de croire que c'est la glande pineale. Cette glande est comme articulée & emboîtée, par sa partie antérieure & supérieure, avec les deux avances des lobes que nous avons décrites; & par sa partie postérieure & inférieure, avec le cervelet. A la partie inférieure de cette glande il y a plusieurs cavités, dont la plus considerable, qui est à la partie supérieure & postérieure du lobe droit, forme une grande sinuosité, laquelle passant sur le côté droit du cervelet, vient aboutir à une autre grande cavité d'environ un travers de doigt de diametre, ou doit être le commencement de la moëlle allongée. L'on voit aussi au dessus du même endroit un léger enfoncement environ

de

de la grandeur d'un denier, lequel enfoncement est encore revêtu de sa membrane, & paroît transparent.

A la base du crane & à côté de cette cavité, tout proche d'une autre sinuosité assez considérable, l'on trouve encore une substance tendre, spongieuse, & même moëlleuse: car en y introduisant un stilet, non seulement il y pénètre très-facilement de la profondeur de cinq à six lignes, mais en le tirant on le trouve tout enduit de cette moëlle; & ce qui est assez étonnant, c'est que les parties voisines sont aussi dures que du marbre.

Le cervelet est situé obliquement en s'élevant de derrière en devant sur le lobe gauche: & l'avance qu'on nomme vermiforme, parce qu'elle a la figure d'un ver, laquelle avance naturellement est courbée & cachée sous les lobes, se trouve ici élevée sur le lobe gauche. Entre le même lobe & la même avance il y a une cavité considérable, de figure irreguliere & tirant sur l'ovale, qui pénètre fort avant dans la substance du cerveau, & qui dans l'endroit où elle se termine, paroît moins dure & seulement comme ossifiée. Le cervelet a conservé à peu près sa figure naturelle, & il ne s'y est trouvé aucune cavité considérable, mais seulement de petits enfoncemens & des sinus qui paroissent avoir été formez par l'écartement des sillons.

Dans la base du cerveau, qui a été coupée par le Boucher, on remarque distinctement la partie cendrée & la partie blanche, toute petrifiées qu'elles sont.

Après les circonstances que je viens de rapporter, je ne croy pas que l'on puisse douter que ce cerveau n'ait véritablement été d'un animal vivant. S'il étoit tout de pierre, l'on pourroit dire que c'est une production semblable à celle de ces os que quelques-uns pretendent être fossiles, & à ces petrifications admirables que l'on trouve quelquefois dans la terre, & qui sont pour ainsi dire, des jeux de la nature. Mais ce que je viens de faire remarquer, & ce que l'on peut encore voir ici, c'est que dans ce cerveau petrifié il y a en certains endroits quel-

ques parties qui sont offeuses, qu'à la base on trouve encore une substance tendre & spongieuse; que même on y voit une substance moëlleuse, & que lorsqu'on y a fourré un stilet on le trouve enduit de cette moëlle. Tous ces faits dont on se peut convaincre par ses propres yeux, prouvent invinciblement que ce cerveau n'est point une production ni du hazard ni de l'art, comme peuvent être ces os fossiles & certaines productions artificielles. Les singularitez que l'on voit dans ce cerveau, sont des caracteres de verité que le hazard ne peut contrefaire, & que l'art ne sçauroit imiter.

Voilà ce qu'un morceau aussi irregulier que celui-ci, m'a permis d'observer & de décrire. Je n'ay point trouvé à propos de le scier & séparer en plus de parties qu'il n'est; parceque j'ay crû que je n'y découvrerois rien de plus extraordinaire: cependant peut-être dans la suite pourrai-je y revenir & m'assurer par l'inspection de toutes les parties interieures s'il n'y a rien de particulier.

Bien que les exemples ne soient pas necessaires pour autoriser une chose si évidente; j'ay été ravi de trouver dans les Ouvrages d'un Auteur celebre un fait semblable, qui confirme celui-ci. J'ay dit au commencement de ce discours que je n'en ay trouvé qu'un seul exemple dans tous les Livres que j'ay consultez; c'est le celebre Bartholin qui le rapporte dans la quatre-vingt-onzième Histoire du sixième Livre de ses Centuries Anatomiques. Il dit que de son tems en Suede comme un Boucher vouloit tuer un bœuf & qu'il lui eut fendu le crane d'un coup de hache le cerveau refusa le coup & fit sauter la hache: Que ce cerveau se trouva petrifié dans la masse: Que le bœuf étant en vie portoit toujours la tête basse: Qu'il devenoit fort maigre, & que cela avoit déterminé son Maître à le vendre au Boucher. Bartholin ajoute qu'il n'avoit pas vû ce cerveau, mais que Steno Bielke, Ambassadeur de Suede, de qui il avoit appris la chose, l'avoit assuré qu'il l'avoit vû dans la maison du Comte d'Oxenstiern où on le gardoit, & que cet Ambassadeur lui

avoir promis de lui en envoyer une figure très-exacte, & même un morceau. La différence qu'il y a entre nôtre observation & celle de Bartholin, est que le bœuf dont il parle étoit extrêmement maigre, au lieu que le nôtre étoit gras & se portoit fort bien.

Mais enfin que répondre aux objections que ces observations fournissent contre ce que l'on a toujours crû sur un sujet si important ? Bartholin avouë qu'il s'y trouve fort embarrassé. *Le cerveau, dit-il, ne doit plus être mis au rang des parties nobles, puisque ses fonctions ne sont pas absolument nécessaires à la vie.* Voilà donc le cerveau dégradé de la noblesse dont il avoit jouï jusqu'à présent. Je conviens avec cet Auteur que la chose est fort embarrassante : néanmoins tout étant bien considéré, je crois que l'on peut donner quelques solutions à ces difficultez.

Si toutes les parties du cerveau de nôtre bœuf se trouvoient également petrifiées, & par tout aussi endurcies qu'elles le sont en un très-grand nombre d'endroits, il seroit très-difficile, pour ne pas dire impossible, d'expliquer comment l'animal auroit pû vivre ; la communication du cerveau avec toutes les autres parties du corps étant interceptée & les esprits, qu'il doit continuellement envoyer pour la nourriture & la vivification des parties, ne pouvant plus passer. Mais la substance molle & spongieuse qui s'est encore trouvée en quelques endroits, comme je l'ay fait remarquer, donne jour pour établir quelques conjectures vrai-semblables. On peut dire que cette substance moëlleuse a toujours pû fournir une certaine quantité d'esprits, non seulement pour faire aux nerfs du cerveau leurs fonctions ordinaires, mais aussi pour servir à la nourriture de toutes les autres parties : Et ce qui donne lieu de le croire, c'est qu'à la base du crane on a encore trouvé des nerfs qui paroissent dans leur état naturel, ainsi que toute la moëlle de l'épine. On ne sçauroit douter que cela n'ait pû suffire pour toutes ces diverses fonctions, si l'on considère que l'on a vu des personnes en qui la substance du cerveau

étoit fort endommagée même à la base du crane, dont néanmoins toutes les actions n'ont pas laissé d'être encore pendant un certain tems aussi libres qu'auparavant, parce que les nerfs n'avoient souffert presque aucun dérangement. Je me contenteray d'en rapporter un exemple arrivé de nôtre tems. A la journée de Valcour Monsieur le Chevalier Colbert Grand Bailly de Malthe, qui a si bien soutenu ce caractère de valeur naturel à toute sa famille, reçût à la tête un coup de pierre qui lui écrasa l'œil gauche & poussa même tout le fond de l'orbite dans le cerveau, comme on le reconnut dans la suite. Cependant à l'exception du moment qu'il fut blessé, où il perdit connoissance & se trouva comme en extase (à ce qu'il me dit) il conserva jusqu'à sa mort, qui arriva le septième jour de sa blessure, un jugement fort sain & une tranquillité d'esprit surprenante. En un mot, il continua de faire toutes ses fonctions, tant purement mecaniques que volontaires, avec la même liberté qu'il avoit fait avant sa blessure : ce qui donna lieu à la plupart de ceux qui le voioient, de juger que le cerveau n'avoit reçu aucune atteinte ; quoyque le Chirurgien Major de son Regiment, qui lui avoit mis le premier appareil, assurât qu'il avoit trouvé de la substance du cerveau, qui s'étoit échappée dans la plaie. Enfin quoyqu'il n'y eût aucun fâcheux accident qui se déclarât, & qui pût faire faire un mauvais pronostic ; le Malade mourut, comme l'on vient de le dire, sur la fin du septième jour ; sans qu'il lui fût survenu autre chose que ce qu'on nomme inquietude & embarras de tête, & cela seulement quelques heures avant sa mort. Je l'ouvris en la présence de M<sup>rs</sup> Triboullaud, Thurodin, Martineau, & de plusieurs autres. Après avoir découvert la peau, nous apperçûmes sur le crane une fracture qui traversoit d'une orbite à l'autre en passant par la suture coronale & la sagittale à l'endroit où elles se rencontrent. Le crane levé, & le cerveau ouvert, nous le trouvâmes rempli d'une espece de bouillie qui n'étoit autre chose qu'une fonte d'une partie de la substance du cerveau,

avec quantité de petites esquilles qui avoient été poussées jusques-là ou par la violence du coup ou par la suppuration. Toute la substance du cerveau étoit également contuse & altérée jusqu'au cervelet ; leurs anfractuosités se trouvant séparées les unes des autres par la dissolution & le relâchement de la pie-mere. Enfin le cerveau étant ôté, nous reconnûmes que la partie antérieure de la selle de l'os sphénoïde étoit toute écrasée.

Cette observation fait voir, comme je l'ay dit, que quoyqu'il se trouve quelquefois une portion considérable du cerveau ou emportée ou détruite, il peut arriver que les nerfs ne laissent pas de fournir suffisamment des esprits pour faire faire au sujet, du moins pendant un certain tems, toutes les fonctions. Ainsi quoyque la plus grande partie du cerveau de nôtre bœuf ait été petrifiée, il n'a pas laissé de vivre, par la même raison que les nerfs ont pû recevoir & distribuer des esprits, ou peut-être en préparer eux-mêmes. On sera facilement porté à embrasser ce sentiment, si l'on se souvient de ce qu'ont écrit plusieurs Auteurs, que l'on a vû des enfans venir à terme qui n'avoient point de cerveau : & même M. Mery, dont le mérite est connu, m'a montré chez lui le squelette d'un enfant qui n'avoit ni cerveau ni moëlle de l'épine, & dont cependant les nerfs étoient distribuez comme à l'ordinaire.

La remarque que Bartholin a faite en parlant de l'observation rapportée cy-dessus, confirme ce que je dis, que la substance tendre & spongieuse qui s'est encore trouvée en quelques endroits du cerveau de nôtre bœuf, a pû fournir des esprits aux nerfs. Car cet Auteur dit qu'ayant de la peine à concevoir comment le bœuf dont le cerveau s'étoit petrifié, avoit pû vivre jusqu'à l'heure qu'il fut assommé par le Boucher, & soupçonnant qu'il falloit qu'il y eût dans ce cerveau quelques sinus ouverts, par lesquels les esprits animaux passassent librement des arteres & des nerfs ; il fut confirmé dans ce sentiment par M. Bielke Ambassadeur de Suede, qui l'assura qu'en effet

en divers endroits de ce cerveau, il y avoit des trous où pouvoient aisément passer des brins de paille. Après tout, de quelque maniere que le bœuf ait pu vivre, il faut toujours avouer que ce cerveau petrifié est une espece de prodige; puisque l'on reconnoît tous les jours que de legeres blessures faites au cerveau, ou seulement à ses membranes, y causent un bouleversement general qui le prive de toutes les fonctions.

J'ajoutoray à ce que je viens de dire, qu'assez souvent les desordres qui arrivent aux parties, dépendent moins de leur dérangement, que de l'alteration qui survient aux liqueurs, lesquelles ou devenues âcres & corrosives, ou ayant reçu des qualitez étrangères, causent en se mêlant dans le sang presque les mêmes desordres que causent les liqueurs que l'on seringue dans les vaisseaux. Cela se confirme par la morsure de certains animaux, dont le venin qui n'agit presque que sur les liqueurs, produit tous ces funestes effets dont on ne voit que trop d'exemples.

### EXPLICATION DES FIGURES.

#### *Premiere Figure.*

*AAAAA.* La circonference du cerveau.

*BBBB.* Les deux grands lobes.

*CC.* Les avances, dont j'ay parlé, qui s'élevent sur la partie superieure des lobes.

*DDD.* Le vuide ou espace qui commence entre ces deux éminences, & qui se continue jusqu'au dessous de la base du crane.

*E.* Est une avance mouffe, qui débordé au-delà de celle du côté droit environ d'un travers de doigt.

*FFFF.* Plusieurs anfractuosités separées & entr'ouvertes, qui forment des sinuosités & des enfoncemens.

*GGGG.* L'éminence que je croy être glande pineale, tant par sa figure & par sa situation, que par son emboîtement, au moyen duquel elle s'est conservé un certain jeu entre le cerveau & le cervelet.

*Seconde Figure.*

Cette Figure represente le cerveau vû de côté.

*HHHH.* Le cervelet.

*I.* L'avance vermiciforme anterieure, qui se trouve élevée sur le lobe gauche.

*L.* L'avance vermiciforme postérieure.

*M.* La cavité qui est entre le cervelet & l'avance de la partie supérieure du lobe gauche, dont le fond & les côtez paroissent moins durs & seulement comme ossifiez.

*N.* L'avance inférieure du lobe gauche, dont on a parlé.

*O.* L'avance supérieure.

*PP.* La glande pineale, située de maniere, que l'on voit aisément son emboîtement avec le cerveau & le cervelet.

*RR.* L'avance supérieure du lobe droit, faite en forme de selle à cheval.

*S.* Une portion du lobe gauche, qui a été coupée par le Boucher.

*Troisième Figure.*

Cette Figure represente ce même cerveau vû par sa partie supérieure, où l'on voit les diverses cavitez qui vont à la base du crane, marquées *TTT.*





## EXTRAIT D'UNE LETTRE

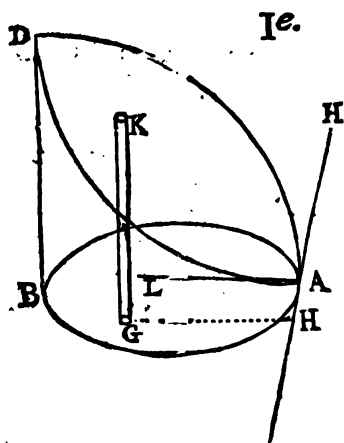
DE M. BERNOLLI

Professeur à Bâle, en date du 11<sup>me</sup> Septembre 1703.  
 Contenant l'Application de sa Règle du Centre  
 de Balancement à toutes sortes de figures.

1703.  
 1. Decem-  
 bre.

Toute la doctrine de M. Hugens touchant le Centre d'Oscillation ou de Balancement, roule sur la dimension de certains coins retranchés de la figure qui balance, & de la longueur de leurs sous-centriques (*sub-centrica cunei*): Tellement que pour faire voir la convenance de ma Règle avec cette doctrine, je n'aurois qu'à y faire remarquer ces Coins, ce qui est tres-facile.

Soit la figure plane quelconque  $AB$ , dont  $G$  soit une des parties infiniment petites, &  $HAH$  la tangente en  $A$ . Imaginons ensuite un cylindre droit sur cette figure, duquel un plan passant par  $HH$ , & incliné de 45 degrés sur celui de cette figure, retranche le Coin  $ABDA$ . Soit de plus  $L$  le point de cette base perpendiculairement situé sous le centre de gravité de ce Coin.



Soit enfin  $GH$  la distance de  $G$  à la tangente  $HH$ , appelée  $x$ ; &  $G$  appelé  $dp$ . Donc la hauteur du petit prisme  $GK$  (qui a  $G$  pour base) étant égale à  $GH$  ( $x$ ) à cause de l'angle demi-droit de la section précédente, ce prisme fera  $= x dp$ ; & son moment (*momentum*) à l'égard de la tangente  $HH$ , sera de même  $= xx dp$ . Donc la solidité du

*Figure 2.<sup>e</sup> vue de côté*

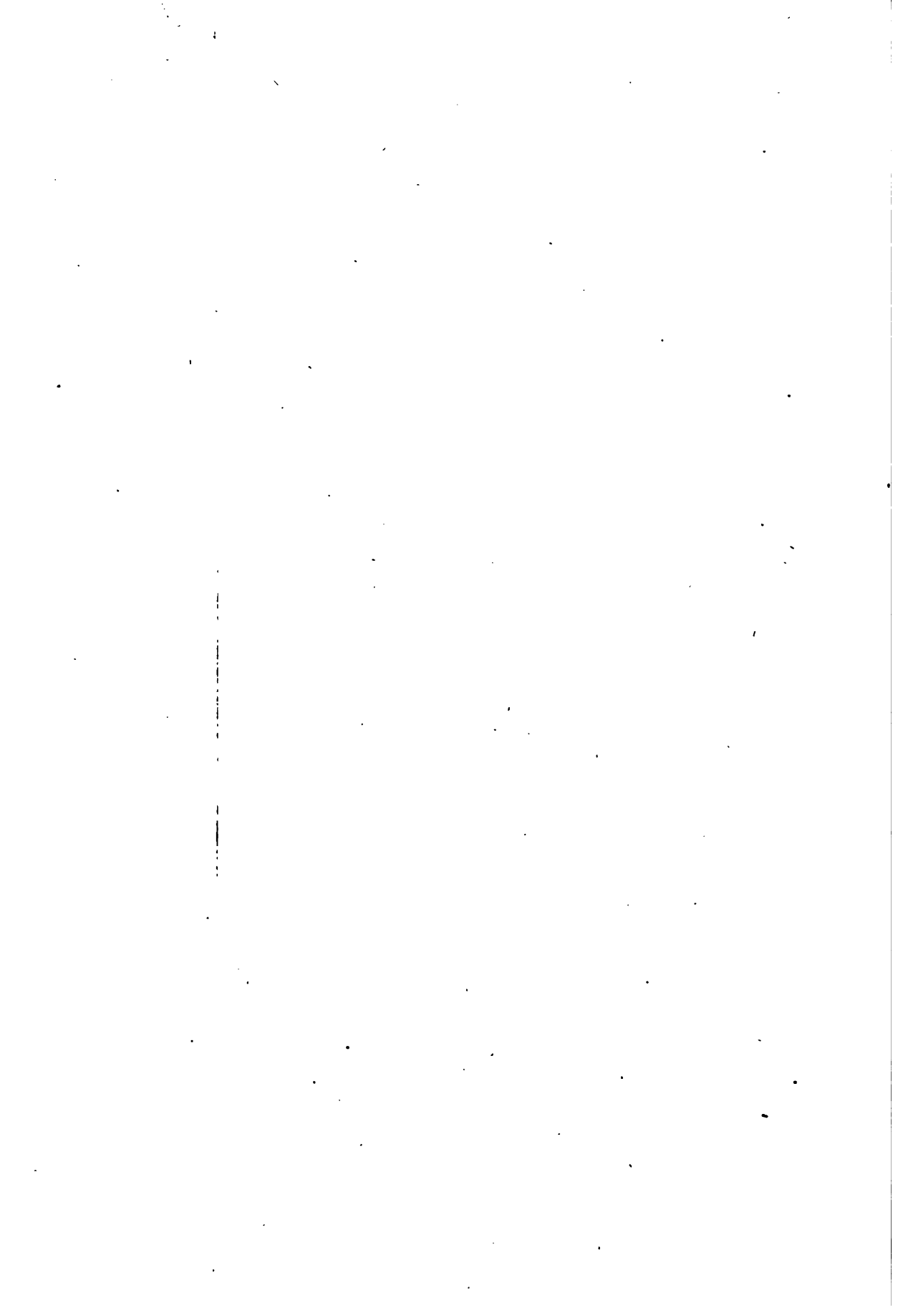
*Donné et gravé par Simonneau  
le fils d'après le naturel*



*Figure premiere*



*Figure troisième*



du Coin qui a ce prisme pour élément , c'est à-dire la somme de tous ces prismes , sera  $= \int x dp$  ; & son moment  $= \int x x dp$  , lequel étant divisé par ce même Coin , donnera la sous centrique  $AL = \frac{\int x x dp}{\int x dp}$ .

Si présentement on coupe le Cylindre precedent par un autre plan incline aussi de 45 degres sur la base  $AB$  , lequel plan rencontre cette base dans une ligne perpendiculaire à la Tangente  $HH$  de cette même base , & qu'on appelle  $y$  la distance de  $G$  à cette ligne , l'on aura un autre Coin , dont le moment à l'égard de cette ligne , sera de même  $= \int y y dp$ . Et comme toutes ces quantités entrent dans l'expression litterale \* de ma Regle , qui donne la distance du centre

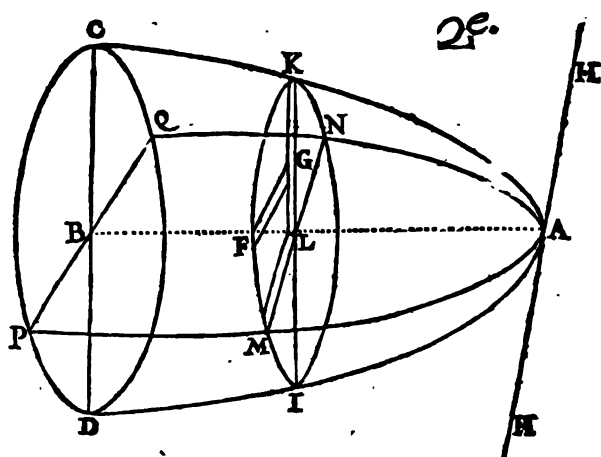
d'Oscillation à l'axe du mouvement  $= \frac{\sqrt{\int x x + y y dp}}{\int x dp} = \frac{\sqrt{\int x x dp + \int y y dp}}{\int x dp}$  , on peut déjà entrevoir sa conformité avec la

\* Voyez  
cy-dessus le  
Mem. du  
25. Avril ,  
pag. 78.

doctrine de M. Huguens. Mais il n'est pas besoin de m'expliquer davantage sur cela , ces Coins m'étant inutiles. Depuis que le calcul des differences est en vogue , on ne se charge plus l'imagination d'autres solides , ni d'autres figures , que de ceux ou celles qui sont données dans la question. C'est pourquoi je me contenterai de montrer ici la maniere d'appliquer ma Regle à toutes sortes de grandeurs , en faisant simplement attention à cette quantité litterale  $\frac{\int x x dp + \int y y dp}{\int x dp}$ .

Pour cet effet soit  $CADP$  un Conoïde ou Sphéroïde quelconque qui balance sur un axe horizontal  $HAH$  ; soit  $BCAD$  la figure ou la section qui résulte de ce corps coupé par un plan vertical droit à l'axe  $HH$  du mouvement , &  $BPAQ$  celle qui résulte de même de ce corps coupé par le plan  $BHH$  : Il s'agit de trouver le centre d'Oscillation tant du Conoïde , que des figures  $BCAD$  ,  $BPAQ$  ; & des lignes  $CAD$  ,  $PAQ$  , considérées séparément hors du Conoïde ; la figure ou ligne  $CAD$  ayant les agitations *in latas* , & l'autre  $PAQ$  ayant les siennes *in planum*. Je conçois donc ce Conoïde divisé en une infinité de tranches paralleles à sa base & à l'axe du mouvement ; qu'une





de ces tranches est le cercle  $IMKN$ ; que la commune intersection de ce cercle & du plan vertical, est le diamètre  $IK$ ; que celle du même cercle & de la figure  $PAQ$ , est le diamètre  $MN$ ; & qu'une de ses ordonnées au diamètre  $IK$ , est  $GF$ . Cela conçu, je fais  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $AL = x$ ,  $LK = v$ ,  $LG = y$ ,  $GF = z = \sqrt{vv - yy}$ ,  $AK$  ou  $AM = s$ , la raison du diamètre à la circonférence  $= \frac{r}{s}$ ; & par conséquent le cercle  $IMKN = \frac{r^2 vv}{s}$ .

1<sup>o</sup>. Comme tous les points de l'ordonnée  $GF$ , qui est supposée parallèle à l'axe  $HH$  du mouvement, se meuvent également vite, c'est comme si le petit rectangle  $GF$  étoit tout ramassé en  $G$ ; & par conséquent comme si le cercle entier  $IMKN$  ( $\frac{r^2 vv}{s}$ ) étoit étendu le long de la ligne  $IK$ :

Et parce que tous les points de cette ligne répondent à une même  $AL$  ( $x$ ), il s'ensuit que tous les  $x dp$  du cercle  $IMKN$  (c'est à dire tous les produits de ses élémens multipliés par  $x$ ) s'expriment par  $\frac{r^2 vv x}{s}$ , & tous les  $xx dp$  par  $\frac{r^2 vv x^2}{s}$ . Il n'en est pas de même de tous les  $yy dp$ , à cause que les différens points du diamètre  $IK$  ne répondent pas à une même  $y$ . Pour les trouver je considère que  $G$

étant chargé de tous les  $dp$  du petit rectangle  $GF (zdy)$ , tous les  $yydp$  de ce rectangle sont  $yyzdy$ , & que l'intégrale de  $yyzdy$  doit marquer tous les  $yydp$  du segment de cercle  $MLGF$ . Or l'intégrale de  $yyzdy$  est  $= \frac{1}{2}vv * \int z dz - \frac{1}{2}yz^2$  (comme il paroît en prenant la différence de chaque quantité, & en substituant  $vv - yy$  au lieu de  $zz$ , &  $-ydz$  au lieu de  $zdz$ ): De sorte que lorsque  $LG$  devient  $LK$ , & que l'ordonnée  $GF (z)$  s'évanouit, alors  $\int z dy$  (c'est-à-dire la somme de tous les rectangles  $zdy$ ) devenant égale à tout le cercle  $\frac{1}{2}vv$ , l'on aura  $\frac{1}{2}vv * \int z dy = \frac{1}{4}v^4$ .

Après avoir ainsi trouvé que les sommes de tous les  $x dp$ ,  $xx dp$ , &  $yy dp$ , par rapport au cercle  $IMKN$ , sont  $\frac{1}{2}vvx$ ,  $\frac{1}{2}vvxx$ , &  $\frac{1}{4}v^4$ , si l'on multiplie chacune d'elles par  $dx$ , qui est l'épaisseur du cercle ou de la tranche  $IMKN$ , les intégrales des produits  $\frac{1}{2}vvxx dx$ ,  $\frac{1}{2}vvxx dx$ , &  $\frac{1}{4}v^4 dx$ , marqueront ces sommes par rapport à tout le Co-

noïde ou Sphéroïde  $CADP$ : De sorte que l'on aura la distance du centre d'Oscillation  $\frac{\int xx dp + \int yy dp}{\int x dp} =$

$$= \frac{\int \frac{1}{2}vvxx dx + \int \frac{1}{4}v^4 dx}{\int \frac{1}{2}vvx dx} = \frac{\int vvxx dx + \int \frac{1}{2}v^4 dx}{\int vvxx dx}$$

$$= \frac{\int xx + \frac{1}{2}vvxxv dx}{\int vvxx dx}$$

D'où l'on voit que pour déterminer ce centre il ne reste plus que de mettre la valeur de  $vv$  en  $x$  dans cette Formule, suivant l'exigence de la figure  $AKCB$  section du Conoïde par l'axe  $AB$ , & d'en prendre ensuite l'intégrale. En voici quelques exemples:

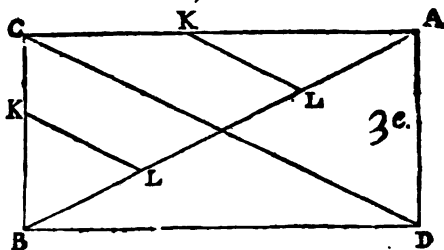
| Solide proposé.                                      | Valeur de $vv$ .                      | Quantité $\frac{\sqrt{xx + \frac{1}{4}vvvv}dx}{fvvxdx}$ .            | La même dans le cas de $x=a$ .         |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Cone suspendu par le sommet.                         | $\frac{bbxx}{aa}$ .                   | $\frac{4}{5}x + \frac{bbxx}{5aa}$ .                                  | $\frac{4}{5}a + \frac{bb}{5a}$ .       |
| Cone rectangle suspendu par le milieu de sa base.    | $aa - 2ax + xx$ .                     | $\frac{3a^3 - 6a^2x + 10aax - 9ax^2 + 3x^3}{6aax - 8axx + 3x^3}$ .   | $a$ .                                  |
| Cylindre.                                            | $bb$ .                                | $\frac{2}{3}x + \frac{bb}{2a}$ .                                     | $\frac{2}{3}a + \frac{bb}{2a}$ .       |
| Conoïde Parol.                                       | $\frac{bbx}{a}$ .                     | $\frac{3}{4}x + \frac{bb}{4a}$ .                                     | $\frac{3}{4}a + \frac{bb}{4a}$ .       |
| Conoïde Hyperb. dont le côté transverse est $= AB$ . | $\frac{bbx}{2a} + \frac{bbxx}{2aa}$ . | $\frac{10aabb + 15abbx + 60a^3x + 6bbxx + 48aaxx}{20a^3 + 60aaxx}$ . | $\frac{27}{35}a + \frac{31bb}{140a}$ . |
| Sphère.                                              | $ax - xx$ .                           | $\frac{10aa + 15ax - 18xx}{40a - 30x}$ .                             | $\frac{7}{10}a$ .                      |
| Demi - Sphère suspendue par le sommet.               | $2ax - xx$ .                          | $\frac{20aa + 15ax - 9xx}{40a - 15x}$ .                              | $\frac{16}{25}a$ .                     |
| Demi - Sphère suspendue par le centre.               | $aa - xx$ .                           | $\frac{15a^3 + 10aax - 9x^3}{30aax - 15x^3}$ .                       | $\frac{16}{15}a$ .                     |

1<sup>o</sup>. Pour trouver le centre d'oscillation du plan  $BCAD$ , qui fait ses agitations *in latus*, je considère que tous les points de l'appliquée  $LK = v$ , répondants toujours à une même abscisse  $AL(x)$  & ne répondants pas à une même  $LG(y)$ , tous les  $x dp$  &  $xx dp$  contenus dans  $LK$ , c'est-à-dire, tous les  $x dy$  &  $xx dy$ , seront  $xv$  &  $xxv$ ; mais tous les  $yy dp$  ou  $yy dy$  seront  $\frac{1}{3}y'$ , & par conséquent  $\frac{1}{3}v'$  pour toute l'appliquée  $LK$ . Donc en multipliant chacune de ces grandeurs  $xv$ ,  $xxv$ , &  $\frac{1}{3}v'$  par la largeur  $dx$  du petit parallélogramme  $LK$ , & en prenant ensuite les intégrales des produits  $xv dx$ ,  $xxv dx$ , &  $\frac{1}{3}v' dx$ , après y avoir substitué la valeur de  $v$  en  $x$ , l'on aura les  $\int x dp$ ,  $\int xx dp$ , &  $\int yy dp$ , par rapport à toute la figure : Tellement que la distance  $\frac{\int xx dp + yy dp}{\int x dp}$  du centre d'oscillation à l'axe du mouvement sera =  $\frac{\frac{\int xxv dx + \frac{1}{3}\int v'^2 dx}{\int xv dx} - \frac{\int xx + \frac{1}{3}\int vvv dx}{\int xv dx}$  : Et il n'importe pas que l'angle  $ALK$  du diamètre & des appliquées soit droit ou oblique; la raison de  $dx$  à la largeur du petit rhomboïde  $LK$  dans une même figure, demeurant toujours la même. Exemples :

| Plan proposé.                                       | Valeur de $v$ .            | Quantité $\frac{\int x x + \frac{1}{2} v v v v d x}{\int x v d x}$ .                                                                                                                                                                                  | La même pour le cas de $x = a$ .      |
|-----------------------------------------------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| Triangle isofcele fufp. par le fommet.              | $\frac{b x}{b}$ .          | $\frac{3}{4} x + \frac{b b x}{4 a a}$ .                                                                                                                                                                                                               | $\frac{3}{4} a + \frac{b b}{4 a}$ .   |
| Le même fufpendu par le milieu de fa bafe.          | $b - \frac{b x}{a}$ .      | $\frac{4 a^3 b b - 6 a a b b x + 4 a b b x x + 4 a^3 x x - b b x^3 - 3 a a x^3}{6 a^3 x - 4 a a x x}$ .                                                                                                                                               | $\frac{1}{2} a + \frac{b b}{2 a}$ .   |
| Rectangle fufpendu par le milieu d'un de fes côtez. | $\frac{b}{2}$ .            | $\frac{2}{3} x + \frac{2 b b}{3 x}$ .                                                                                                                                                                                                                 | $\frac{2}{3} a + \frac{2 b b}{3 a}$ . |
| Parabole fufpenduë par le fommet.                   | $\sqrt{\frac{b b x}{a}}$ . | $\frac{3}{7} x + \frac{b b}{7 a}$ .                                                                                                                                                                                                                   | $\frac{3}{7} a + \frac{b b}{3 a}$ .   |
| La même fufpenduë par le milieu de fa bafe.         | $b \sqrt{\frac{a-x}{a}}$ . | $\frac{7 a a b b + 8 a^4 \sqrt{a} - 7 a a b b - 8 a^4 + 14 a b b x - 4 a^3 x - 7 b b x x - 3 a a x x + 15 a x^3 \sqrt{a-x} - 14 a^3 \sqrt{a} - 14 a^3 - 7 a a x + 21 a x x \sqrt{a-x}}{14 a^3 \sqrt{a-x} - 14 a^3 - 7 a a x + 21 a x x \sqrt{a-x}}$ . | $\frac{4}{7} a + \frac{b b}{2 a}$ .   |
| Cercle.                                             | $\sqrt{a x - x x}$ .       | $\frac{16 x^3 + 8 a x x - 6 a a x - 9 a^3 \sqrt{a-x} + 9 a^3}{32 x x - 8 a x - 12 a a \sqrt{a-x} + 12 a a}$ .                                                                                                                                         | $\frac{3}{4} a$ .                     |

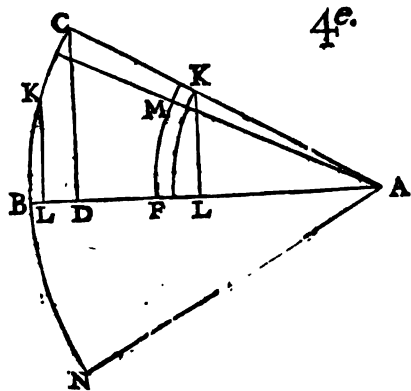
Quelques fois les  $v$  font de différentes valeurs dans une même figure, comme dans le parallelogramme  $ACBD$  fufpendu à un de fes angles  $A$ ; car en prenant la diagonale  $AB$  pour le diametre  $a$ , & les droi-

tes  $LK$  parallèles à l'autre diagonale  $CD$  pour les appliquées  $v$ , les  $v$  du triangle  $ACD$  sont  $=x$ , & celles du triangle  $BCD = a - x$ . C'est pourquoy je cherche séparément



toutes les  $xx + \frac{1}{3}vv = vdx$  du triangle  $ACD$ , que je trouve faire  $\frac{1}{48}a^3$ , & toutes celles du triangle  $BCD$  qui sont  $\frac{1}{16}a^3$ , dont la somme entiere  $\frac{1}{12}a^3$  marque  $\int xx + \frac{1}{3}vv$  par rapport à toute la figure. Je cherche de même toutes les  $xvdx$  du triangle  $ACD$ , qui sont  $\frac{1}{24}a^3$ , & toutes celles du triangle  $BCD$ , qui sont  $\frac{1}{12}a^3$ , & je les ajoute ensemble, ce qui me donne  $\frac{1}{8}a^3$ . D'où je conclus que la distance  $\frac{\int xx + \frac{1}{3}vv}{\int xvdx}$  du centre d'oscillation à l'axe du mouvement doit être ici  $= \frac{\frac{1}{12}a^3}{\frac{1}{8}a^3} = \frac{2}{3}a$ .

Il en est de même du secteur du cercle  $ACN$ , dans lequel, en faisant  $AB = a$ ,  $AD = c$ ,  $DC = b$ ,  $AL = x$ , &  $LK = v$ , les appliquées  $v$  du triangle  $ADC$  se trouvent  $= \frac{bx}{c}$ , & celles du segment  $BDC$  sont  $= \sqrt{aa - xx}$ .



Mais souvent l'opération devient beaucoup plus courte, en concevant la figure divisée d'une au-

tre manière, comme il arrive dans le même secteur, si on

le conçoit divisé en une infinité de petits secteurs  $AC$ , ou en de petits anneaux  $FK$  concentriques à l'arc  $BC$ . Pour le faire voir, soit d'abord  $AB = a$ ,  $AD = c$ ,  $DC = b$ ,  $AL = x$ ,  $LK = y$ ,  $AF = s$ , & l'arc  $BC = t$ . Cela posé, on trouve sans peine que  $x = \frac{cs}{a}$ ,  $xx + yy = ss$ ,  $c dt = a db$ ,  $dp$  ou  $MK$  (petite portion de la figure)  $= \frac{s ds dt}{a}$ ; ce qui donnera  $xx + yy * dp = \frac{s^3 ds dt}{a}$ , dont l'intégrale, qui est (en faisant  $dt$  constante)  $\frac{s^4 dt}{4a}$ , ou bien (en cas de  $s = a$ )  $\frac{1}{4} a^4 dt$ , marque toutes les  $xx + yy * dp$  par rapport au petit secteur  $AC$ ; & l'intégrale  $\frac{s^3 ds}{a}$  (qui est tel faisant  $s$  &  $ds$  constantes) marque toutes les  $xx + yy * dp$  par rapport à l'anneau  $FK$ . Et partant  $\int xx + yy * dp$  sera  $= \frac{1}{4} a^4 t$  par rapport à tous les secteurs  $AC$ ; & par rapport à tous les anneaux  $FK$ , cette même intégrale sera  $= \frac{s^4}{4a}$  (en mettant  $a$  pour  $s$ )  $= \frac{1}{4} a^4 t$ : de sorte que de l'une & de l'autre manière la valeur  $\int xx + yy * dp$  du secteur entier  $ABC$ , se trouve  $= \frac{1}{4} a^4 t$ . On trouve de même  $x dp = \frac{cs ds dt}{aa}$ , &  $\int x dp$  par rapport au secteur  $AC$  (qui fait  $c$  &  $dt$  constantes)  $= \frac{cs^3 dt}{3aa}$  (en mettant  $a$  pour  $s$ )  $= \frac{acs dt}{3} = \frac{acdb}{3}$ ; Et partant  $\int x dp$  par rapport au grand secteur  $ABC$ , sera  $= \frac{1}{3} aab$ . Ou bien  $\int x dp$  par rapport à l'anneau  $FK$  (qui rend constantes  $s$  &  $ds$ )  $= \frac{ss ds}{aa} * \int c dt = \frac{ss ds}{aa} * \int a db = \frac{bs ds}{a}$ ; Et partant  $\int x dp$  par rapport à tous les anneaux, sera  $= \frac{bs^3}{3a}$  (en mettant  $a$  pour  $s$ )  $= \frac{1}{3} aab$ ,  
comme





| Plan proposé.                           | Valeur de $z$ .      | Quantité $\frac{\int xxx dx}{\int x dx}$ .                                      | La même dans le cas de $x=a$ . |
|-----------------------------------------|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Triangle isoscele susp. par le sommet.  | $\frac{bx}{a}$ .     | $\frac{3}{4}x$ .                                                                | $\frac{3}{4}a$ .               |
| Le même balançant autour de sa base.    | $b - \frac{bx}{a}$ . | $\frac{4ax - 3xx}{2a - 4x}$ .                                                   | $\frac{1}{2}a$ .               |
| Rectangle balançant autour de son côté. | $b$ .                | $\frac{1}{2}x$ .                                                                | $\frac{2}{3}a$ .               |
| Cercle.                                 | $\sqrt{ax - xx}$ .   | $\frac{48x^3 + 8axx - 10a^2x - 15a^3 + 15a^2s}{64xx - 16ax - 24a^2 + 24a^2s}$ . | $\frac{5}{8}a$ .               |

4°. Qui aura compris l'application de ma Regle aux Solides & aux Surfaces, étendra aisément la maniere de l'appliquer aux seules lignes, soit qu'elles se meuvent *in latas*, comme la Courbe  $CAD$  (Fig. 2.), ou qu'elles se meuvent *in planum* comme  $PAQ$ . Car les petites parties  $dp$  de ces sortes de grandeurs, n'étant que les simples élémens  $ds$  des Courbes, il est évident que la quan-

tité  $\frac{\int xx + yy = dp}{\int x dp}$  qui en détermine le centre d'oscillation,

se réduit à  $\frac{\int xx + yy = ds}{\int x ds}$  dans les Courbes qui balancent *in latas*, & à  $\frac{1}{2} \frac{\int xx ds}{\int x ds}$  dans celles qui se meuvent *in planum*,

dans lesquelles  $y$  est nulle : De sorte qu'il ne reste qu'à y substituer la valeur de  $ds$  en  $x$  & en  $dx$ , & à en chercher ensuite l'intégrale. C'est ainsi qu'on trouve pour le

cercle (dont  $ds = \frac{\frac{1}{2}a dx}{\sqrt{ax - xx}} \Big) \frac{\int \frac{ax + yy}{\sqrt{ax - xx}} ds}{\int x ds} = \frac{\frac{1}{2}a as - \frac{1}{2}aay}{\frac{1}{2}as - \frac{1}{2}ay}$  tota-

jours  $= a$ , &  $\frac{\int x x ds}{\int x ds} = \frac{1}{4}a - \frac{x^2}{2s - 2y}$  (en cas de  $x = a$ )  $= \frac{1}{4}a$ .

D'où l'on voit que la circonférence d'un cercle, ou une partie quelconque de cette circonférence, étant mêe *in latius*, doit avoir son centre d'oscillation distant de l'axe du mouvement de la longueur de son diamètre, & que cette circonférence entière mêe *in planum*, doit avoir cette distance égale aux trois quarts de son diamètre.

En voilà, ce me semble, assez pour faire voir que ma Règle s'étend à tout ce que M. Huguenus nous a laissé sur cette matière : car ce qu'il ajoute des figures qui balancent sur un axe pris au dehors de leur circonférence, n'a plus aucune difficulté ; il ne faut qu'apporter quelque temperament en prenant les intégrales, ce qui est facile ; Et ce qu'il dit touchant les plans & les solides obliques, se peut de même déduire sans peine de ce que j'ay déjà dit.

## OBSERVATION

De l'Eclipse de Soleil qui a paru à l'Observatoire Royal  
le 8. Decembre 1703. au Soleil couchant.

PAR M. DE LA HIRE.

C'Est un grand hazard quand le Ciel est assez serein <sup>1703.</sup>  
à l'horizon pour y voir distinctement le Soleil. Le 8. <sup>12. Decem.</sup>  
Decembre 1703, un peu avant le coucher du Soleil, il  
ne sembloit pas qu'il fût possible de l'observer en cer

endroit , à cause d'une grande quantité de nuages qui y étoient étendus. Cependant quelques minutes avant que le Soleil touchât l'horizon , le Ciel s'étoit fort éclairci , & laissoit voir le Soleil dont le bord étoit seulement inégal & découpé , comme il arrive ordinairement par les différentes densités des couches des vapeurs.

J'observai donc le commencement de l'Eclipse autant que je le pûs juger vers les 4<sup>h</sup>. 1'. La grandeur de cette Eclipse dans le tems que le Soleil se cacha , me parut d'un demi-doigt à peu près , & l'arc que la partie éclipsee occupoit sur le bord du Soleil , pouvoit être de 20 degrés. Toute la partie éclipsee descendit sous l'horizon en 47" ; mais il étoit impossible de prendre aucune mesure certaine à cause que le bord paroissoit trop inégal , & sa figure étoit fort aplatie , principalement à l'endroit qui touchoit l'horizon. La partie éclipsee par rapport à un vertical mené par le centre du Soleil & l'horizon , étoit vers le Septentrion à peu près au milieu du quart du Soleil , qui étoit la partie du limbe qui regardoit le Pole.

On avoit averti dans la Connoissance des Tems , que quelques Tables donnoient cette Eclipse , & d'autres ne la donnoient pas ; pour les miennes elles la marquoient assez exactement comme elle a paru. Il faut seulement prendre garde , que tout ce qu'on a dit de cette Eclipse dans la Connoissance des Tems pour des peuples plus à l'Orient que Paris , doit être entendu pour ceux qui sont à l'Occident ; car ceux qui auroient été plus Orientaux que Paris sous le même parallèle , n'auroient pas pû la voir.

## O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse de Soleil du 8. Decembre 1703. à Tours par  
M. Nonnet, envoyée à M. de la Hire.*

**L**E Ciel a été assez serein à Tours vers le Coucher du <sup>1703.</sup>  
Soleil pour faire l'Observation de cette Eclipe. Ce. <sup>15. Dec.</sup>  
pendant quelques nuages & le grand vent avec la proxi-  
mité de l'horison, donnoient assez d'incommodité à l'Ob-  
servateur, pour ne pouvoir pas déterminer la quantité de  
l'Eclipe avec toute l'exactitude qu'il auroit souhaité. Il  
a dû voir cette Eclipe plus grande que nous à Paris, puis-  
qu'il étoit plus à l'Occident de  $1^{\circ} 40'$ , & le Soleil s'y est  
couché plus tard qu'à Paris de près de  $5'$  suivant la Con-  
noissance des Tems, à cause que Tours est plus au midy  
de  $1^{\circ} 23' 20''$ . Voici son Observation.

Le commencement de l'Eclipe à  $3^h \ 57' \ 25''$ .

Doits. Min.

0. 15.

0. 30.

0. 45.

1. 0.

4. 0. 48.

4. 4. 17.

4. 7. 55.

4. 11. 50.

## R E M A R Q U E S

*Sur les inégalités du mouvement des Horloges  
à Pendule.*

PAR M. DE LA HIRE.

**L**Es Astronomes qui ont pris grand soin de regler <sup>1703.</sup>  
leurs Pendules à secondes sur le mouvement des <sup>15. Dec.</sup>  
astres, y ont remarqué des inégalités qu'ils n'ont pû ré-

N n iij

duire à aucune regle certaine. J'ay fait quelques remarques sur ces inégalités dans le Memoire que j'ay lû à l'Academie & qui a été imprimé en 1700, & entr'autres sur celles qui peuvent venir d'une petite lame de ressort que j'avois mise à la place de la soye pour soutenir le Pendule ; car j'avois crû que cette lame n'étant pas sujette aux alterations qui arrivent à la soye par la sécheresse & par l'humidité de l'air, les vibrations du Pendule pourroient être beaucoup plus égales : mais enfin je fus obligé d'ôter la lame & d'y remettre la soye, à cause que j'y remarquois des inégalités bien plus grandes qu'auparavant ; & j'ay trouvé depuis que l'horloge alloit assez justement pour ne pas s'écarter quelquefois du moyen mouvement, d'une seule seconde dans l'espace de quatre jours, où le Pendule fait 345600. vibrations. Mais j'ay aussi remarqué quelquefois, que d'un jour à l'autre il y avoit des changemens assez considerables pour embarrasser un observateur exact, & pour donner de l'exercice à un Philosophe qui en voudroit rechercher la cause, laquelle ne peut être que physique.

Les differens états de l'air semblent être les seules causes des changemens que nous remarquons au mouvement des Pendules : car il est chaud ou froid, sec ou humide, léger ou pesant, rare ou grossier ou épais ; & toutes ces différentes qualités se mêlant ensemble en differens degres, peuvent causer de grandes alterations au mouvement des horloges. Mais pour reconnoître quelque chose de ce qui doit arriver, il faut considerer séparément ces états differens.

On suppose premierement, que si la Cycloïde est bien faite suivant les regles que M. Hugen en a données, tout ce qui peut accélérer où ralentir le mouvement des rouës, ne doit apporter aucun changement à l'horloge, puisqu'il n'en pourroit arriver que des vibrations plus longues ou plus courtes, lesquelles ne laisseroient pas d'être *Isochrones* ou d'égale durée. Ainsi le froid pouvant figer en quelque façon le peu d'huile qui est attaché aux

pivots de rouës, fera que leur mouvement sera plus difficile que dans un temps chaud où l'huile sera plus liquide, & par conséquent les vibrations deviendront plus courtes ; mais elles ne laisseront pas d'être d'égale durée à celles qui sont plus longues, étant rectifiées par la figure de la Cycloïde.

L'humidité qui s'attachera aux rouës & aux pignons pourra causer à peu près le même effet, sans qu'il arrive d'inégalité au mouvement.

Mais quoique la Cycloïde soit la figure nécessaire pour faire que les vibrations longues ou courtes soient isochrones, il falloit considérer, qu'elle ne pouvoit avoir lieu que lorsque la suspension n'auroit aucune grosseur ou épaisseur, ce qui est impossible dans l'exécution, c'est-pourquoy, puisqu'on se sert d'un fil de soye tortillé qui est assez gros pour soutenir la lentille du pendillon ou pendule qui est pesante, & qu'on ne doit rien négliger de ce qui peut contribuer à la justesse de ce mouvement, il ne faut pas que la figure soit une Cycloïde, mais une ligne parallele à la Cycloïde, laquelle en soit éloignée vers la partie concave, de la moitié de l'épaisseur du fil, afin que l'axe ou le milieu de ce fil décrive exactement la Cycloïde, comme je l'ay expliqué dans mon *Traité des Epicycloïdes* qui doivent servir au mouvement des *Machines*.

On peut aussi remarquer que les petits filers de soye qui composent le fil, sont secs & roides, & qu'ils peuvent par conséquent souffrir tous ensemble des alterations considérables, & à peu près semblables à celles de la lame de ressort, qui est plus roide dans des tems froids & secs & plus molle dans des tems chauds, mais c'est un accident qu'on ne peut éviter quand on se sert d'une suspension flexible pour le pendule ; c'est pourquoy on pourroit éprouver celle que j'ay proposée dans les *Mémoires* de l'année 1700.

Si l'on considère les differens états de l'air par rapport au pendule & non pas par rapport au rouage de l'hor-

loge, on y remarquera tant de differens accidens, qu'à peine pourroit-on croire que l'horloge pût aller également une heure entiere, pendant laquelle le pendule fait 3600 vibrations ou battemens.

On sçait que la chaleur du Soleil en Eté est assez forte pour échauffer une barre de fer de 6 piés de longueur, & la rendre plus longue qu'elle n'étoit en Hiver, ayant été exposée à la gelée, de  $\frac{1}{3}$  de ligne, comme je l'ay reconnu par une experience très exacte que j'en ay faite autrefois. C'est pourquoy ces deux états differens de l'air sur la longueur de la verge du Pendule, qui doit être de 3 piés 8 lignes  $\frac{1}{3}$  pour battre les secondes, la pourroient changer de  $\frac{1}{3}$  de ligne, ce qui causeroit une difference très considerable dans la durée des vibrations du Pendule, puisqu'elle pourroit aller jusqu'à 32" par jour. Mais comme ce cas ne pourroit arriver que lorsque l'Horloge seroit exposée à l'air & au Soleil dans ces deux saisons, ce qui n'est pas ordinairement, on n'y remarque pas de si grands changemens. Il arrive quelquefois d'assez grandes differences de chaleur d'un jour à l'autre & de la nuit au jour pour faire allonger ou raccourcir la verge du Pendule, ce qui pourra ralentir ou accélérer le mouvement de l'horloge, de quelques secondes, comme nous le remarquons aussi quelquefois, ce qui peut venir par cette seule cause. C'est pourquoy dans l'usage qu'on fait des Horloges à Pendule pour les Observations celestes, où il est nécessaire de connoître l'heure dans la dernière justesse, il faut les placer dans un lieu où elles soient le plus à l'abry qu'il est possible, de toutes les injures de l'air.

L'humidité, la sécheresse, la densité & la rareté de l'air peuvent aussi causer des alterations considerables au mouvement du Pendule. Car lorsque l'air sera humide, c'est à dire, lorsqu'il sera rempli de quantité de petites particules d'eau qui y demeurent suspendues, ou lorsqu'il est dense ou épais, le Pendule aura plus de peine à le fendre, & il semble que ses vibrations doivent être  
alors.

alors de bien plus longue durée que lorsqu'il est sec ou rare. Car nous savons par expérience qu'une plume très-legere tombe dans un tuyau dont on a pompé l'air, presque aussi vite qu'une pierre fait dans l'air. Mais comme on ne doit pas juger de ce qui doit arriver dans ces sortes de rencontres sans en faire l'expérience lorsqu'il est possible de la faire, j'ay crû que si l'air humide ou épais peut rendre les vibrations de plus longue durée qu'un air sec & rare, on devoit appercevoir une très-grande différence entre le mouvement du Pendule dans l'air & dans l'eau. Pour connoître ce qui en étoit, j'ay fait un Pendule à demi-secondes avec une bale de plomb de 2 onces de pesanteur laquelle étoit suspendue à un fil delié, & je l'ay mis en mouvement dans l'eau. J'ay remarqué d'abord que les grandes vibrations se raccourcissoient promptement, & que le mouvement s'arrêtoit sensiblement après 1 minute & un peu plus. Mais comme je me persuadois que ces vibrations dans l'eau devoient être au moins d'une seconde chacune, lesquelles n'étoient que d'une demi-seconde dans l'air, j'ay été fort surpris de voir qu'elles me paroissent presque aussi promptes ou d'égale durée à celles qui se faisoient dans l'air. Pour les mesurer exactement j'ai fait compter les vibrations du Pendule de l'Horloge à seconde, pendant une minute, & à même tems je comptois les vibrations du Pendule à demi seconde, dans l'eau d'un grand vaisseau plat, où la bale étoit enfoncée d'un demi-pouce environ, & j'ay trouvé après avoir repeté plusieurs fois la même expérience, que le Pendule dans l'eau ne faisoit que 112 vibrations au lieu de 120 qu'il auroit faites dans l'air pour une minute.

J'ay fait aussi la même expérience avec un Pendule simple à secondes dont la bale qui étoit de plomb, pesoit 5 onces, & j'ay trouvé comme dans l'autre que les grandes vibrations duroient fort peu de tems, & que le Pendule s'arrêtoit presque entièrement après deux minutes. Mais il ne faisoit dans l'eau que 114 vibrations pendant



que le Pendule de l'Horloge en faisoit 120 dans l'air pour 2 minutes. Ainsi le retardement que l'eau cause aux vibrations du Pendule est de 3" par minute. J'aurois souhaité de faire les observations de ces différences de vibrations dans l'eau & dans l'air pendant 20' ou 30', pour connoître plus exactement leur différence, & voir quel rapport il y avoit dans le retardement des vibrations dans l'eau, sur ces Pendules de différente longueur; mais je n'ay pû aller plus loin.

Puisqu'un Pendule à secondes perd dans l'eau 3" par minute, il perdrait en un jour 4320". Mais si nous supposons que cette diminution du mouvement des Pendules, vient de la densité du milieu; & si l'air est dense ou épais par le poids dont il est chargé, sans avoir égard au plus ou au moins de particules d'eau qui y sont mêlées, il s'en suivra que si la pesanteur de l'air change seulement d'un 28<sup>e</sup> comme on le remarque assez souvent dans le Barometre, la 28<sup>e</sup> partie de 4320" de retardement du Pendule dans l'eau pour un jour, laquelle est 154", sera la diminution ou bien le retardement de l'Horloge dans l'espace d'un jour par rapport à ces deux différens états de l'air. Mais on n'a jamais remarqué dans les Horloges à Pendule, une aussi grande différence que celle-là; on ne peut donc pas dire, que les différens poids dont l'air peut être chargé, puissent causer ses différentes densités; ou bien il faut avouer que ses différentes densités ne font pas sur le mouvement d'un Pendule, le même effet que la densité de l'eau, ce qui peut venir de la différente configuration des parties de ces deux corps, dont celles de l'air, quoique fort serrées & pressées, pourront être facilement séparées, & au contraire celles de l'eau le peuvent être très difficilement, étant adhérentes les unes aux autres. On pourroit encore ajouter que les dernières vibrations dans l'eau étant plus courtes que les premières, elles vont plus vite.

Ce seroit aussi pour cette raison que l'air, quoiqu'il fût rempli de particules d'eau, n'apporterait que peu ou

point de retardement au mouvement du Pendule, en ce que toutes ces particules n'ayant point de liaison les unes aux autres, mais étant toutes séparées par les particules de l'air, pourroient être très-facilement déplacées entre les particules de l'air, où elles sont flottantes.

Mais si ces particules d'eau ne causent point de retardement au mouvement du Pendule par la difficulté à être déplacées, elles peuvent y causer un changement assez considérable par un autre moyen. Si l'air de sec qu'il étoit devient humide, il est certain qu'une très grande quantité de ces particules d'eau doivent s'attacher à la superficie de la verge, & à celle du poids du Pendule, & même elles peuvent pénétrer un peu cette verge & ce poids, & par conséquent elles feront comme un enduit sur la verge & sur la lentille du poids, qui aura son centre d'oscillation différent de celui du composé de la verge & du poids, c'est pourquoi le centre d'oscillation étant alors différent de ce qu'il étoit auparavant, la durée des vibrations ne sera pas la même qu'elle étoit. Ce n'est pas qu'on ne puisse remédier en quelque façon à cet accident, en se servant pour Pendule d'un cylindre dont la base soit petite, & qui soit homogène dans toute sa longueur, lequel étant suspendu par l'extrémité de son axe, auroit à très peu près un même point pour centre d'oscillation de sa superficie & de son corps, & par conséquent quelque changement qu'il arrivât à cette superficie, pourvu qu'il fût égal dans toutes ses parties, le mouvement du Pendule n'en seroit point altéré sensiblement. Ce seroit la même chose, si au lieu d'un cylindre on se servoit d'un parallépipède, pourvu qu'il fût aussi suspendu par l'extrémité de son axe.

Enfin si la Cycloïde étoit mal faite, elle pourroit causer de nouvelles irrégularités au mouvement du Pendule suivant que ses vibrations seroient plus longues ou plus courtes, dont il s'en formeroit plusieurs autres par leur combinaison avec les premières.

Pour ce qui regarde les différentes longueurs du Pen-

dule dans differens climats, il me semble qu'on y peut faire quelques remarques ; car M. Picard avoit observé à Vranibourg & à Bayonne où j'étois avec luy, que la longueur du Pendule simple à seconde, étoit exactement la même qu'à Paris. On fit une grande attention à cette observation de Bayonne, à cause qu'on sçavoit ce que M. Richer en avoir raporté de Cayenne. Vranibourg & Bayonne sont éloignés l'un de l'autre en latitude de plus de 12 degrés, & entre Bayonne & Cayenne la difference de latitude est de  $38^{\circ}$ , car Cayenne est à peu près à  $5^{\circ}$  de latitude Boreale, ce qui donne seulement une difference à peu près triple de la premiere, pour laquelle on trouve  $\frac{1}{4}$  de ligne de diminution de la longueur du Pendule. On doit donc conclure de-là que cette difference de longueur ne devient fort sensible qu'en s'approchant de la ligne.

Mais plusieurs années après MM. Varin, des Hayes & de Glos ayant été envoyées vers la ligne pour y faire quelques observations Astronomiques, trouverent que dans l'Isle de Gorée, qui est à  $14^{\circ}$  de latitude Boreale, la longueur du Pendule simple à seconde devoit être plus courte qu'en France de 2 lignes. Les observations faites à Cayenne & à Gorée ne laissent aucun lieu de douter qu'elles ne soient très certaines & très exactes par toutes les circonstances qui y sont raportées. Cependant si l'on avoit voulu conclure cette difference de longueur du Pendule pour Gorée par celle de Cayenne, on auroit dit que celle de Gorée devoit être seulement plus courte qu'à Paris de  $\frac{1}{4}$  de ligne environ, & l'observation la donne de 2 lignes entieres. Au contraire si de celle de Gorée on avoit conclu celle de Cayenne, on l'auroit posée de 3 lignes environ, & elle n'a été trouvée que de  $\frac{1}{4}$  de ligne.

Ces grandes differences ne peuvent s'accorder en aucune façon avec les hypotheses que M. Mariotte a faites dans son Traité du Mouvement des Eaux, & M. Huguens dans son Traité de la Lumiere, & il faut en cher-

cher d'autres pour expliquer pourquoy la longueur du pendule est la même dans les latitudes de  $55^{\circ} \frac{1}{2}$ , & de  $43^{\circ} \frac{1}{2}$ , & qu'à  $14^{\circ} \frac{1}{2}$  elle est de 2 lignes plus courte, & à  $5^{\circ}$  de  $\frac{1}{4}$  de ligne seulement. Mais ne pourroit-on point soupçonner que cette différente longueur du Pendule n'est point réelle, mais seulement apparente, & qu'elle ne vient que de la mesure dont on s'est servi. Car il est très-vrai que les métaux & généralement tous les corps s'étendent considérablement à la chaleur, & se resserrent au froid. M. Picard dit que sur un pié de longueur il a observé un allongement de  $\frac{1}{4}$  de ligne; & par conséquent sur la longueur du pendule ce seroit  $\frac{1}{4}$  de ligne, au lieu que je n'ay trouvé que  $\frac{1}{4}$  de ligne. Cette différence pourroit venir des manieres différentes dont les observations ont été faites; car M. Picard ayant exposé les corps à la gelée, les mettoit ensuite auprès du feu, & pour moy je les ay seulement exposés au Soleil l'esté suivant. On pourroit donc dire que vers la ligne & entre les Tropiques où les chaleurs sont fort grandes, les métaux s'étendent & s'allongent très-considérablement au-delà de ce qu'ils font dans ces païs-ci, & peut-être encore par une cause particuliere des vapeurs & des exhalaisons qui les pénètrent, comme on sçait qu'elles sont très-pénétrantes en ces païs là; & enfin plus dans un temps que dans un autre, & plus dans un lieu que dans un autre. C'est pourquoy ces causes d'extension qui ne sont pas considerables dans ces païs-ci, peuvent être très-différentes à Gorée & à Cayenne, & dans des temps différens; car on est persuadé que vers les Tropiques les chaleurs sont bien plus fortes que vers la ligne. Et si la verge de fer de 3 pieds mesurée à Paris au temps du départ de M. Richer, s'est allongée à Cayenne de  $\frac{1}{4}$  de ligne, il doit avoir trouvé la longueur du pendule simple à seconde mesurée avec cette verge; plus courte qu'à Paris de  $\frac{1}{4}$  de ligne, quoy qu'effectivement elle ait été la même dans ces deux lieux. De même si à Gorée la mesure s'est allongée de deux lignes plus qu'elle n'étoit à Paris, la longueur du pendule simple à

seconde y aura paru plus courte qu'à Paris de deux lignes. C'est ce qui me paroît de plus vrai-semblable sur ce Phenomene. Si cela étoit ainsi la mesure universelle du pendule demeurerait toujours la même & par toute la terre, & il faudroit regler les mesures particulieres sur cette mesure, en prenant la longueur du pendule simple pour 3 piés ou pour une demi-toise.

*Examen de la démonstration que Messieurs Mariotte & Huguens donnent des differentes longueurs du pendule simple à seconde, en differens endroits de la terre.*

Il ne s'agit ici, suivant M. Mariotte, que de démontrer si les corps tombent plus lentement sous l'Equinoxial que par tout ailleurs; & s'ils tombent plus vite à proportion qu'on s'approche plus des poles. C'est ce qu'il prétend faire dans son *Traité du mouvement des Eaux*, page 245, en supposant le mouvement de la terre autour de son axe.

Il dit que le mouvement de la terre donne à l'air une impression qui le fait tendre à s'écarter de son axe avec une vitesse proportionnée à celle de son mouvement; & que ce mouvement étant plus grand vers l'Equinoxial que vers les poles, l'effort qu'il fait vers l'Equinoxial est plus grand que celui qu'il fait vers les poles, & c'est de ce different effort qu'il conclut que les corps qui sont dans l'air, sont repoussés & écartés de la terre avec plus de force proche de l'Equinoxial, pour les empêcher de tomber, que lorsqu'ils sont proche des poles.

Ce raisonnement de M. Mariotte n'est fondé que sur la supposition que l'air qui environne la terre, en est retenu par son mouvement autour de son axe; peut être ayant été persuadé de cet effet par une expérience commune, qui est, que si l'on fait mouvoir dans l'air un corps irrégulier, l'air frappé par ses inégalités, tend à s'écarter

du corps par des lignes perpendiculaires au mouvement du corps; mais il me semble qu'il ne peut pas arriver la même chose au globe de la terre, en supposant son mouvement journalier autour de son axe.

Car premièrement il y a trop peu de terres, & leurs inégalités sont trop petites par rapport aux surfaces unies des eaux pour écarter sensiblement l'air de la terre, & par conséquent le mouvement seul de la surface de la terre, feroit que tous les corps de cette surface choqueroient l'air avec une vitesse aussi grande qu'est celle de ces corps; laquelle on pourroit prendre pour un vent tres-violent d'Orient en Occident, qui n'auroit pourtant aucune détermination à s'écarter de la surface de la terre, & les causes particulières des vents ne pourroient pas avoir assez de force pour lui résister. Si l'on apperçoit entre les Tropiques quelque mouvement d'Orient en Occident, il y a aussi assez souvent de grands calmes, & l'on pourroit donner d'autres raisons physiques de ce mouvement, que celui de la terre; & de plus quel rapport y a-t-il entre la vitesse de ce vent, & celle de la surface de la terre qui fait en un jour 9000 lieues?

Il faut donc demeurer d'accord que l'atmosphère qui environne la terre de tous côtés, ne fait que comme un même corps avec elle; & dans la supposition du mouvement de la terre autour de son axe, l'atmosphère est emportée comme la surface. D'où il suit qu'une pierre qui tomberoit dans cette atmosphère ne pourroit recevoir aucune impression du mouvement de la terre, comme il arriveroit à une bale de plomb qu'on laisseroit tomber dans un vaisseau plein d'eau, pendant que le vaisseau seroit emporté d'un mouvement horizontal fort prompt: car on ne fait aucun doute que cette bale ne tombe dans le fond du vaisseau au même endroit où elle tomberoit si le vaisseau étoit en repos, puisqu'effectivement l'eau qui est contenue dans le vaisseau, y est en repos par rapport à la masse de l'eau, & aux parois du vaisseau pendant qu'il est en mouvement.

Et s'il étoit possible que l'air fût écarté de la surface de la terre par le mouvement de la terre, comme M. Mariotte le suppose, soit par une tangente qui s'écartoit de l'Orient vers l'Occident, soit par un rayon du centre vers la circonférence, il arrivera toujours que le poids du pendule qui descend & qui remonte dans la même vibration, qui va d'un côté dans une vibration, & de l'autre dans la suivante, sera autant accéléré en remontant que retardé en descendant, & autant accéléré d'un côté que retardé de l'autre; d'où il suit qu'il ne doit arriver par cette cause aucun changement à la durée des vibrations du pendule.

Mais enfin quand on accorderoit à M. Mariotte tout ce qu'il prétend conclure de son hypothèse, il s'ensuivroit toujours que pour les degrez qui seroient plus proche des poles, l'augmentation de vitesse du mouvement du pendule seroit beaucoup plus grande que pour les degrez qui seroient vers l'Equateur; puisque cette augmentation seroit dans la raison de la diminution du mouvement de la matiere, qui seroit celle des sinus du complément des degrez de la latitude, lesquels diminuent bien plus vite en s'approchant des poles que vers l'Equateur, ce qui est contre l'observation faite à Vranibourg & à Bayonne; & encore contre l'irregularité qui s'est trouvée entre Cayenne & Gorée.

Pour M. Huguens qui n'a imprimé son Traité de la Lumière que plusieurs années après que le Mouvement des Baux de M. Mariotte a été donné au public, il dit, *qu'on ne peut douter que ce ne soit une marque que les corps descendent plus lentement vers l'Equinoxial qu'en France.* C'est aussi ce que M. Mariotte avoit supposé, & pour sa démonstration il ajoute; *qu'il connut aussi tôt qu'on lui eût communiqué ce nouveau Phenomene, que la cause en pouvoit être rapportée au mouvement de la terre, qui étant plus grand en chaque pays, selon qu'il approche plus de la ligne Equinoxiale, doit produire un effet plus grand à rejeter les corps du centre, & leur ôter par là une certaine partie de leur pesanteur.* Il est facile à voir par ses propres paroles que je viens de rapporter,

rapporter, qu'il se sert de la même hypothèse que M. Mariotte, & il détermine ensuite la quantité de la diminution de cet effort par son Theorème 3<sup>e</sup>. *De vi centrifuga*. C'est pourquoy toutes les raisons que j'ay rapportées contre l'explication de ce Phenomene par M. Mariotte, serviront aussi comme celle-ci, qui ne conclut que la même chose du même principe. D'où enfin je dis qu'il doit-y avoir quelqu'autre cause de cet effet, laquelle ne dépend point du mouvement de la terre.

Pour ce qui regarde l'observation il semble d'abord qu'elle est tres-facile à faire, puisqu'on peut compter les vibrations du pendule simple pendant une heure, où il demeure toujours en mouvement après qu'il y a été mis d'abord, & que si le pendule devoit être plus court de deux lignes, celui qui seroit de deux lignes plus long, feroit en une heure environ 8 vibrations de moins que l'autre, ce qui est une trop grande difference pour s'y tromper. Ce sera la même chose dans les autres longueurs à proportion. Cependant il faut remarquer que si l'on se sert d'un fil de pite pour soutenir le poids, quelque délié que ce fil puisse être, il est toujours plat, & il arrive que les dernières vibrations deviennent ordinairement tournantes de droites qu'elles étoient d'abord, comme je l'ay éprouvé, à cause que ce fil fendant l'air obliquement dans son mouvement, écarte le pendule d'un côté en allant, & de l'autre en revenant, ce qui lui donne peu à peu une détermination à tourner. J'ay aussi observé que ces dernières vibrations tournantes qui devroient être plus courtes que les premières, à cause qu'elles ont moins d'étendue, sont de plus longue durée que les droites, ce qui peut imposer dans l'observation. Et si M. Picard a eu égard à ces vibrations tournantes, & que ces autres Messieurs qui ont observé vers la ligne n'y aient pas fait d'attention, ils auront trouvé bien moins de vibrations pendant une heure au pendule simple qui alloit un peu en tournant, qu'il ne devoit y en avoir en effet si les vibrations n'eussent point tourné, & c'est ce qui les aura



fait juger qu'il falloit raccourcir le pendule pour lui faire faire les vibrations en moins de tems.

J'ay dit dans le commencement de ce Memoire qu'on ne remarquoit pas dans le mouvement du pendule de l'horloge d'aussi grands changemens qu'il devoit en arriver par les differentes condensations de l'air, en voici un exemple.

*Observations du Barometre &c) de la Constitution de l'air, depuis le 22 jusqu'au 29 Novembre 1703.  
au matin.*

|       |              |          |                      |                  |
|-------|--------------|----------|----------------------|------------------|
| Le 22 | Le Barometre | 27 pouc. | 4 $\frac{1}{2}$ lig. | Ciel broüillé.   |
| 23    |              | 27       | 1                    | Pluie.           |
| 24    |              | 27       | 3 $\frac{1}{2}$      | Pluie.           |
| 25    |              | 27       | 9 $\frac{1}{2}$      | Serein.          |
| 26    |              | 28       | 1 $\frac{1}{2}$      | Gros broüillard. |
| 27    |              | 27       | 11 $\frac{1}{2}$     | Gros broüillard. |
| 28    |              | 27       | 9 $\frac{1}{2}$      | Broüillard.      |
| 29    |              | 27       | 7 $\frac{1}{2}$      | Serein.          |

J'ay trouvé par les observations du passage du Soleil par le meridien & par l'Equation de l'horloge, qu'entre le 22 & le 25, où le Barometre avoit été fort bas & à mediocre hauteur, & le tems en partie pluvieux & partie serein, que l'horloge avoit avancé sur le moyen mouvement du Soleil de 9"  $\frac{1}{2}$  par jour; & qu'entre le 25 & le 26, où le Barometre étoit fort haut, ce qui marquoit une tres grande condensation de l'air avec un tres gros broüillard, que l'horloge n'avoit avancé que de 6", ce qui montreroit un retardement du mouvement du pendule de 3'  $\frac{1}{2}$  pour un jour. Mais depuis le 26 jusqu'au 29, où le Barometre a toujours été assez haut avec beaucoup de broüillard, l'horloge avoit avancé de 9" par jour. D'où il est facile à voir que pour une difference tres grande de la constitution de l'air, où sa pesanteur & le broüillard joints ensemble auroient dû retarder de beaucoup le mouvement

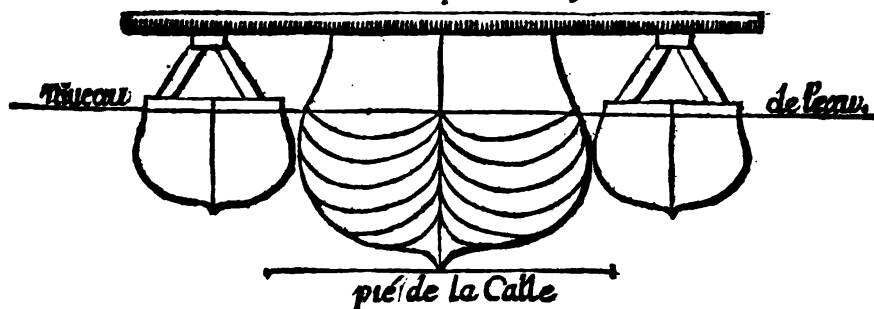
du pendule, comme je l'ay remarqué cy-devant, il ne s'est pourtant trouvé que tres-peu de secondes, ce qui pourroit être attribué à d'autres causes particulieres.

## M O T E N

*Pour faire monter un grand Vaisseau sur la calle telle qu'elle est construite dans le Port de Toulon, sans se servir d'aucunes machines.*

PAR M. DE LA HIRE.

*Mats arrêté au Corps du Vaisseau.*



**I**L faut qu'il y ait des deux côtez de la calle un fossé où l'eau y soit par tout de 6 piés de hauteur environ, & que ce fossé soit assez large pour y tenir de petits bâtimens ou barques suivant leur largeur, & ces bâtimens ne doivent tirer d'eau, étant autant chargés qu'ils peuvent l'être, que les 6 piés qui sont dans le fossé.

1703.  
22, Dec.

Le grand Vaisseau qu'on veut faire monter sur la calle ayant été conduit contre la calle, on placera des deux côtez deux ou quatre ou six des petits bâtimens autant qu'il sera necessaire pour l'operation suivante, & on les remplira d'eau, tant qu'ils ne coulent pas à fond.

Ensuite on placera de grands mats qui traversent la largeur du grand Vaisseau, & qui passent au-delà des deux.

P p ij

côtés, pour être soutenus sur des chevalets placés & arrêtés sur le tillac des petits bâtimens, comme on le voit dans la Figure. On arrêtera bien ferme les mats avec le corps du grand Vaisseau, soit avec des chaînes ou cables qui l'embrassent par-dessous, & qui soient attachées aux mats ou autrement.

Ce qui étant fait, on commencera à vider toute l'eau des petits bâtimens, lesquels s'élèveront à mesure vers la surface de l'eau; & élevant aussi les mats qu'ils portent, ils élèveront le corps du grand Vaisseau autant qu'ils se seront élevés.

Alors dans cet état on fera avancer le grand Vaisseau avec les petits bâtimens sans aucune peine, jusqu'à la rencontre de la calle sur laquelle il sera monté de la quantité de l'élévation des petits bâtimens, & on l'arrêtera sur la calle en cet endroit, en telle sorte qu'il ne puisse pas retomber ou glisser vers le pié de la calle lorsque les petits bâtimens ne le soutiendront plus.

Ce qui étant fait on rechargera d'eau les petits bâtimens comme la première fois, & l'on y placera dessus d'autres chevalets que les premiers, lesquels soient assez hauts pour toucher les mats qui traversent le grand Vaisseau.

Maintenant si l'on vide l'eau des petits bâtimens, ils s'élèveront & souleveront aussi les mats comme ils ont fait d'abord, & par conséquent ils élèveront aussi le corps du grand Vaisseau auquel les mats sont attachés, en sorte que le grand Vaisseau ne touchera plus la calle à l'endroit où il étoit, & on le conduira contre la calle comme on a fait la première fois; mais il y sera beaucoup plus élevé. On le retiendra encore en cet endroit par le moyen de gros cables qui seront arrêtés au haut de la calle.

Par ce moyen en repetant l'operation autant de fois qu'il sera nécessaire, on pourra faire monter le Vaisseau au haut de la calle & le tirer entierement hors de l'eau, pourvu que la quantité de l'eau dont on remplit tous les petits bâtimens soit égale au moins en volume à celle que

le grand Vaisseau occupe d'abord avant que de commencer à monter sur la calle. Et comme on peut mesurer facilement l'espace ou le volume que le grand Vaisseau occupe dans l'eau ; on aura par ce moyen la grandeur & le nombre des petits bâtimens qu'il faudra employer pour faire monter le Vaisseau.

Lorsque j'ay dit que les fossés qui doivent être aux deux côtés de la calle auront 6 piés de profondeur d'eau , ce n'est que pour établir une mesure moyenne ; car si l'eau y est plus profonde , on pourra y mettre de plus grands bâtimens pour élever le Vaisseau ; & s'il n'étoit pas possible qu'elle eût cette profondeur , il faudra se servir de bâtimens plus plats & en plus grand nombre , c'est-à dire , autant que la longueur du Vaisseau le pourra permettre , étant rangés à côté suivant leur longueur.

Il faut remarquer que lorsque le Vaisseau aura commencé à monter sur la calle , la partie de l'avant sera plus élevée que celle de l'arriere ; c'est pourquoy les petits bâtimens qui seront placés à côté vers l'avant , doivent avoir des chevalets plus hauts pour soutenir les mats qui sont en cet endroit-là , que ceux qui sont vers l'arriere , afin que tout le corps du Vaisseau s'éleve dans la même inclinaison qu'il étoit posé sur la calle.

Il sera aussi tres-necessaire de mettre sous le Vaisseau un berceau pour le retenir sur la calle sans qu'il panche d'un côté ni d'autre , & pour le garantir des accidens qui pourroient lui arriver par son propre poids.



# PERSICARIA ORIENTALIS,

NICOTIANÆ FOLIO,

*Calyce florum purpureo Coroll. hist. rei herbar. 38.*

PAR M. TOURNEFORT.

Cette espece de Persicaire est la plus grande & la plus belle qu'on ait encore découverte. Sa racine est épaisse au collet d'environ deux poüces, gonflée en maniere de tête, d'où naissent des fibres fort touffues, longues d'un pied & demi ou de deux pieds, épaisses de deux lignes, tortuës, dures, roussâtres, garnies de beaucoup de chevelu. La tige s'élève à la hauteur de cinq ou six pieds, droite, dure, ferme, épaisse d'un pouce, noueuse, vert gay, legerement veluë & canelée, creuse d'un nœud à l'autre, accompagnées de feuilles alternes, longues d'un pied & davantage, sans compter leur pedicule qui a quelquefois demi-pied de longueur sur deux ou trois lignes d'épaisseur, arrondi sur le dos, sillonné en devant & rougeâtre. Ce pedicule est relevé vers le haut de deux aîles qui vont joindre les oreilles de la feuille. Il embrasse la tige par une base assez large, laquelle s'élève en maniere de gaine ou de tuyau, terminé par une espece de fraise ou de collet. C'est principalement ce pedicule qui distingue les feuilles de la Persicaire que l'on décrit, de celles de la Nicotiane ou Tabac, car d'ailleurs elles en ont assez la grandeur & le port, leur largeur est d'environ neuf poüces. Elles sont partagées à leur base en deux grandes oreilles, d'où elles prennent un tour ovale qu'elles conservent assez jusques au delà de leur moitié, & se terminent enfin par une pointe fort aiguë. Ces feuilles sont un peu ondées sur les bords, vert pâle, déliées, douces, parsemées de poils fort courts, relevées

d'une côte, laquelle en distribuë de plus petites qui vont se perdre insensiblement vers les bords. Les feuilles d'embas se fanent aux premières chaleurs, les autres subsistent jusques à l'entrée de l'hiver. De leurs aisselles & de leurs graines naissent plusieurs branches au-delà de la moitié des tiges, & ces branches sont plus velues que le reste. Leurs feuilles diminuent jusqu'au haut, mais elles ne perdent ni leurs pedicules ni leurs graines. Des aisselles de ces feuilles sortent des queues longues d'un pied & demi, ou de deux pieds, velues, divisées en quelques brins chargez de fleurs en épi fort serrées: Ces brins ont quelquefois près d'un pied de long en Asie; ils sont penchez en bas, & de loin ils ressemblerent fort à cette espèce d'Amaranthe qu'on appelle Queue de Renard. Chaque fleur est à cinq ou six étamines blanchâtres, très-déliées, longues seulement de deux lignes, chargées de petits sommets blanchâtres aussi, quelquefois purpurins. Le calice qui fait toute la beauté de la fleur, est un bassin de deux lignes & demi de haut, couleur de pourpre éclatant divisé jusques vers le fond en cinq parties terminées en tiers point ou arcade gothique. Le Pistile qui n'a qu'une ligne de long est assez rond, applati & surmonté par deux petits filets crochus. Il grossit dans la suite & devient une graine haute d'une ligne, un peu plus large, assez arrondie quoique terminée par un petit bec. Cette graine est d'abord chatain clair, puis brune tirant sur le noir lorsqu'elle est meure, plate, légèrement enfoncée des deux côtes; la partie charnuë en est blanche.

La racine de cette plante bien machée a quelque chose de stiptique. Les feuilles sont d'un goût d'herbe mucilagineux, puis relevé. La fleur est sans odeur.

Je ne sçay en quel endroit du Levant cette plante vient naturellement. On la cultive à Teflis capitale de Georgie dans le Jardin du Prince. Je l'ay vûë aussi dans celui du Patriarche des Armeniens aux trois Eglises proche le Mont Ararat; mais on ne sçût m'informer d'où cette plante leur étoit venue. J'ay appris depuis mon retour en

France que les Armeniens ne la cultivoient pas seulement pour la beauté, mais pour les grandes vertus qu'on lui attribue, & ces vertus sont semblables à celles de la Persicaire ordinaire que C. Bauhin appelle *Persicaria mitis, maculosa & non maculosa* Pin. Cette dernière espèce est un des plus grands vulnéraires que je connoisse. Sa décoction en vin arrête la gangrène d'une manière surprenante, ce que la décoction de la Curage qui est la Persicaire brûlante ne fait pas. Il est vrai qu'il ne faut pas toujours juger de la qualité des médicamens par leur saveur & par leur odeur; car le Stryax liquide n'arrête pas moins la gangrène que l'arsenic & que le sublimé corrosif. Des Armeniens m'ont assuré que cette belle Persicaire que l'on vient de décrire bottillie dans du gros vin, & appliquée sur les endroits menacés ou attaqués de gangrène, en arrêtoit le progrès sans qu'il fût nécessaire de faire des scarifications. Ils graissent l'escarre avec du suif pour la faire détacher, on donne à boire la même décoction en vin dans le temps que l'on baigne les plaies.

Cette Persicaire à Paris doit être semée sur couche, où il faut la laisser jusqu'au commencement de l'hiver; parce que la plante ne fleurissant que tard, les graines auroient de la peine à bien meurir, si elle n'étoit élevée dans une bonne terre, bien chaude & bien mouillée.

pag. 304. Pl. XI.

*Nicotiana*  
*urpurea* .  
b. 38 .





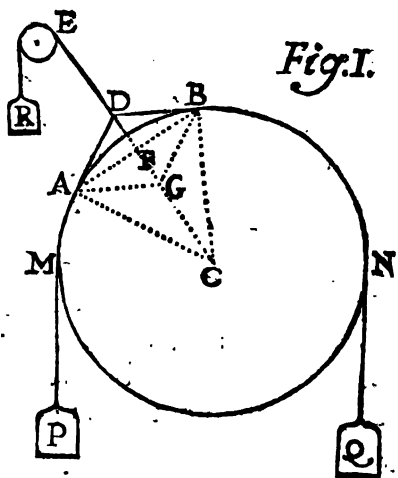
*DU FROTEMENT D'UNE CORDE  
AUTOUR D'UN CILINDRE  
IMMOBILE.*

PAR M. SAUVEUR.

**I**L est difficile de considérer sans admiration l'effet du frottement d'une corde autour du cylindre immobile, 1703.  
14. Juillet, puisqu'avec une puissance fort médiocre cette corde soutient un poids très considérable : J'ay crû que l'effet de ce frottement méritoit bien qu'on en cherchât la cause ; & pour la découvrir j'ay supposé d'abord une corde très flexible, capable de frottement sans pouvoir s'allonger, & sur ces suppositions j'ay formé les Propositions suivantes.

I. PROPOSITION.

Soit un cylindre horizontal & immobile dont le centre soit  $C$  ; sur ce cylindre soit passée une corde  $PMBNQ$ , aux extrémités de laquelle soient suspendus deux poids égaux  $P$ ,  $Q$  ; soit pris un point  $D$  dans la partie de cette corde qui s'appuie sur le cylindre ; à ce point  $D$  soit attaché une autre corde  $DE$  tirée par le poids  $R$ . Selon la direction  $CDE$  qui



*Fig. I.*

passé par le centre  $C$  du cylindre, le poids  $R$  tirera le point  $D$  de la première corde, en sorte que les parties  $DB$ ,  $DA$ ,

1703.

Qq

seront tangentes au cylindre. Tirez la sous-tendante  $AB$  & le rayon  $AC$ . Je dis que le poids  $P$  sera au poids  $R$ , comme le rayon  $CA$  du cylindre est à la sous-tendante  $AB$ .

Tirez le rayon  $BC$ , & les lignes  $AG$ ,  $BG$ , parallèles à  $DB$ ,  $DA$ . Les Méchaniques nous apprennent que la force  $P$  qui tire la corde  $AD$ , est à la force  $R$  qui tire la corde  $DE$ , comme  $AD$  est à  $DG$ ; c'est-à-dire comme le rayon  $CA$  est à la sous-tendante  $AB$ , à cause que les triangles  $ADG$ ,  $CBA$  sont semblables.

I. COROLLAIRE. Si l'arc  $AB$  est infiniment petit, le poids  $P$  sera au poids  $R$ , comme le rayon  $CA$  est à l'arc  $AB$ , qui sera alors égal à la sous-tendante.

II. L'arc  $AB$  étant infiniment petit, & ôtant le poids  $R$ , le point  $D$  touchera alors le cylindre qu'il pressera avec une force égale au poids  $R$ . Donc le poids  $P$  est au pressement de la corde contre chaque partie infiniment petite du cylindre, comme le rayon de ce cylindre, est à chacune de ces parties.

III. Le poids  $P$  est au pressement de la corde contre la partie  $MBN$  sur laquelle elle s'applique, comme le rayon du cylindre est à la somme des parties infiniment petites dont cette partie  $MBN$  est composée, c'est-à-dire à l'arc même  $MBN$ .

C'est pourquoy si l'arc  $MBN$  est égal au rayon, ou s'il est de  $57^{\circ} 18'$ , le pressement de la corde contre cet arc du cylindre sera égal au poids  $P$ ; & si l'arc  $MBN$  est la demi-circonférence, ce pressement sera au poids  $P$  comme  $22$  est à  $7$ , ou comme  $355$  est à  $113$ ; c'est-à-dire comme la demi-circonférence est au rayon.

IV. Si la corde qui soutient les poids égaux  $P$ ,  $Q$  est appliquée sur un second cylindre d'un diamètre différent, mais sur un arc semblable ou de même nombre de degrés, le pressement de la corde sur le second cylindre est égal au pressement qu'elle causeroit sur le premier.

V. Mais si les arcs des deux cylindres sont égaux, les pressemens sont en raison réciproque des diamètres des cylindres.

## II. PROPOSITION.

Si aux extrémités d'une corde appliquée sur un cylindre horizontal & immobile, pendent deux poids égaux  $P, Q$ , les pressemens de la corde sur les parties infiniment petites du cylindre pourront être représentés par les appliquées égales de l'arc concentrique  $DE$  sur l'arc  $AB$  du cylindre, puis que ces pressemens sont égaux.

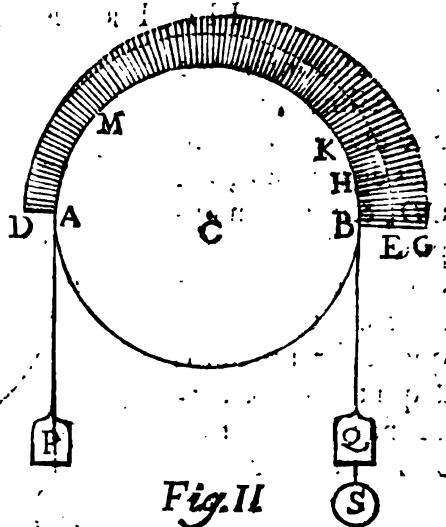


Fig. II

Mais le cylindre & la corde étant susceptibles de frottement, si au poids  $Q$  on ajoute le plus grand poids  $S$  que la corde puisse soutenir par son frottement, sans rompre l'équilibre ou sans baisser; alors les pressemens de la corde augmenteront inégalement, de sorte que l'augmentation étant la plus grande en  $B$ , elle sera zero en  $A$ ; car le nouveau pressément, à cause du poids  $S$ , sera entier en  $B$ : mais le frottement de la corde en  $BH$  l'arrêtant un peu, le frottement en  $H$  sera moindre. Par la même raison il sera encore plus petit en  $K$ , & zero en  $A$ ; car s'il y étoit quelque chose la corde glisseroit, parce que le pressément se fait en glissant, & si le pressément finissoit ailleurs comme en  $M$ , le poids  $S$  ne seroit pas le plus grand que la corde pourroit soutenir, donc ce nouveau pressément doit être zero en  $A$ . C'est pourquoy ce nouveau pressément pourra être représenté par les appliquées de la Courbe  $GD$  sur l'arc concentrique  $ED$ .

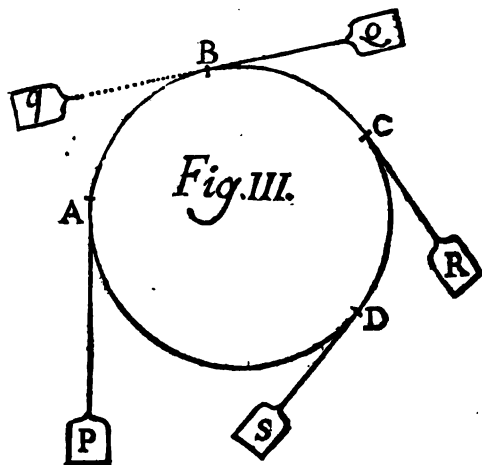
Il s'ensuit que les pressemens de la corde sur les parties insensibles de l'arc  $AB$  du cylindre causez par les poids  $P, Q, S$ , sont représentés par les appliquées de la Cour-

$Qqij$

308 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 be  $DG$  sur l'arc  $AB$ . Il s'agit de trouver la nature de  
 cette Courbe  $DG$ .

### III. PROPOSITION.

La circonference  
 d'un cylindre immo-  
 bile étant divisée en  
 arcs égaux  $AB, BC,$   
 $CD, \&c.$  si l'on ap-  
 plique sur ce cilin-  
 dre une corde, à  
 l'extrémité de la-  
 quelle sur un poids  
 $P$  qui tire cette cor-  
 de par la direction  
 $AP$  tangente en  
 $A$ ; à l'autre extré-  
 mité de cette corde



soient séparément, 1°. Le poids  $Q$  qui tire la corde par la  
 direction  $BQ$  tangente en  $B$ . 2°. Le poids  $R$  qui tire la  
 même corde par la direction  $CR$  tangente en  $C$ . 3°. Le poids  
 $S$  qui tire la corde par  $SD$  tangente en  $D$ , & ainsi de suite; je  
 suppose enfin qu'en ces cas différens chaque poids  $Q, R, S,$   
 &c. soient tels qu'en les augmentant d'une quantité infini-  
 ment petite, ils surmontent le frottement de la corde con-  
 tre le cylindre immobile en tirant le poids  $P$ . Je dis que ces  
 poids  $Q, R, S, \&c.$  seront en proportion continuë.

Car, les résistances du poids  $P$  & du frottement de la  
 corde  $AB$  étant en équilibre avec le poids  $Q$ , elles feront  
 le même effet que si un poids  $q$  égal à ces résistances ti-  
 roit le poids  $Q$  par la direction  $Bq$  opposée à  $BQ$ , & par  
 conséquent le poids  $q$  est égal au poids  $Q$ . 2°. Les résis-  
 tances du poids  $P$ , & du frottement  $R$  de la corde  $ABC$ ,  
 sont en équilibre avec le poids  $R$ ; mais les résistances du  
 poids  $P$  & du frottement de la corde  $AB$ , seront égales à  
 la résistance du poids  $q$ . Mettant donc les résistances du  
 poids  $q$  & du frottement de la corde  $BC$  en la place des

résistances du poids  $P$  & du frottement de la corde  $ABC$ , les résistances du poids  $q$  & de la corde  $BC$  seront en équilibre avec le poids  $R$ . Et le poids  $R$  sera au poids  $q$ , ou  $Q$ , comme le poids  $Q$  est au poids  $P$ ; parce que les arcs  $AB$  &  $BC$  sont égaux, & que nous supposons les cordes entièrement flexibles & incapables de s'allonger; donc les poids  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , sont en proportion continuë. Nous prouverons de même que les poids  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ , sont en proportion continuë, & ainsi de suite.

Il suit 1°. qu'en supposant ces arcs infiniment petits, les poids qu'il faudroit appliquer de la maniere précédente seront en proportion continuë, & on pourra les représenter dans la Fig. II. par des appliquées sur l'arc  $AB$  Fig. II. qui soient en proportion continuë, & alors la Courbe  $DG$  sera une ligne logarithmique appliquée sur un cercle.

Il suit 2°. que si l'on connoît le poids  $P$  & le poids  $Q$ , Fig. III. on connoîtra les autres poids  $R$ ,  $S$ , &c. puisqu'ils sont en progression Geometrique.

3°. Si les poids  $P$  &  $Q$  sont donnez, & les arcs  $AB$  &  $ABD$  ou leur rapport, l'on trouvera le poids  $S$  de cette maniere. Prenez les logarithmes des poids  $P$  &  $Q$ , & ôtez l'un de l'autre pour avoir leur difference, & faites cette Analogie, comme l'arc  $AB$  est à l'arc  $AD$ ; ainsi la difference des log. est à un log. qu'il faut ajoûter au log. du poids  $P$ , la somme sera le log. du poids  $S$ .

La démonstration est que si l'on appelle  $p$  le poids  $P$ , &  $q$  le poids  $Q$ ; alors les autres poids seront  $\frac{q}{p}$ ,  $\frac{q^2}{p^2}$ , & le

dernier sera en general.  $\frac{q^n}{p^{n-1}} = S$  (en supposant que l'arc

$AB$  soit à l'arc  $ABD$ , comme 1 est à  $n$ ) ensuite appellant

$Q$  le logarithme de  $q$ , &  $P$  le logarithme de  $p$ ; alors le

logarithme du poids  $\frac{q^n}{p^{n-1}}$ , sera  $nQ - nP + P$ . Or pour

avoir ce log. prenez les log.  $Q$  &  $P$  des poids  $q$  &  $p$ , ôtez

l'un de l'autre, leur difference sera  $Q - P$ . Faites cette

Analogie  $AB (1) . AD (n) :: Q - P . nQ - nP$ . ajoûtant  $P$ .

Qq iij

l'on aura  $nQ - nP + P$ , comme cy-dessus pour le log. du poids  $S$  que l'on cherche.

4°. C'est pourquoy si l'on supposoit que le poids  $P$  pe-  
 FIG. II. sât une livre, &  $QS$  deux livres, (la corde  $AB$  faisant un  
 demi tour sur le cylindre) si ensuite l'on fait faire à la cor-  
 de un tour entier, qui avec le premier demi tour fasse  
 3 demi tours; pour avoir le poids que la corde pourra  
 alors soutenir, il faut donner 4 termes à la progression,  
 dont les deux premiers poids  $P$  &  $QS$  seront les premiers  
 termes, c'est à dire 1. 2. 4. 8. Le dernier poids après le  
 troisième demi-tour sera de 8 livres. Si l'on fait faire à la  
 corde un nouveau tour ou deux demi-tours, la corde fai-  
 sant alors cinq demi-tours en augmentant la progression  
 de deux termes, l'on aura 32 livres pour le poids que la  
 corde soutiendra alors. On trouvera de même qu'après  
 un nouveau tour la corde soutiendra 128 livres, ensuite  
 512 livres, &c.

Quoique dans la conclusion précédente l'augmentation  
 du poids pour vaincre le frottement devienne fort grande,  
 on la trouvera encore plus grande dans les expériences;  
 parce que 1°. nous avons supposé que la corde ne s'allon-  
 geoit point, & qu'ainsi elle avoit une égale facilité à rompre  
 ou à passer par dessus les petites inégalitez du cylindre qui  
 causent son frottement; néanmoins comme les poids dont  
 on charge la corde l'allongent, ils la pressent davantage  
 contre le cylindre, & les éminences de l'une entrent davan-  
 tage dans les enfoncemens de l'autre; de plus le ressort  
 de la corde devient plus fort, de sorte que la force qu'il  
 faut pour faire surmonter à la corde les inégalitez du ci-  
 lindre, doit être beaucoup plus grande que lorsque nous  
 avons supposé la corde incapable de s'allonger. 2°. La  
 roideur de la corde ne permet pas qu'elle s'applique aussi  
 immédiatement autour d'un petit cylindre, qu'autour  
 d'un grand, & avec un petit poids qu'avec un plus gros.  
 3°. Enfin les inégalitez qui se rencontrent dans les parties  
 de la corde & du cylindre, & la maniere d'appliquer les  
 poids causent de la variere dans les expériences.

L'on peut trouver le poids qu'une corde soutient après plusieurs révolutions autour d'un cylindre par les logarithmes, en prenant le log. du premier poids  $P$  & du second  $QS$ , qu'il soutient après un demi-tour de la corde au tour du cylindre, prenant ensuite la différence de ces deux log. qu'il faut ajouter au log. du poids  $QS$  pour avoir le log. du troisième terme, ajoutant successivement cette différence l'on aura une progression Arithmétique de logarithmes, dont les nombres seront en progression Geometrique comme cy-dessus.

Mais si l'on veut faire une hypothèse du calcul pour satisfaire aux expériences qui augmentent le poids davantage que dans la progression Geometrique, au lieu d'ajouter un même log. au premier terme pour avoir successivement les autres termes, il faudra ajouter des logarithmes qui croissent en proportion Geometrique, l'on aura une suite de logarithme, dont les nombres croîtront d'autant plus sensiblement, que le second logarithme de la progression Geometrique sera plus grand.



# DU NOUVEAU SYSTÈME DE L'INFINI.

PAR M. ROLLE.

**O**N avoit toujours regardé la Geometrie comme une Science exacte, & même comme la source de l'exactitude qui est répandue dans toutes les autres parties des Mathematiques. On ne voyoit parmi ses principes que de veritables axiomes : tous les theoremes & tous les problemes qu'on y proposoit étoient ou solidement démontrés, ou capables d'une solide démonstration ; & s'il s'y glissoit quelques propositions ou fausses ou peu certaines, aussi-tôt on les bannissoit de cette science.

Mais il semble que ce caractère d'exactitude ne regne plus dans la Geometrie depuis que l'on y a mêlé le nouveau Systême des Infiniment petits. Pour moy, je ne vois pas qu'il ait rien produit pour la verité, & il me paroît qu'il couvre souvent l'erreur.

Cependant d'habiles Geometres reçurent ce Systême aussi tôt qu'il commença à paroître, & ils tâcherent de le soutenir. Dans cette vûe ils proposerent plusieurs questions de Geometrie, & ils prétendirent que le Systême étoit absolument nécessaire pour les résoudre. Ce qui me donna occasion d'en faire l'examen, & de proposer quelques difficultés que j'y avois observées.

Ce sont ces difficultés ou ces paradoxes dont je donneray icy un extrait : mais comme elles ont un rapport nécessaire aux suppositions du Systême, il faut en premier lieu exposer ces suppositions, & même les distribuer en différentes classes pour mieux expliquer ce que j'en dois dire dans la suite.

Je prendray icy ce Systême, comme on l'a proposé dans

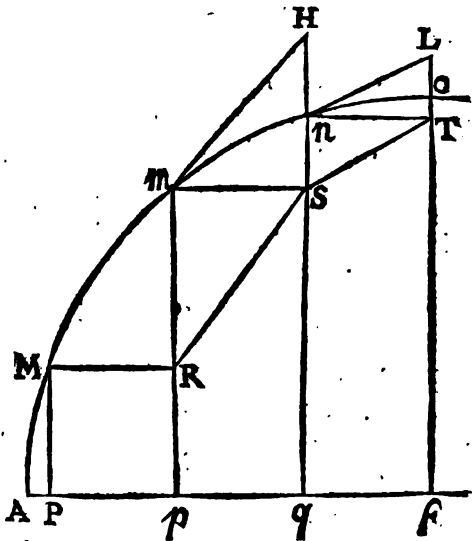
dans l'Analyse des Infiniment petits : mais je ne rangeray pas les conditions qu'on y a attachées, comme on les a rangées dans cette Analyse ; parce que l'ordre que l'on y a gardé, empêche d'en appercevoir les plus grandes difficultés.

*Première Supposition du Système.*

La ligne droite  $Rm$  est infiniment petite par rapport à  $P\mathcal{M}$ , & infiniment grande par rapport à  $Hn$ , page 57.

La même  $Hn$ , déjà infiniment petite par rapport à  $Rm$ , est infiniment grande par rapport à  $Lo - Hn$ . Ainsi de suite à l'infini, pages 55, 56, 57, 58, &c. conformément à la Preface.

En cela je suppose la Figure de l'Analyse des Infiniment petits, qui est la 46<sup>e</sup> de la 4<sup>e</sup> Planche de cette Analyse, & ce sera la premiere de celles dont je me serviray icy.



*Seconde Supposition.*

Voyez la  
Figure cy-  
devant pa-  
ge 313.

L'appliquée  $MP$  fait un angle quelconque avec l'axe  $AP$ , & toutes les autres appliquées sont parallèles à  $MP$ , pages 57, 58, &c. suivant la generation des Courbes & la doctrine des lieux.

Les droites  $MR, mS, nT$  sont parallèles à l'axe  $AP$ . Ainsi de leurs semblables,

La droite  $mH$  est parallèle à  $RS$ ;  $nL$ , à  $ST$ , &c. pages 55, 56.

*Troisième Supposition.*

Si les différences des abscisses, ou les parties de l'axe, telles que  $Pp, pq, qf$  sont égales entr'elles; alors on dit qu'elles sont constantes; & dans ce cas on suppose que toutes les premières différences des appliquées sont variables, & que ces premières différences avec leurs différences secondes, troisièmes, &c. forment une suite infinie d'infinis qui sont infiniment renfermés les uns dans les autres, selon ce qui a été dit des suppositions du premier ordre.

Dans le même cas on suppose aussi pour le Système, que les parties de la Courbe telles que  $Mm, mn, no$ , sont inégales entr'elles ou variables, & qu'elles forment une suite infinie d'infinis par leurs différences premières, secondes, troisièmes, &c. de manière que chacune de ces parties est infiniment grande par rapport à celle qui la suit, & infiniment petite par rapport à celle qui la précède, pages 57, 58, 59, &c.

Quand on prend pour constantes toutes les différences des appliquées, comme  $Rm, Sn, To$ , &c. alors les différences premières, secondes, troisièmes des abscisses, &c. forment une suite infinie d'infinis, infiniment renfermés les uns dans les autres.

Dans le même cas, les parties de la Courbe sont variables, & l'on suppose dans le Système que ces parties de la

Courbe  $Mm, mn, no$ , & leurs différences premières, secondes, troisièmes, forment une autre progression infinie d'infinis, infiniment renfermés les uns dans les autres pages 57, 58, 59, &c. *Voyez la Figure page 313.*

Lorsque les parties de la Courbe, telles que  $Mm, mn, no$ , sont égales entr'elles ou constantes ; on suppose que les différences des abscisses sont infiniment renfermées les unes dans les autres, & qu'elles forment une suite infinie d'infinis.

Et dans le même cas le Systême donne encore une autre suite infinie d'infinis par le moyen des appliquées, c'est-à-dire par le moyen de leurs différences premières, secondes, troisièmes, &c. pages 57, 58, 59, &c.

Toutes ces suppositions répondent à un endroit de la Preface de l'Analyse des Infiniment petits, où il est dit que cette Analyse ne se borne pas aux différences infiniment petites ; mais qu'elle découvre les rapports des différences de ces différences, ceux des différences troisièmes, quatrièmes, & ainsi de suite sans jamais trouver de terme qui la puisse arrêter.

#### *Quatrième Supposition.*

On peut prendre indifferemment l'une pour l'autre deux quantités qui ne diffèrent entr'elles que d'une quantité infiniment petite, pages 2 & 3.

Ainsi les droites  $PM, Rm$  prises ensemble ne seroient pas plus grandes que la seule  $PM$ , selon cette supposition.

Et si de  $PM$  on ôte  $Rm$ , le reste seroit égal à  $PM$ , par la même supposition.

Pareillement  $Rm$  seroit égale à  $Rm - Hn$ , & la même  $Rm$  seroit encore égale à  $Rm - Hn$ , &c. c'est-à-dire que le tout seroit égal à sa partie. Mais ce n'est là que le moindre paradoxe des suppositions qui sont particulieres au Systême.

*Cinquième Supposition.*

Voyez la  
Figure pa-  
ge 313.

Une ligne Courbe peut être considérée comme un assemblage de plusieurs lignes droites, chacune infiniment petite; ou comme un polygone d'un nombre infini de côtés, chacun infiniment petit; lesquels déterminent par les angles qu'ils font entr'eux, la courbure de la ligne, page 3.

Ainsi les arcs  $Mm$ ,  $mn$ ,  $no$ , peuvent être considérés comme des lignes droites dans l'exemple proposé, de manière que les triangles  $MRm$ ,  $mSn$ ,  $nTo$  soient censés rectilignes.

Cette supposition est proposée comme une pure supposition, ou comme une hypothèse mathématique; & en ce sens elle n'est point particulière au Système. Mais il ne me paroît pas qu'elle ait été conduite comme une hypothèse dans l'Analyse des Infiniment petits; & l'on a dit dans la Preface de cette Analyse, qu'on auroit pû démontrer à la manière des Anciens cette supposition & la précédente: ce qui marqueroit que l'une & l'autre n'ont point été proposées comme des hypothèses. On dit dans cette Preface que ces deux suppositions sont les seules sur lesquelles est appuyé tout ce que l'on a traité dans cet Ouvrage: & il faudroit selon cette idée que l'on pût en tirer les autres suppositions que l'on a vûes icy. Sur cela j'ay trouvé quelques difficultés que je marqueray dans la suite.

*Sixième Supposition.*

On suppose que les Infiniment petits sont réels, divisibles à l'infini & infiniment variables. Ainsi  $MR$ ,  $Rm$ , &c. sont des quantités réelles, divisibles à l'infini, & infiniment variables.

Cela suit des suppositions précédentes: mais on a encore confirmé cette supposition dans les réponses qu'on a faites aux Memoires que j'avois proposés à l'Academie sur ce sujet en l'année 1700.

*A toutes ces suppositions du Système, j'ajouteray quelques-unes des conditions qui en sont inseparables, & dont je me serviray dans la suite.*

Quand on suppose deux appliquées comme  $MP$  &  $mp$ , ou  $mp$  &  $nq$ , & que l'une est infiniment proche de l'autre ; alors on a une égalité différentielle qui exprime le rapport de l'appliquée, de l'abscisse, & de leurs premières différences, selon l'Analyse des Infiniment petits, sect. 1.

*Voyez la  
Figure cy-  
devant pa-  
ge 313.*

Les autres différences donnent une suite infinie d'égalités, selon les regles qu'on a proposées dans la sect. 4. de cette Analyse.

Outre les conditions que l'on a marquées icy, il s'en trouve quantité d'autres, lorsque les Courbes sont formées sur des points fixes ou sur d'autres foyers ; lorsqu'elles se forment par la projection des corps, par des mouvemens composés ; & en plusieurs autres manieres. Mais il me paroît que ce que j'ay dit cy-dessus, est suffisant pour faire voir dans la suite que le Système est insoutenable.

## PEMIERES DIFFICULTES DU SYSTEME.

Suivant la sixième supposition les Infiniment petits sont réels & divisibles à l'infini. Mais il semble que l'on tombe en contradiction, lorsqu'on suppose que ces Infiniment petits sont réels & divisibles. Car l'égalité que fournit la définition de la Courbe, jointe à l'égalité différentielle du premier genre, détermine les Infinis ; en sorte que chaque Infini est un zero absolu, comme la difference de 4 à 4, ou de 5 à 5, &c. Et par conséquent ils n'ont aucune étendue & ne sont plus divisibles.

Cela se prouve en plusieurs manieres, comme on le va voir icy. Mais avant que de proposer des preuves generales, j'ay crû qu'il seroit bon d'en donner des preuves particulieres ; parce qu'elles demandent moins d'application, & que même ces preuves particulieres pourroient suffire dans cette occasion.

R r iij

Voyez la  
Figure 24-  
ge 313.

Soit pour exemple la Parabole ordinaire, qui est de toutes les Courbes celle dont l'égalité est la plus simple.

Si l'on prend  $a$  pour l'expression de son parametre ; que chaque appliquée comme  $MP$  soit nommée  $y$ , & que son abscisse  $AP$  soit nommée  $x$  : Alors on aura  $ax = yy$ , suivant la nature de cette Parabole.

Si de cette égalité generatrice  $ax = yy$  on tire une égalité différentielle selon les regles qu'on a proposées dans l'Analyse des Infiniment petits, section 1 ; on aura  $adx = 2ydy$ . Et dans cette égalité,  $dx$  &  $dy$  sont des Infiniment petits selon cette Analyse, page 2 : en sorte que  $dx$  exprime  $MR$  ou son égale  $Pp$ , & que  $dy$  exprime la difference  $mR$ .

Mais suivant la sixième supposition les Infiniment petits sont des quantités réelles : d'où il s'ensuit que l'appliquée  $mp$  seroit réellement distincte de l'appliquée  $MP$ , & que l'abscisse  $AP$  seroit aussi réellement distincte de l'abscisse  $AP$ .

Or l'abscisse  $AP$  est égale à  $x + dx$ , & l'appliquée  $pm$  est égale à  $y + dy$ . Donc, par la définition de la Parabole, le rectangle de l'abscisse  $x + dx$  & du parametre  $a$ , est égal au quarré de l'appliquée  $y + dy$ . Ainsi  $ax + adx$  est égal à  $yy + 2ydy + dy^2$  : & prenant cette égalité avec les deux précédentes, on auroit un Problème exprimé par trois égalités, comme on le voit icy en  $K$ .

$$K \begin{cases} ax = yy. \\ adx = 2ydy. \\ ax + adx = yy + 2ydy + dy^2. \end{cases}$$

Otant la première & la seconde égalité de la troisième, c'est-à-dire, choses égales de choses égales, selon l'axiome ordinaire ; il en résulte  $dy^2 = 0$ . Donc  $dy = 0$ , & substituant 0 au lieu de  $dy$  dans l'égalité différentielle, on trouve aussi  $dx = 0$ . Mais 0 est icy l'expression du zero absolu, ou d'un rien tel que la difference de 4 à 4. D'où il suit que dans ce Problème  $K$ , les Infiniment petits sont des riens absolus.

Delà il est encore manifeste que l'on tombe en con-

tradiction, quand on attribue de l'étendue aux Infiniment petits  $dx$  &  $dy$  : & cette contradiction devient plus grande à mesure qu'on augmente cette étendue. Car si l'on prend 4, par exemple, au lieu de l'Infiniment petit  $dy$  ; alors l'égalité  $dy=0$  se changera en  $4=0$ , & cette contradiction deviendra infiniment petite, si au lieu de 4 on substitue une quantité infiniment petite. Mais si cette quantité est réelle, la contradiction est réelle aussi, quelque idée que l'on ait de l'infinie petitesse.

En d'autres exemples le calcul ne seroit pas si facile : mais on peut toujours se servir des regles generales de l'Algebre pour résoudre le Problème qu'expriment les égalités ; & il se trouve qu'on ne sçauroit éviter la contradiction, quand on attribue de l'étendue aux Infiniment petits. Pour le détail du calcul on peut le conduire en différentes manieres, & entr'autres de la maniere que l'on va voir icy.

Soit pour exemple le cercle ordinaire, & qu'il soit exprimé, comme on le fait ordinairement, par l'égalité marquée icy en  $S$ .

$$S. \dots \dots yy = ax - xx.$$

Son égalité différentielle suivant l'Analyse des Infiniment petits, sect. 1. est telle qu'on la voit icy en  $R$ .

$$R. \dots \dots 2ydy = adx - 2xdx.$$

Substituant, dans  $S$ ,  $x + dx$  au lieu de  $x$ , &  $y + dy$  au lieu de  $y$  ; on aura l'égalité marquée  $M$ .

$$M. yy + 2ydy + dy^2 = ax + adx - xx - 2xdx - dx^2.$$

De cette égalité  $M$  ôtant la proposée  $S$ , on trouvera celle qui est marquée  $N$ .

$$N. 2ydy + dy^2 = adx - 2xdx - dx^2.$$

Comparant cette égalité  $N$  à l'égalité différentielle  $R$ , pour faire évanouir  $dy$ , on trouvera la résultante  $P$ .

$$P. 4yydx^2 + 4xxdx^2 - 4axdx^2 + addx^2 = 0.$$

Dans cet exemple on pourroit en demeurer là : car l'on s'apercevrait aisément que cette égalité est toute imaginaire lorsque l'Infiniment petit  $dx$  est réel. Mais pour se conformer en cela aux regles generales, il faut comparer



cette égalité  $P$  à la proposée  $S$ , pour faire évanouir  $x$  ou  $y$ , & l'on trouvera que  $a a d x^2 = 0$ . Où l'on peut voir clairement que l'Infiniment petit  $dx$  est égal à 0, & que l'on tomberoit en contradiction si l'on prenoit pour  $dx$  une quantité réelle.

Souvent on peut abréger le calcul, quand on fait quelque attention au détail. Ainsi il auroit suffi dans cet exemple de prendre en  $R$  une valeur de  $dy$ , & de la substituer dans le seul monome  $2y dy$ , qui fait partie de l'égalité  $N$ . Car de cela seul on auroit trouvé l'égalité  $dy^2 = -dx^2$ , où l'on voit aisément que cette égalité deviendroît imaginaire, si l'on prenoit une étendue réelle pour l'un ou l'autre des Infiniment petits.

Non seulement on s'assure par cette règle que les Infiniment petits sont toujours des riens absolus dans l'égalité différentielle; mais on peut encore s'assurer que ce sont des riens absolus par leur institution, & pour cela il faut voir la véritable origine de cette égalité. Ce qui se peut faire par le moyen de ce Problème:

### P R O B L Ê M E.

Une Courbe geometrique  $EFO$  étant donnée, & un point  $F$  étant aussi donné sur cette Courbe; on demande par le calcul une sécante comme  $FE$ , qui rencontre l'axe  $OB$  en quelque point  $A$ .

*Voyez la figure dans la page 321.*

Ayant supposé l'ordonnée  $EC$ , & une droite  $FD$  parallèle à l'axe  $OB$ ; on prendra  $s$  pour l'expression de  $AB$ , & l'on marquera les autres segmens comme on les voit dans la figure.

A cause des triangles semblables  $ABF$ ,  $FDE$ , l'on a les deux Analogies  $M$  &  $X$ , avec leurs égalités  $N$  &  $Y$ .

$$M. \quad y : s :: v : z. \quad \text{Donc } N. \quad z = \frac{vs}{y}.$$

$$X. \quad y : z :: v : h. \quad \text{Donc } Y. \quad h = \frac{zv}{y}.$$

Si l'on prend pour exemple de ce Problème que la Courbe proposée soit la Parabole ordinaire, & que son égalité



322 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
est dans l'égalité  $T$ , sera entierement détruit, & cette égalité sera changée en une autre que l'on voit icy en  $V$ .

$$V \dots s = \frac{2yy}{p}$$

Ainsi l'on ne peut pas douter que  $v$  ne soit un pur rien ou un zero absolu lorsque l'on a l'égalité  $V$ ; puisque cette égalité n'a été formée que sur l'entiere destruction de cette indéterminée  $v$ .

Mais quand on fait  $v=0$ , on a encore  $x=0$  &  $b=0$ : ce qui se voit tout d'un coup en substituant 0 au lieu de  $v$  dans  $N$  & dans  $Y$ ; & delà on voit aussi que pour avoir l'égalité  $V$ , il faut entierement détruire les trois côtés du triangle  $FDE$ ; c'est a dire, qu'il faut entierement détruire  $DE=v$ , qui est la difference des appliquées; & qu'il faut encore tout à fait détruire  $BC$  ou  $FD=x$ , qui est la difference des abscisses, pour avoir l'égalité  $V$ .

On voit aussi que l'existence de cette égalité aneantit  $EF=b$ , & que dans ce cas  $AF$  cesse d'être secante au point donné: de maniere qu'en prolongeant cette droite  $AF$  autant qu'on voudra, elle atteindra la Parabole au point donné, & ne la coupera point.

D'où il suit que la secante devient tangente lorsque tout le triangle  $FDE$  se trouve entierement détruit; & que cette tangente pour être déterminée par le moyen de l'égalité  $V$ , suppose necessairement que ce triangle soit aneanti.

Cela posé, on peut observer ce qui arrive dans le détail du calcul; & l'on verra, comme l'avoient dit plusieurs Auteurs, que si l'on retranche de l'égalité  $Z$  tous les termes où  $v$  &  $x$  passent le premier degré, celle qui demeure n'est autre chose que la formule ordinaire des tangentes, à laquelle on a donné le nom d'égalité différentielle. Cette égalité dans cet exemple sera donc comme on la voit icy en  $Z$ .

$$Z \dots p x = 2 v y.$$

Si l'on substitue  $e$  au lieu de  $x$ , &  $a$  au lieu de  $v$ , elle sera exprimée comme l'a fait M. Barou. Et si au lieu de  $x$

on prend  $dx$ , & qu'au lieu de  $v$  on prenne  $dy$ ; cette égalité sera exprimée comme l'a fait M. de Leibnitz, & comme on la voit icy en  $X$ .

$$X \dots p dx = 2y dy.$$

Cette égalité ainsi exprimée s'appelle égalité différentielle.

Or l'on peut voir de ce qui a été dit, que  $z$  &  $v$ , ou  $dx$  &  $dy$ , ne sont que des riens absolument riens par leur institution. Car si l'on prend les trois égalités  $N$ ,  $V$ ,  $Z$ , on verra en les comparant à l'ordinaire, que deux de ces égalités étant données, la troisième en est une suite. Mais l'égalité  $V$  n'a été conclue que par l'entière destruction des différences  $z$  &  $v$ , ou  $dx$  &  $dy$ : D'où il suit que ce  $dy$  &  $dx$  ne peuvent être que des zeros absolus dans l'égalité différentielle.

Cela se voit d'une autre manière dans le Journal du 28. May 1696; & l'on peut encore l'expliquer comme on le va dire icy.

Divisant chaque membre de l'égalité  $V$  par l'appliquée  $y$ ; on la réduit à  $\frac{z}{y} = \frac{2v}{p}$ , & les quatre termes de ces deux fractions sont toujours les quatre termes d'une Analogie, que l'on peut disposer comme on le voit icy en  $Q$ .

$$Q. \quad p : 2y :: y : z.$$

Ensorte que l'appliquée  $y$  ou  $BF$ , & la sous tangente  $BA$  ou  $s$ , peuvent toujours être les deux derniers termes de cette Analogie. Or les différences  $ED = v$ ,  $DF = z$ , étoient dans le même rapport que celui de  $BF$  à  $BA$  avant qu'elles fussent détruites, & rien n'empêche de leur attribuer ce même rapport après leur anéantissement. Car le rapport de  $0$  à  $0$  est indéterminé, comme je l'ay fait voir dans la Methode generale des Questions indéterminées, pag. 62.

Ainsi au lieu de l'Analogie marquée  $Q$ , on a pu prendre celle-cy,  $p : 2y :: v : z$ , & prendre le produit des extremes avec celui des moyennes, pour avoir  $pz = 2yv$ . c'est-à-dire l'égalité différentielle marquée  $Z$ ; & l'on peut en

faire de même dans tous les exemples : où l'on voit qu'on a introduit les expressions des différences détruites dans l'Analogie, qui vient de l'égalité  $\nabla$ , & qui résulte de l'aneantissement de ces différences. J'ay donné sur cela un plus grand détail dans deux Memoires que je lus à la Compagnie en l'année 1700, & que j'aurois pû inserer icy : mais il ne paroît pas qu'il soit necessaire d'en dire davantage ; & même il semble qu'il auroit suffi d'indiquer les preuves que je viens d'exposer sur le non-être des différences  $dx$ ,  $dy$ . Car je n'ay point vû que les Défenseurs du Systême ayent entrepris de prouver la realité de ces différences, quoiqu'ils dussent prouver qu'elles sont réelles.

Comme je ne me suis servi dans ces preuves que des fixièmes suppositions, & que ces suppositions fussent pour faire voir que les Infinis du premier genre ne sont que de purs riens dans l'égalité différentielle, on voit que toutes les autres suppositions du Systême ne sont que de pures fictions, & que ce Systême est insoutenable de la maniere qu'il est proposé.

D'abord on y voit que tous ces Infinis du premier genre tels que  $dx$  ou  $dy$ , n'ayant aucune étendue réelle, tous les Infinis des autres genres ne seroient aussi que des zéros absolus dans le calcul. Toutes ces suites infinies d'Infinis, que fournit le Systême, ne seroient que des riens qu'on suppose être infiniment compris dans d'autres riens, & delà s'évanouiroit aussi la varieté infinie qu'on leur attribue. Toutes ces différences seroient toujours constantes & jamais variables : ce qui se peut encore prouver par d'autres voyes. On verra aussi dans la suite, qu'en prenant la realité des Infiniment petits comme une hypothèse, ces Infinis fourmilleroient de contradictions : ce qui ne peut convenir à un veritable Systême.

## SECONDES DIFFICULTÉS.

Je ne vois pas que ce Systême ait rien produit pour la verité. On reconnoît d'abord que les effets des methodes

qu'on propose dans la nouvelle Analyse, sont toujours les mêmes quand on substitue des quantités finies à volonté au lieu des Infiniment petits  $dx$  &  $dy$ : Ce qui prouve que le succès, bon ou mauvais, n'est point attaché à l'infinie petitesse qu'on suppose dans le Système.

Pour faire voir en quoy consiste cette difficulté, je chercheray icy les Tangentes de la Parabole  $ax = yy$  par le moyen de la regle qu'on a inserée dans l'Analyse des Infiniment petits, pages 11 & 12. Je supposeray 100000 toises au lieu de l'Infiniment petit  $dx$ , & 738 toises au lieu de l'Infiniment petit  $dy$  (on peut prendre tels autres nombres qu'on voudra) & l'on verra qu'on trouve par ces valeurs supposées la même chose que par les Infiniment petits.

En prenant les  $dx$  &  $dy$ , la regle donnera l'Analogie marquée icy en *A*.

$$A. \quad dy : dx :: y : PT.$$

Et si l'on prend au lieu de ces Infiniment petits les valeurs finies dont je viens de parler, la regle donnera l'Analogie *B*.

$$B. \quad 738 : 100000 :: y : PT.$$

Divisant le produit des termes moyens par le premier terme de l'Analogie *A*, on aura  $PT = \frac{y dx}{dy}$  selon la regle.

Et si l'on fait la même chose sur l'Analogie *B*; la regle donnera  $PT = \frac{100000 y}{738}$ .

Ensuite prenant, suivant la regle, l'égalité différentielle de  $ax = yy$ , on trouve  $a dx = 2y dy$ .

Et si l'on substitue dans cette égalité différentielle les valeurs supposées de  $dx$  &  $dy$ , on aura la fausse égalité différentielle marquée icy en *C*.

$$C. \quad 100000 a = 2y * 738.$$

En prenant selon la regle une valeur de  $dx$  dans l'égalité différentielle; multipliant cette valeur par  $y$ ; & la divisant par  $dy$ , on aura  $\frac{2y}{a}$  pour la valeur de  $PT$ .

Et si pour faire la même chose sur la fausse égalité dif-

326 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 ferentielle  $C$ , l'on prend la valeur de 100000 qui repre-  
 sente  $dx$ ; on aura  $100000 = \frac{27 \times 738}{4}$ ; multipliant par  $y$ ,  
 & divisant par 738 qui represente  $dy$ , l'on trouvera  $\frac{27}{4}$   
 pour  $PT$ , comme on l'a trouvé en prenant les  $dy$  &  $dx$ .  
 Ainsi le Problème est resolu par les quantités finies, de  
 même que par les Infiniment petits.

Delà il paroît que le succès n'est point un effet de l'infini-  
 tie petitesse qu'on attribue aux  $dx$  &  $dy$ , puisque la regle  
 donne la même chose lorsqu'on prend des quantités finies à  
 volonté au lieu de ces Infiniment petits. Il en est de même  
 de tous les Problèmes où l'on employe ces  $dx$  &  $dy$ .

Outre ce défaut, il semble que dans la methode des In-  
 finiment petits il y a une petition de principe, en ce que  
 l'égalité différentielle est toujours une partie de ce que  
 l'on demande, & quelquefois tout ce que l'on cherche.  
 Par exemple, on suppose dans le neuvième article de  
 cette Analyse, que pour trouver les Tangentes des Lignes  
 geometriques de tous les genres, on ait déjà l'égalité dif-  
 férentielle. Mais quand on a une fois cette égalité, on  
 n'a pas besoin de tout ce que l'on dit d'ailleurs dans cet  
 article pour trouver ces Tangentes: Il suffit d'effacer le  $d$   
 qui est dans les  $dx$ , pour avoir la sous-tangente sur l'axe  
 des  $y$ , & d'effacer le  $d$  qui est dans les  $dy$ , pour avoir la  
 sous-tangente sur l'axe des  $x$ . Ainsi quand on a  $2ydy =$   
 $adx$  pour l'égalité différentielle de la Parabole, & que  
 l'on efface le  $d$  qui est en  $dx$ , aussi-tôt on trouve  $2ydy =$   
 $ax$ , où  $dy = \frac{a}{2y}$  pour la sous-tangente sur l'axe des  $y$ .  
 Pareillement de  $dy$  effaçant  $d$ , on trouvera  $2yy = adx$ ,  
 où  $dx = \frac{2y}{a}$  qui est la sous-tangente des  $x$ . Or l'on ne  
 s'est proposé dans l'Anal. des Infin. petits art. 9, que de  
 trouver les sous-tangentes; ainsi l'on y suppose ce qui est  
 question, & tout ce que l'on y fait d'ailleurs, paroît superflu.  
 Il y a encore d'autres usages du Système où il semble  
 qu'il y ait aussi des petitions de principe. En voici un exem-

ple considerable que j'ay tiré de l'Analyse des Infiniment petits, art. 5. On a prescrit dans cet article de retrancher  $dx dy$  de la quantité  $y dx + x dy + dx dy$ ; & pour rendre raison de ce retranchement, on a cité l'art. 2. de cette Analyse, qui est le même dont j'ay parlé dans la quatrième supposition. Selon cet article il seroit permis de prendre *indifferemment* le reste ou la partie  $y dx + x dy$  au lieu du tout  $y dx + x dy + dx dy$ ; & c'est en cela que consiste ma difficulté. Car s'il étoit permis de prendre *indifferemment* la partie au lieu du tout; cette indifférence permettroit aussi de prendre le tout  $y dx + x dy + dx dy$  au lieu de la partie  $y dx + x dy$ ; & même on seroit porté à le préférer, parce que c'est le tout qui se présente dans l'opération. Ce n'est pas rendre raison de ce retranchement, de dire, comme on a fait dans cet article cinquième, que  $dx dy$  est infiniment petit par rapport à  $y dx + x dy$ : Car ces trois Infiniment petits étant des riens absolus, l'un n'est pas plus grand que l'autre. De plus, selon ce qui a été dit icy dans les premières difficultés, s'il est permis d'ôter  $dx dy$  à cause de son infinie petitesse, ce seroit aussi à cause de la petitesse infinie qu'il seroit permis de le laisser. De sorte que dans l'Analyse des Infiniment petits on ne voit pas ce qui détermine à prendre la partie  $y dx + x dy$  au lieu du tout  $y dx + x dy + dx dy$ , ou à prendre le tout pour la partie. Cependant cela n'est point libre: car si l'on avoit pris le tout dans cet exemple, de cela seul s'évanouiroient tous les projets de l'Analyse des Infiniment petits. Il y a donc une autre raison qui oblige de préférer la partie; & c'est cette raison que l'on n'a pas marquée dans cette Analyse.

Mais on peut voir dans la Methode de Messieurs de Fermat & Barou la véritable cause de ce retranchement; & même il sembleroit en comparant cette Methode à l'Analyse des Infiniment petits, que l'art. 2. de cette Analyse n'auroit été mis dans le Systême, que pour déguiser la formule ordinaire des Tangentes, qu'on appelle *équation différentielle*.



Par les difficultés que j'ay proposées jusqu'icy, l'on voit que les Infiniment petits que l'on a introduits dans le calcul différentiel, ne contribuent rien pour trouver la vérité, qu'ils sont encore inutiles pour l'opération, & qu'après les avoir mis dans une question, il faut d'ailleurs pour la résoudre, faire tout ce que l'on feroit si l'on ne les y avoit point mis.

### TROISIEMES DIFFICULTES.

Voicy d'autres difficultés par lesquelles il paroît que non-seulement ce Systême des Infiniment petits est inutile pour découvrir la vérité & pour la démontrer, mais que souvent il couvre l'erreur.

Pour marquer ces difficultés par des exemples, je prendray d'abord la Courbe qui se forme de l'égalité marquée *R*, dans laquelle l'inconnu *y* exprime les appliquées.

$$R. \quad y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4 + 2x}.$$

Si l'on cherche dans cette Courbe une valeur de *x*, telle que l'appliquée *y* soit la plus grande ou la plus petite de ses semblables, comme dans l'Analyse des Infiniment petits, page 41. sect. 3, & que l'on veuille se servir des Regles qui sont particulieres à cette Analyse, alors on verra que ces Regles ne sont pas toujours veritables; & de là il semble que le Systême couvre l'erreur. C'est ce qu'il faut expliquer icy.

Selon la Regle de la même Analyse page 42, il faut tirer l'égalité différentielle de la proposée *R*, & on la trouve sous la forme marquée *S*.

$$S. \dots dy = \frac{dx \sqrt{x} + dx \sqrt{4 + 2x}}{\sqrt{4x + 2xx}}.$$

Par la même Regle il faut prendre la valeur de *dy*, & supposer qu'elle est égale à 0: Ce qui donne l'égalité  $dx \sqrt{x} + dx \sqrt{4 + 2x} = 0$ ; & cette égalité étant résolue, on trouve  $x = -4$ .

Lorsque cette premiere tentative ne fait rien connoître,

tre, la Regle veut que la valeur de  $dy$  soit égale à l'Infini, c'est à dire que le dénominateur de la fraction doit être détruit. D'où il résulte  $4x - 2xx = 0$ ; & cette égalité étant résolue comme dans l'Analyse des Infiniment petits pages 44, 46, &c. on trouve  $x = -2$ .

De ce que la premiere tentative a donné  $x = -4$ , & que cette valeur est réelle, il sembleroit qu'elle devoit résoudre le Problème. Car la Regle ne prescrit point de faire d'autres tentatives, quand une fois la valeur de  $x$  est réelle. Cependant cette valeur ne le résout pas: elle ne donne pour  $y$  que des *Max.* & *Min.* imaginaires, quoiqu'il y en ait de réels: ce qui se voit aisément en substituant  $-4$  au lieu de  $x$  dans l'égalité proposée  $R$ .

Enfin si l'on passe à l'autre tentative, & qu'on substitue la valeur de  $x$  qu'elle a donnée; l'on ne trouvera aussi que des *Max.* & *Min.* imaginaires pour l'appliquée  $y$ .

Pour connoître ce défaut dans tous les cas, il faudroit une methode generale par laquelle on pût s'assurer de tout ce qu'il y a d'imaginaire dans une égalité quelconque. Mais ce seroit supposer ce qui est en question. Car une methode qui est generale pour s'assurer des racines imaginaires, renferme une methode generale pour les *Max.* & *Min.*

D'ailleurs il ne suffiroit pas pour l'Analyse des Infiniment petits d'avoir une methode generale pour reconnoître les *Max.* & *Min.* imaginaires. Cela serviroit seulement pour faire voir en plusieurs cas, que les *Max.* & *Min.* qu'elle donne ne sont pas réels; & de cela seul on ne pourroit pas sçavoir si le Problème est possible ou impossible.

Non-seulement on ne pourroit point s'assurer par-là des effets que produisent les methodes de cette Analyse: mais l'on seroit encore porté par ces methodes & par le Système à se méprendre en différentes manieres.

Ainsi dans l'exemple cy-dessus proposé en  $R$ , on seroit porté à croire que  $-4$  &  $-2$  sont de véritables valeurs pour résoudre le Problème, parce qu'elles sont réelles; & que

cette Analyse ne prescrit point d'en chercher d'autres lorsque cela arrive, & que le Systême ne s'y oppose point. Mais tout conspire dans cette Analyse à faire croire que le Problême est impossible lorsque l'on a trouvé que ces valeurs réelles de  $x$  ne donnent que des *Max.* ou des *Min.* imaginaires, & que néanmoins on a épuisé les tentatives que prescrit la methode.

Pour s'assurer que le Problême n'est pas impossible, & pour le résoudre, on peut se servir de la methode ordinaire. Alors on trouvera 2 pour une veritable valeur de  $x$ , & cette valeur donnera encore 2 pour un *Max.* & un *Min.* de  $y$ .

Bien davantage, on trouvera ce veritable *Max.* & *Min.* par l'Analyse même des Infiniment petits, si l'on fait évanouir les signes radicaux de l'égalité proposée en *R.* Alors cette égalité se trouveroit sous la forme que l'on voit icy en *A.*

$$A. \quad y^4 - 8y^3 - 12xyy + 48xy + 4xx = 0. \\ \quad \quad \quad + 16yy \quad \quad \quad - 64x$$

Pour trouver le *Max.* & *Min.* de  $y$  par le moyen de cette Analyse, il faut tirer de la proposée *A* une valeur de  $dy$ ; & cette valeur sera comme on la voit icy en *B.*

$$B. \quad dy = \frac{3yydx - 12ydx - 2xdx + 16dx}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x}.$$

Ensuite on prend le numerateur de la fraction, & l'on suppose que ce numerateur est égal à 0. Ce qui donne l'égalité *C.*

$$C. \quad 3yy - 12y - 2x + 16 = 0.$$

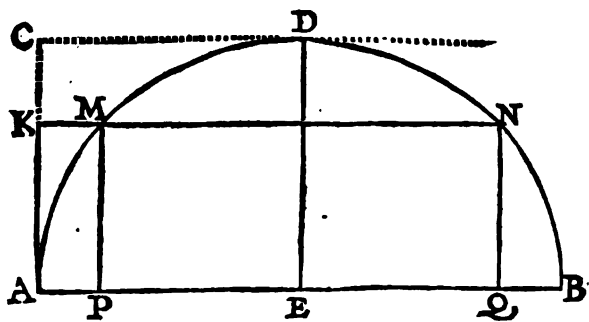
Enfin l'on résout le Problême que representent les deux égalités *A* & *C.* Ce qui donne  $x = 2$  &  $y = 2$ , au lieu des imaginaires qu'on auroit trouvées sous l'autre forme.

Ainsi l'on voit que les Regles de l'Analyse des Infiniment petits produisent des effets differens, & même opposés, selon les différentes expressions de l'égalité proposée. Mais comme un changement d'expression ne doit rien changer dans le fonds des raisonnemens; rien ne doit

empêcher aussi d'appliquer le Systême à ces Regles lorsqu'elle est sous la forme  $R$ , & lorsqu'elle est sous la forme  $A$ ; & il faudroit que ce Systême fit voir que les Regles conduisent à la verité sous la dernière forme, & qu'elles conduisent à l'erreur sous la seconde forme: mais au contraire il paroît qu'il s'applique de la même maniere sous l'une & sous l'autre forme. Ce qui tend à couvrir l'erreur.

Il est vrai qu'on a eu toute une autre idée de ces changemens d'expression dans l'Analyse des Infiniment petits. Car selon cette Analyse, les deux égalités que j'ay marquées icy en  $R$  & en  $A$ , seroient des égalités fort différentes entr'elles; & l'on seroit porté à croire que les Courbes qu'elles fournissent sont fort différentes, & que leurs *Max.* & *Min.* sont aussi fort differens: ce qui jetteroit dans une erreur tres considerable. Ainsi il est bon d'en faire icy la remarque, afin qu'on y fasse attention.

Lorsqu'une égalité exprime la nature d'une Courbe  $ADB$ , & qu'il s'y trouve des signes radicaux ou des incommensurables; on suppose dans l'Analyse des Infiniment petits page 164. article 189, qu'il faut délivrer cette égalité de ces signes radicaux, afin qu'une de ses inconnuës puisse avoir différentes valeurs; & même l'on en parle en cet endroit là comme d'une verité fondamentale.



De là il s'ensuivroit que les inconnuës ne pourroient pas avoir différentes valeurs lorsque les signes radicaux se

trouvent dans l'égalité, & que la maniere de les faire évanouir introduiroit des racines différentes. Ce qui est absurde.

Le premier exemple que l'on propose sur ce sujet dans l'Analyse des Infiniment petits page 165, est celui que l'on voit icy en *M*.

$$M. \quad x^3 + y^3 = axy.$$

Si l'on exprime ce même exemple avec un signe radical comme on le voit icy en *L*.

$$L. \dots x = \sqrt[3]{axy - y^3}.$$

& que l'on fasse évanouir ce signe ou cet incommensurable, on le trouve encore sous la même forme *M*. Il faudroit donc selon l'art. 189 de l'Analyse des Infiniment petits, que l'inconnuë *x*, par exemple, ne pût pas avoir des racines différentes dans l'égalité proposée lorsqu'elle est sous la forme *L*, & que cette inconnuë pût avoir des racines différentes lorsque cette égalité est sous la forme *M*. D'où il faudroit conclure que *L* & *M* sont des égalités qui expriment différentes Courbes : il faudroit en conclure aussi qu'il y auroit des *Max.* ou *Min.* dans *M*, & qu'il n'y en auroit point dans *L*; & c'est principalement pour ces *Max.* & *Min.* qu'on a fait les suppositions de l'article 189 dans cette Analyse.

C'est icy un endroit notable de l'Analyse des Infiniment petits. Car il se trouve qu'en cet endroit cette Analyse est contraire à l'Analyse ordinaire. On peut voir cette contrariété dans l'exemple marqué cy-dessus en *M* & en *L*. Et pour la faire voir évidemment, il est à observer que dans cet article 189, on a regardé *y* comme une quantité connuë. Supposant donc, par exemple, que cette quantité connuë soit  $\frac{1}{2}a$ ; alors on aura l'égalité *K* au lieu de l'égalité *M*, & l'égalité *H* au lieu de l'égalité *L*.

$$K. \quad x^3 + \frac{1}{8}a^3 = \frac{1}{2}aax. \quad H. \quad x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}aax - \frac{1}{8}a^3}.$$

Selon l'Analyse des Infiniment petits article 189, il n'y

auroit point de racines différentes en  $H$ . Mais selon l'Analyse ordinaire il y a trois racines différentes & réelles dans  $H$ . Cette Analyse les découvre, & fait voir que ces trois racines sont les mêmes que celles de l'égalité  $K$ .

Mais si l'on prend  $y = 2a$ , on aura l'égalité  $T$  au lieu de l'égalité  $M$ , & l'égalité  $V$  au lieu de l'égalité  $L$ .

$$T. x^3 + 8a^3 = 2aax. \quad V. x = \sqrt[3]{2aax - 8a^3}.$$

Selon l'Analyse des Infiniment petits il y auroit des racines différentes & réelles dans l'égalité  $T$ ; mais selon l'Analyse ordinaire il n'y a qu'une seule racine réelle en  $T$ . On sçait par l'Analyse ordinaire qu'il y a une réelle & deux imaginaires en  $T$ , & que ces racines sont les mêmes que celle de l'égalité  $V$ .

Soit encore pour exemple l'égalité que l'on voit icy en  $B$ , on trouvera en faisant évanouir le signe radical, comme on le demande dans cet article 189, que cette égalité prend la forme marquée en  $C$ .

$$B. x = \sqrt[3]{28x - 48}. \quad C. x^3 - 28x + 48 = 0.$$

Si l'on résout cette égalité sous la forme  $C$  par l'Analyse ordinaire, on trouvera les trois racines 2, 4, —6. Et comme elles sont rationnelles, il est facile de voir que ce sont aussi les trois racines de l'égalité  $B$ .

En substituant 2 au lieu de  $x$  dans  $B$ , on aura  $2 = \sqrt[3]{56 - 48}$ , c'est-à-dire  $2 = \sqrt[3]{8}$  ou  $2 = 2$ . Ainsi l'on ne peut pas douter que 2 ne soit une racine de  $B$ .

En substituant 4 au lieu de  $x$  dans  $B$ , on aura  $4 = \sqrt[3]{112 - 48}$ , c'est-à-dire  $4 = \sqrt[3]{64}$  ou  $4 = 4$ . Ainsi 4 est aussi une racine de  $B$ .

Enfin substituant —6 au lieu de  $x$  dans  $B$ , on aura  $-6 = \sqrt[3]{-168 - 48}$ , c'est à dire  $-6 = \sqrt[3]{-216}$ , ou  $-6 = -6$ . D'où il est clair que —6 est encore une racine de l'égalité  $B$ .

Il y a donc trois racines différentes & réelles dans l'égalité  $B$ , qui sont les mêmes que celles de l'égalité  $C$ , & qui sont les valeurs de  $x$ . Ainsi l'évanouissement du signe

radical ne retranche ni n'ajoute aucune racine, & il en est de même dans toutes les égalités.

Il n'est pas donc vrai, comme on l'a supposé dans l'Analyse des Infiniment petits art. 189, que les égalités qui ont des signes radicaux ou des incommensurables ne puissent pas avoir différentes racines; & il y auroit sur cela bien des réflexions à faire par rapport au Système. Mais il suffit icy de dire qu'on ne peut pas conclure de cet article 189, que la Courbe qui se forme de l'égalité  $R$ , soit différente de celle que fournit l'égalité  $A$ , ni que leurs *Max* & *Min*. soient différents. Au contraire on peut s'assurer par l'Analyse commune que la Courbe de l'égalité  $A$  est la même que celle de l'égalité  $R$ : que leurs *Max*. & *Min*. sont aussi les mêmes, & que le Système couvre l'erreur, quand il fait croire que  $x = -4$  &  $x = -2$  sont de véritables valeurs de  $x$ ; ou quand il fait croire que les *Max*. & les *Min*. imaginaires que donnent ces valeurs, rendent la question impossible; ou enfin quand il fait croire que l'égalité  $R$  change de nature lorsqu'on la délivre de ses signes radicaux, & que les *Max*. & *Min*. sont différents de l'égalité  $A$ . Ainsi, l'on peut voir que ce Système est fort défectueux.

Il y a des exemples où les défauts de la Règle ne sont pas si grands que dans l'exemple  $R$ ; mais ils ne laissent pas d'être considérables pour le Système. Si l'on cherche, par exemple, le *Max*. & *Min*. de  $y$  dans cette égalité  $G$ .

$$G. y = b + \sqrt{xx - 2ax + aa - bb}.$$

La première tentative donnera  $x = a$ , qui fournit un *Max*. de  $y$ ; & la seconde tentative, si l'on s'avise de la faire, fournira  $x = a - b$ , &  $x = a + b$  qui donnent deux *Min*. de  $y$ . Mais faire ces deux tentatives dans cette question, ce ne seroit pas suivre la règle, & ce seroit encore prendre  $dy$  dans une même question pour un rien absolu, & pour une quantité plus grande qu'aucune quantité donnée; ce qui est contradictoire.

Si l'on délivre cette égalité  $G$  du signe radical , il suffira de supposer  $dy = 0$  pour trouver toutes les solutions du Problème. Car il suffit toujours de faire la tentative du zero absolu pour résoudre entièrement le Problème lorsqu'il n'y a point de signes radicaux ; & même dans ce cas c'est une erreur de passer aux tentatives de l'Infini , quand la premiere tentative n'a rien donné. Mais dire que  $dy$  est égal à rien quand il n'y a point de signes radicaux , & que le même  $dy$  est infiniment grand lorsqu'il y en a , il semble que cela est contradictoire.

Cette contradiction se trouve encore dans l'exemple proposé , page 43 , article 49 de l'Analyse des Infiniment petits. Car la regle de cette Analyse veut que dans cet exemple  $dy$  soit l'Infiniment grand lorsqu'il y a des signes radicaux , & que le même  $dy$  soit aussi zero , quand on a fait évanouir les signes radicaux. Or l'on a fait voir cy-dessus que la question est toujours la même , soit qu'il y ait des signes radicaux ou non. J'ay marqué plus au long ces difficultés dans un Memoire que je lus dans l'Assemblée du 17 Mars 1701.

Toutes les difficultés qui sont icy marquées , font voir que le nouveau Systême de l'Infini , de la maniere qu'il est proposé dans l'Analyse des Infiniment petits , n'est pas recevable en bonne Geometrie.

Il est vrai que plusieurs Geometres ont introduit & supposé certaines quantités qu'ils ont appellées Infinies ; mais ces Infinis ne sont que des Indéfinis , & sont fort differens des Infiniment petits du nouveau Systême : outre que ces Geometres ont pris ces Indéfinis comme des hypothèses , ce que l'on ne voit pas que l'on ait fait dans l'exposition du nouveau Systême , ni dans son usage.

Il est encore vrai que plusieurs Geometre se sont servis du mot d'Infini en parlant des paralleles , des progressions geometriques dont le dernier terme est zero , des Asymptotes , &c. Mais ces Infinis sont tres differens de ceux du nouveau Systême , comme il est aisé de le voir en les comparant avec les suppositions marquées cy-dessus.



Si l'on prend l'Indéfini au lieu de l'Infini dans le Systême, & que l'on veuille séparer les conditions qu'on y a jointes ; il se trouvera que ces conditions peuvent être prises pour des hypothèses : mais ce ne seroit plus le Systême tel qu'on l'a proposé.

Et ce n'est point répondre que de supposer une suite de termes en progression geometrique, & dire que chacun de ces termes est infiniment renfermé dans celui qui le précède. Car afin que cette supposition eût lieu, il faudroit que les Infinis du nouveau Systême, par exemple  $PM$ ,  $Rm$ ,  $nH$ ,  $Lo - nH$ , &c. fussent en progression geometrique ; ce qui ne se trouve pas.

Ce n'est encore rien faire pour expliquer les principales suppositions du Systême, que de dire que les différences infiniment petites, telles que  $dx$  &  $dy$ , sont moindres qu'aucune quantité donnée. Cela se voit aisément, quand on fait attention à ce qui en a été dit dans la Geometrie ancienne. Car si l'on veut s'assurer, par exemple, que la superficie du cercle est égale au rectangle du rayon & de la demi-circonférence ; on peut supposer qu'il y ait de la différence entre ces deux superficies, & démontrer dans le goût des anciens Geometres que cette différence est plus petite qu'aucune quantité donnée. Mais ce n'est point attribuer de l'étendue à cette différence : c'est tout au contraire faire voir que cette différence n'est pas une quantité. Car aussi-tôt qu'on lui attribue une étendue réelle, la démonstration s'y oppose ; & si l'on veut en prendre une plus petite, la démonstration s'y oppose encore : de maniere que cette étendue & cette démonstration ne peuvent jamais s'accorder ensemble dans l'esprit. Ainsi l'on peut dire que les différences plus petites qu'aucune quantité donnée, sont de véritables riens dans le sens des anciens Geometres ; & delà on voit que ce ne sont pas les différences infiniment petites du nouveau Systême, puisque dans le nouveau Systême l'on attribue à ces Infiniment petits une étendue réelle, & que l'on y fait quantité d'autres suppositions qui ne conviennent point au zero absolu. Mais si l'on rejettoit toutes ces suppositions, il seroit vrai de dire que les quantités plus petites qu'aucune quantité donnée répondent aux  $dx$  &  $dy$  de l'égalité différentielle, qui en ce sens ne seroient que des riens absolus, & ne désigneroient que le point Mathématique.

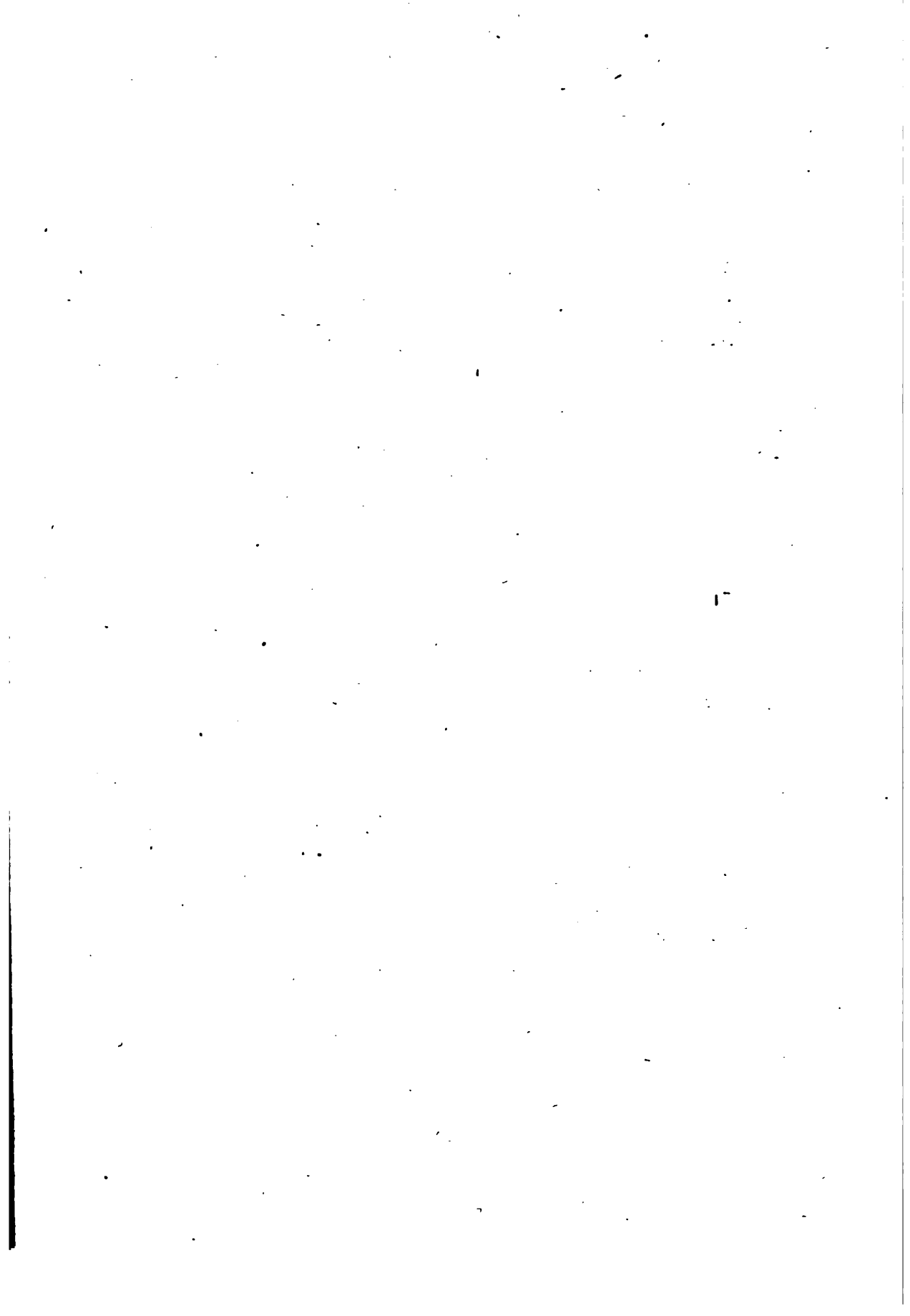
Nonobstant toutes ces difficultés, il est vrai de dire que l'Analyse des Infiniment petits est un Ouvrage très-curieux, & qu'il s'y trouve quantité de choses nouvelles & très-ingenieuses.

**T R A I T É**  
**P H Y S I Q U E**  
**D E M<sup>R</sup>. M E R Y**  
**D E L' A C A D E M I E R O Y A L E**  
**D E S S C I E N C E S ,**

**Et Maître Chirurgien de l'Hôtel-Dieu de Paris :**

**C O N T E N A N T**

- 1°. Un Examen des faits observez par M. du Verney au cœur des Tortuës de terre.
- 2°. Une Réponse à la Critique du nouveau système de la circulation du sang par le trou ovale du cœur du fœtus humain.
- 3°. Une Critique des observations qu'a faites M. Buiffiere sur le cœur de la Tortuë de mer.
- 4°. Une Description du cœur de ce même animal.
- 5°. Une Description du cœur d'une grande Tortuë terrestre de l'Amerique.



# P R E F A C E.

**P**OUR me conformer à l'article trentième du Reglement ordonné par le Roy pour l'Academie Royale des Sciences, j'ay lû consecutivement dans cinq de ses assemblées l'examen que je donne au public des faits que M. du Verney dit avoir observez dans le cœur des Tortuës de terre, & ma réponse à sa Critique du nouveau Systême de la circulation du sang par le trou ovale du cœur du fœtus humain.

Comme ces cinq assemblées suffirent à peine pour cette lecture, M. l'Abbé Bignon President de cette illustre Compagnie jugea à propos de nommer Messieurs Dodart, Maraldi & Litter pour verifier premierement toutes les citations que je rapporte dans mon écrit, sur les passages mêmes de M. du Verney.

Secondement, pour comparer les figures qu'il a données au public du cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique, dans les Memoires de l'Academie de 1676. & 1699. avec les parties que j'ay remarquées depuis ma réponse à sa Critique, au cœur d'un semblable animal en Novembre 1703.

Sur le rapport que firent ensuite de cet examen Messieurs les Commissaires à M. le President, que la plupart des figures de M. du Verney n'étoient nullement conformes au naturel que je leur avois

fait voir, il ordonna au Sieur de Chatillon de faire des desseins de toutes les parties que j'ay découvertes dans le cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique que j'ay moy-même dissequée; ainsi ceux qui confronteront les figures de M. du Verney avec les miennes, pourront plus aisément démêler le vrai d'avec le faux, qui se trouvent trop mêlez ensemble dans toutes ses observations.

Cette conduite si judicieuse de M. l'Abbé Bignon, & l'Approbation que l'Academie a donnée à mon Ouvrage, font bien voir que la Compagnie n'approuve point les erreurs qui se rencontrent dans les pieces que les particuliers qui la composent font imprimer dans ses Memoires, & qu'elle ne prend point d'autre parti que celui de la verité.

Mais comme il ne paroît pas vrai-semblable qu'un même homme puisse se contredire dans toutes ses découvertes, faites sur les mêmes parties du cœur d'un même animal, ce que je démontre cependant par toute la suite de mon écrit rempli des variations de M. du Verney; pour en convaincre quiconque pourroit en douter, le certificat de Messieurs les Commissaires fait foy, premierement, que toutes mes citations sont conformes à ses passages.

Secondement. Que les figures que je donne des parties du cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique, sont aussi conformes au naturel que je leur ay démontré. Le public peut donc croire que cel-

les de M. du Verney en sont fort éloignées, & s'assurer que je n'ay rien avancé contre lui, soit dans l'examen de ses faits, soit dans ma réponse à sa Critique, qui ne soit parfaitement conforme à la vérité, pour la défense de laquelle j'ay entrepris cet Ouvrage.

Troisièmement. D'ailleurs comme le certificat de ces Messieurs porte encore que toutes les parties que je leur ay aussi fait voir dans le cœur de la Tortuë de mer, existent veritablement, le public peut enfin être persuadé que les deux descriptions que M. Buissiere Anatomiste de la Societé Royale de Londres en a faites, l'une qu'il prend pour lui, l'autre qu'il me donne pour détruire la vérité de mes propres découvertes, ne sont remplies toutes deux que d'observations supposées, qu'il a lui-même imaginées, sans avoir vû le cœur de cet animal; puisque les faits qu'il rapporte dans ses deux descriptions, sont tous contraires à ceux que j'ay fait voir à l'Academie Royale des Sciences, & à Messieurs les Commissaires par elle députés pour les examiner en particulier. Ainsi l'Approbation que cette sçavante Compagnie a donnée aux faits que j'ay observés sur les cœurs des Tortuës de terre & de mer, est un sûr garant de la vérité de la description que j'en donne après ma réponse aux Critiques de Messieurs du Verney & Buissiere.

Je ne prétends point cependant diminuer par mes raisons la réputation que M. du Verney s'est acquise par ses travaux. Il est plein de merite;

mais les plus grands hommes sont sujets à se méprendre, & l'on peut dire que leurs erreurs sont moins des preuves de leur incapacité, que des marques de la foiblesse de l'esprit humain.

EXTRAIT DES REGISTRES  
de l'Academie Royale des Sciences  
du 12. Mars 1704.

**M**ESSIEURS Dodart, Maraldi & Littere, nommez par l'Academie pour verifier les passages de quelques écrits de M. du Verney, citez & rapportez par M. Mery dans le différent qu'il a avec M. du Verney a l'occasion de la description du cœur de la Tortuë, &c. & pour verifier aussi quelques faits contenus dans la description de la Tortuë, faite par M. Mery, ont certifié à la Compagnie avoir trouvé entièrement conformes aux citations de M. Mery tous les passages tirez des Memoires de l'Academie, pour servir à l'Histoire des animaux, imprimés en 1676, & des Memoires in 4°. de l'Academie imprimés en 1699, de la description du cœur du Crocodile, qui est dans le second volume manuscrit de l'Histoire des animaux qui ont été dissez à l'Academie avant son nouvel établissement; des reflexions de M. du Verney sur le Crocodile, imprimées parmi les observations des RR. PP. Jesuites de Siam en 1688. & des Registres de l'Academie de l'année 1699.

Ils ont aussi certifié à la Compagnie que M. Mery leur a fait voir,  
1°. Que dans le cœur mou d'une grande Tortuë terrestre de l'Amerique, & dans le cœur soufflé & séché de deux petites Tortuës de terre, il n'y a ni grand ni petit réservoir dans les veines qui aboutissent à leurs oreillettes; que les deux veines des poulmons n'y font point de tronc commun; parce qu'elles aboutissent chacune à l'oreillette gauche en se joignant l'une à l'autre par le côté à l'endroit de leur aboutissement, & que ces veines étant vûës extérieurement paroissent plus étroites à l'endroit de leur concours que par tout ailleurs.

2°. Que c'est la même chose dans les deux veines caves à l'égard de l'oreillette de ces trois coeurs.

3°. Que dans les coeurs de deux petites Tortuës de terre, & d'une Vipere, soufflés & séchés les deux valvules sigmoïdes adossées entr'

elles, & attachées à la cloison des deux oreillettes étant soulevées, ne ferment point les embouchures des oreillettes aux ventricules; & étant abaissées dans un cœur mort, elles ne ferment pas non plus exactement le trou ovale qui est dans la cloison charnue qui sépare le ventricule droit d'avec le gauche.

4°. Que les deux valvules qui sont placées à l'embouchure des veines caves avec l'oreillette droite, laissent entr'elles une ouverture ovale qu'elles ne ferment pas.

5°. Que dans le cœur qu'on leur a dit être d'une anguille, soufflé & séché, les deux valvules de l'aorte ne la ferment point exactement.

6°. Que l'air soufflé dans le cœur mort d'une grande Tortue de l'Amerique, soit par les veines, soit par les artères, rempli & enflé ses ventricules, ses deux oreillettes & tous les vaisseaux.

7°. Que dans le cœur des deux grandes Tortues de mer il n'y a qu'une valvule à l'embouchure de l'oreillette droite au ventricule droit, & trois à l'embouchure de l'oreillette gauche au ventricule gauche.

8°. Que des trois troncs d'arteres qui sortent des ventricules du cœur, il y en a un qui après avoir produit l'artere cœliaque & la mésentérique, finit en s'abouchant à la branche postérieure de l'aorte.

9°. Qu'il n'y a que deux valvules sigmoïdes à l'embouchure de chaque tronc d'artere.

10°. Que les Tortues de terre ont des pieds, & celles de mer des nageoires.

11°. Que la figure des cœurs de Tortues de terre représentent une demie sphere un peu applatie; que celle des cœurs des Tortues de mer ressemblent à un cône, de sorte que la plus grande dimension des cœurs des premières est d'un côté à l'autre de la base, & que dans les cœurs des dernières elle est de la base à la pointe.

Ils ont encore certifié que M. Mery leur a fait voir le cœur & les vaisseaux de la Tortue terrestre de l'Amerique étant ouverts.

12°. Que la surface intérieure des veines qui rapportent le sang dans les oreillettes du cœur de cet animal, est fort lisse & polie, qu'il en est de même des veines du poulmon dans la Tortue de mer; qu'au contraire dans celle-ci les veines caves & les axillaires sont garnies de fibres charnuës qui forment dans les axillaires une espece de tresse, dont on voit quelque vestige dans le concours des deux veines caves.

13°. Que dans le cœur de la Tortue de mer il n'y a que trois cavitez qui communiquent ensemble par deux détroits; que le cœur



de la Tortuë terrestre de l'Amerique en a quatre, qui ont aussi communication entr'elles par trois détroits.

14°. Que du cœur de ces deux especes de Tortuës partent trois troncs d'arteres; que du ventricule gauche de l'un & de l'autre il ne sort aucun de ces trois troncs; que dans la Tortuë de mer le ventricule droit donne naissance à deux de ces troncs, qui font l'office de l'aorte, & du canal arteriel de communication placé dans le fœtus entre l'aorte descendante & l'artere du pœmon; mais qu'il ne sort aucune artere du ventricule droit du cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique; que dans celle-cy ces deux premiers troncs tirent leur origine de la cavité qui communique immédiatement avec le ventricule droit; que dans la Tortuë de mer l'artere du pœmon sort de cette même cavité, que dans celle de terre l'artere du pœmon part du ventricule qui communique avec celui d'où sortent l'aorte & le canal de communication.

15°. Qu'au haut du détroit du ventricule droit à la cavité d'où partent l'aorte & l'artere de communication, il y a dans la Tortuë terrestre de l'Amerique une valvulle faite en forme de croissant, & qu'il n'y en a point dans celle de mer.

16°. Que dans l'une & dans l'autre il n'y a qu'une valvulle à l'entrée du ventricule droit, & trois à l'entrée du gauche.

17°. Qu'à l'embouchure de l'oreillette droite avec les veines caves, il y a deux valvulles dans ces deux especes de Tortuës, qu'il n'y en a aucune à l'embouchure de l'oreillette gauche avec les veines du pœmon.

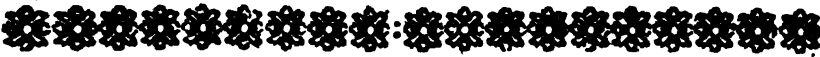
18°. Qu'à l'embouchure de chacun des trois troncs d'artere du cœur de la Tortuë de terre & de mer il n'y a que deux valvulles.

Ils ont enfin certifié avoir trouvé les figures que M. Mery a fait faire des parties du cœur de ces deux Tortuës tout à fait conformes au naturel. En foy dequoy j'ay signé le present Certificat à Paris ce 2. Juin 1704.

FONTENELLE,

*Sec. perp. de l'Ac. Royale des Sciences.*

EXAMEN



## EXAMEN DES FAITS

OBSERVEZ PAR M. DU VERNET

*Au Cœur de La Tortue de terre.*

**E**Nfin après dix ans & plus de reflexions, M. du Verney vient de nous donner sa Critique sur l'usage que j'ay attribué au trou ovale, & au canal de communication qui se trouvent dans le fœtus humain & dans la Tortue. Voici comme il débute.

*Faurois pu donner au public, il y a long-tems, les observations que j'ay faites sur le nouveau système de la circulation du sang dans le fœtus, que M. Mery a voulu fonder sur la structure du cœur de la Tortue.*

Memoires  
de l'Acade-  
mie de  
l'année  
1699. im-  
primez en  
1702. pag.  
227.

Qu'il y a peu de verité dans ce début? Ceux qui voudront bien se donner la peine de lire seulement l'avis qui est à la tête du petit Traité que j'ay donné au public en 1700, deux ans avant l'impression de sa Critique, verront que le nouveau système de la circulation du sang dans le fœtus humain, qui en fait le sujet, n'est pas fondé, comme il voudroit le faire croire, sur la structure du cœur de la Tortue; qu'elle n'en est seulement que l'occasion, mais sur l'inégalité qui se rencontre dans le fœtus entre l'aorte & l'artere du pœumon, sur la difference qui se trouve entre les capacitez des oreillettes, sur celle des ventricules de son cœur, & sur l'égalité de ces mêmes parties dans l'homme adulte.

Connoître cete verité, & n'en point parler dans tout son Traité, n'est-ce pas donner lieu au Lecteur de penser qu'il a bien senti en lui-même, que ce fondement sur lequel est véritablement bâti ce nouveau système, est inébranlable? Cependant M. du Verney voudroit bien faire croire qu'il l'a détruit il y a long-tems, comme on le

peut voir par ce qu'il va dire : Dès qu'il le proposa, je l'examinay avec soin, je fis des dissections exactes de plusieurs Tortuës; & ayant connu l'erreur de cette découverte, je la combattis dans mes exercices du Jardin Royal, & dans cette Academie, comme il est rapporté dans l'Histoire, qui en a été publiée.

Avant de faire voir que toutes ces dissections de Tortuës sont peu exactes, M. du Verney me permettra, s'il lui plaît, de lui demander en quelle année & dans quelle page de son Histoire l'Academie Royale des Sciences rapporte ses objections. Je l'ay lûe, & n'y en ay remarqué aucune avant sa Critique. Il est bien vrai qu'en 1692. il proposa en différentes assemblées de cette celebre Compagnie plusieurs difficultez sur le rapport que j'avois fait du trou oyale de la Tortuë avec celui du fœtus humain. Il donna même par écrit ses objections à M. l'Abbé Bignon qui en étoit alors President; mais la réponse que j'y fis immédiatement après, & qui est restée dans les Registres de l'Academie, l'obligea aussi-tôt à retirer son écrit : De là vient qu'elle n'a point fait mention dans son Histoire des objections de M. du Verney avant 1702, qu'elle donna au public ses Memoires de 1699; ce qui fournit à M. du Verney l'occasion d'y placer avec sa Critique la description du cœur d'une grande Tortuë de l'Amerique, qu'il ne reçût de Versailles qu'au mois de Decembre 1700; ce qui se verifie par les Registres de l'Academie.

Au reste; qu'il est aisé de combattre l'opinion d'un homme devant des écoliers qui ne l'entendent point, & à qui on ne laisse pas même la liberté de faire une objection; mais qu'il est difficile d'en imposer à des Academiciens, & à des Anatomistes qui sont en état de démêler le vrai d'avec le faux, & les bonnes raisons d'avec les mauvaises; j'en appelle à leur jugement.

Les objections que me fit M. du Verney en 1692, étant fort différentes de celles qu'il me propose aujourd'huy dans sa Critique, comme on le peut voir dans le petit

écrit que j'ay fait imprimer en 1700. p. 19. où je les ay rapportées, il est surprenant de lui entendre dire :

*Je composay dès-tors le Traité que je vais lire, & quelques autres qui paroîtront dans la suite. J'ay différé de les donner au public, & je ne m'y suis déterminé qu'avec peine, & pour le bien de la paix, & par la considération que j'ay pour l'Auteur de ce système; mais j'ay cru les devoir à la curiosité de ceux, qui s'étant élevez comme moy contre ces nouveaux sentimens, n'ont eu ni le même loisir, ni la même commodité de travailler à de pareils disséctions. D'ailleurs l'Auteur pourroit prendre mon silence pour une approbation de son sentimens, & publier encore que bien qu'il m'en ait fait une espee de défi, je n'ay pas osé le combattre.* pag. 227.

La nouvelle opinion de la circulation du sang par le trou ovale dans le fœtus humain, eut avant de paroître en public le bonheur d'être approuvée par M. du Verney en pleine Academie, & même chez lui lorsque je la lui communiquay en particulier : mais elle ne fut pas plutôt imprimée, qu'il fit en effet tous ses efforts pour la détruire, mais inutilement, puisqu'il ne jugea pas à propos de laisser dans les Registres de l'Academie ses objections. Qui croira après cela qu'il ait véritablement de la considération pour son Auteur, & qu'il aime sincèrement à vivre en paix avec lui ?

La curiosité de ceux, qui comme lui, se sont élevez en 1698 contre le nouveau système publié & établi en 1697, sur la capacité differente de l'aorte & de l'artere du pœumon dans le fœtus sera peu satisfaite, quand ils verront que par toute sa Critique, qu'il leur a fait attendre pendant plus de dix ans, il n'attaque point, comme ils ont fait, le veritable fondement de ce système, & que même toutes les raisons qu'il y emploie pour ruiner seulement le rapport que j'ay fait de l'usage du trou ovale du cœur de la Tortuë avec celui du fœtus humain, n'auront servi qu'à le mieux appuier. De là n'auront-ils pas lieu de s'imaginer, que puisque M. du Verney ne combat point au fond mon opinion, c'est qu'il ne trouve point en lui-même

Memoires  
de l'Acade-  
mie 1692.  
pag. 57.

Memoires  
de l'Acad.  
1699. pag.  
228.

d'assez fortes raisons pour la détruire. Il paroît cependant se flatter de la pouvoir renverser, quoyqu'il ne l'attaque point, quand il nous dit : *Dans le tems que je m'y suis déterminé, j'ay été assez heureux pour recevoir de Versailles une grande Tortuë terrestre de l'Amerique, qui m'a servi à confirmer les observations que j'avois faites sur celles que nous avons en France. J'ay ajouté la description des cœurs de la Vipère, de la Grenouille, & de quelques poisons qui ont tous beaucoup de rapport au cœur de la Tortuë, afin de ne rien omettre de tout ce qui peut servir à éclaircir ces questions.*

M. du Verney nous apprend bien que cette Tortuë lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur nos petites Tortuës de France : mais il nous dissimule qu'il s'est servi de ces petits animaux pour confirmer les remarques qu'il a faites il y a plus de vingt ans, sur une autre Tortuë terrestre de l'Amerique encore plus grande que celle du cœur de laquelle il vient de nous donner la description. Il n'a sur cela gardé le silence, que parce qu'en 1685 je démontray à l'Academie sur une Tortuë de mer, que toutes les observations qu'il a faites sur les différentes parties du cœur de sa premiere Tortuë de l'Amerique étoient fausses. Les faits que je fis voir à cette sçavante Compagnie parurent si évidens à M. du Verney, qu'il n'osa pas alors les contester.

Ce ne fut qu'après s'être rendu maître des desseins que j'avois fait faire des parties du cœur de cet animal qu'il entreprit de les faire passer pour faux, & qu'il se servit pour cet effet de nos petites Tortuës de France pour vérifier les observations qu'il avoit faites sur sa premiere Tortuë de l'Amerique, particulièrement qu'il ne sortoit du cœur de cet animal que deux troncs d'arteres, & qu'il y avoit à l'embouchure de chacune trois valvulles sigmoïdes ; mais une grosse Tortuë que je reçûs de Languedoc dans le tems de ses démonstrations à l'Academie, ruina son entreprise ; il fut contraint en lui montrant au cœur de cet animal trois troncs d'arteres qui n'avoient chacun que deux valvulles comme celles de la Tortuë

de mer, d'avouer à Messieurs de l'Académie Royale des Sciences qu'il s'étoit mépris. Il fit plus, il donna ensuite mes faits au public pour ceux qu'il avoit observez lui-même sur le cœur du Crocodile, & ne les lui donna pas pour faux; ce que prouveray à la fin de l'examen que je vais faire de ses observations.

Pour ne point faire perdre de vûë au Lecteur la question dont il s'agit maintenant entre M. du Verney & moy, qui est de sçavoir si le sang circule dans le cœur du fœtus humain, comme dans celui de la Tortuë; ou bien si le trou ovale & le canal de communication, qui se rencontrent dans l'un & l'autre, ont le même usage dans tous les deux, j'examineray seulement les remarques qu'il a faites sur le cœur de la Tortuë; persuadé que celles du cœur de la Grenouille & de la Carpe, qu'il vient de nous donner dans le même Traité, sont beaucoup plus propres à embrouïller cette question qu'à l'éclaircir.

En effet, établir des différences essentielles entre les parties du cœur de ces animaux; soutenir après cela que la structure du cœur de la Tortuë qui a trois ventricules, trois troncs d'arteres, deux troncs de veines, deux oreillettes, soit conforme à la structure du cœur de la Carpe, qui n'a qu'un ventricule, qu'un tronc d'artere, qu'un tronc de veine, qu'une oreillette; n'est-ce pas s'imaginer que trois ou deux ne font qu'un dans la nature, ou qu'un y fait deux ou trois? Mais comment M. du Verney pourra-t-il nous démontrer un paradoxe si étrange? & qui pourra comprendre que le cœur de la Carpe qui n'a ni trou ovale, ni canal de communication, puisse être propre à prouver que ces deux conduits, qui se rencontrent dans le fœtus humain & dans la Tortuë, n'ont pas dans l'un & dans l'autre les mêmes usages? Cependant il nous dit que *la conformité qui se trouve dans la structure du cœur* pag. 144. *de ces animaux, l'a obligé de les décrire en même-tems, afin* pag. 148. *de ne rien omettre de tout ce qui peut servir à éclaircir ces questions.* Pour cela il faut un génie tout particulier.

Nous voici arrivés à la division de la piece de M. du

pag. 128. Verney. *Je décriray, dit-il, dans la premiere partie de ce discours la structure du cœur de la Tortuë, & de ceux des autres animaux dont j'ay parlé. Dans la seconde j'examineray leurs usages, & dans la troisieme je fonderay sur toutes les deux la Critique du nouveau système.* Qui ne croiroit que M. du Verney va renverser ce système nouveau? Cependant il n'y touche nullement, puisqu'il n'attaque aucune des cinq propositions sur lesquelles il est fondé. C'est ce que je feray voir dans ma réponse à sa Critique : faisons presentement l'examen de ses faits.

En suivant pas à pas M. du Verney dans toutes ses démarches, je feray voir d'abord qu'il détruit lui-même par ses propres observations tous les faits qu'il a remarquez dans le cœur des Tortuës sur lesquels il fonde sa Critique. Je montreray ensuite que ce qu'il nous dit de la circulation du sang de ces animaux dans la seconde & troisieme Partie de son Traité, n'est qu'une imitation d'une petite piece que j'ay fait imprimer dans les Memoires de l'Academie. Je démontreray enfin par ses propres faits, que le trou ovale & le canal de communication ont dans le fœtus humain & dans la Tortuë les mêmes usages, & qu'il a dit long-tems avant moy, que la circulation du sang se fait dans le cœur du fœtus de la même maniere qu'elle se fait dans celui de la Tortuë, ce qui fera voir l'absurdité de toute sa Critique par laquelle il prétend aujourd'huy prouver le contraire.

Avant de fournir les preuves de ma premiere proposition, je dois faire remarquer que M. du Verney nous a donné quatre descriptions du cœur de la Tortuë. La premiere se trouve dans les Memoires que l'Academie Royale des Sciences fit imprimer en 1676. Celle-ci est du cœur d'une grande Tortuë terrestre de l'Amerique. La seconde est du cœur d'une Tortuë de mer. Celle-là a été imprimée en 1688 parmi les observations que les Reverends Peres Jesuites de Siam ont faites sur le Crocodile. La troisieme qui est du cœur des petites Tortuës de France, a été seulement transcrite dans les Registres de l'A-

cademie le 23 Decembre 1699, le même jour & le même mois de cette même année. La quatrième fut imprimée dans ses Memoires, si on s'en rapporte à la date. Cette dernière description est encore du cœur d'une grande Tortuë terrestre de l'Amerique, que M. du Verney n'a cependant reçûe de Versailles qu'au mois de Decembre 1700. J'ay tiré une copie de sa troisième description, verifiée par M. de Fontenelle Secrétaire de l'Academie, afin de faire connoître que sa dernière Tortuë de l'Amerique, loin de lui avoir servi, comme il dit, à confirmer les observations qu'il a faites sur le cœur de petites Tortuës de France, ne lui a servi au contraire qu'à les détruire ou à les reformer.

Des deux grandes Tortuës terrestres de l'Amerique dont M. du Verney nous a donné les observations, la première avoit quatre pieds & demi de long depuis l'extrémité du museau jusqu'à l'extrémité de la queue, & quatorze pouces d'épaisseur; l'écaïlle avoit trois pieds de long sur deux de large.

Premiere  
Descrip-  
tion 1676.  
pag. 193.

M. du Verney ne nous marque point quelle étoit la longueur entière de la seconde; il se contente de nous dire que l'écaïlle qui la couvroit étoit de deux pieds trois pouces de long sur deux pieds un pouce de large, & son écaïlle de dessous d'un pied cinq pouces de long sur un pied deux pouces de large.

Quatrième  
descr. 1699.  
pag. 228.

Si les mesures de l'écaïlle de la première Tortuë sont justes, comme il y a bien de l'apparence, on peut dire sans crainte de se tromper que M. du Verney s'est mépris en mesurant les écaïlles de la seconde; mais c'est peu de chose que cette méprise. Ce qu'il y a de plus étrange, c'est que les figures qu'il nous a données du cœur de la première Tortuë de l'Amerique, sont en tout différentes de celles du cœur de la seconde, & que les deux descriptions qu'il a faites des cœurs de ses deux Tortuës se détruisent l'une l'autre; de sorte que si les observations qui sont dans la première description sont vraies, celles qui sont dans la quatrième sont absolument fausses; & réciproquement.



proquement si celles-ci sont vraies, les autres sont évidemment fausses. C'est ce que je vais démontrer.

Quatrième description pag. 229. M. du Verney nous dit dans sa quatrième description, qu'on voit autour du cœur de ces animaux une espèce de réservoir d'une figure oblongue, & assez semblable à celle d'un outre enflé: il est formé par le concours de plusieurs veines. L'axillaire droite & la veine cave inférieure s'embouchent au côté droit de ce réservoir, l'une en haut, & l'autre en bas. De l'autre côté on voit dans une pareille situation l'axillaire gauche, & une veine qui rapporte le sang de la partie gauche du foie. La veine coronaire, & quelques autres vaisseaux qui sortent des parties voisines s'y unissent aussi; & comme les jugulaires se déchargent dans les axillaires, cela fait que le sang de toutes les veines est rapporté dans ce réservoir, à l'exception de celui des veines du poulmon. Ce même réservoir, vers son milieu, s'ouvre dans l'oreillette droite du côté qu'elle regarde l'écaille de dessus.

Pag. 244. Ce réservoir, dans le sens que le prend ici M. du Verney, ne peut être autre chose que le tronc de la veine cave. Il en convient lui-même, quand il nous dit que par le terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tronc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu de veines caves supérieure & inférieure.

Ce mot de réservoir étant bien entendu, il est aisé de prouver maintenant à M. du Verney qu'il détruit lui-même tout ce qu'il vient de nous en dire, par ce qu'il nous en dit dans sa première description. Voici ses propres paroles.

Première descr. 1676. pag. 198. La veine cave, qui ainsi qu'il a été dit, avoit deux troncs sortans l'un de la partie droite du foie, & l'autre de la partie gauche, portoit le sang par chacun de ces troncs dans chacune des oreillettes.

Cela se voit effectivement par les premières figures de ces parties, le contraire paroît dans les secondes, où l'on voit que son grand réservoir s'ouvre vers son milieu dans l'oreillette droite par une seule embouchure. Quelle différence? Est-ce M. du Verney qui s'est mépris, ou la nature ?

tur e

ture ? Qui pourra découvrir la vérité parmi ces contradictions ?

Après nous avoir fait la description du réservoir de la veine cave, il en décrit une autre formé par la réunion des veines du p<sup>ou</sup>mon, & nous dit que *les deux veines du p<sup>ou</sup>mon remontent le long du côté intérieur de chaque branche, la droite passant par dessus le réservoir dont on a parlé, & la gauche par dessus l'axillaire du même côté; elles viennent toutes deux former un second réservoir beaucoup plus petit que le premier, & qui se décharge dans l'oreillette gauche vers son milieu du côté qu'elle regarde l'écaille de dessus.*

Quatrième  
description  
pag. 229. &  
230.

Cependant dans sa troisième description du cœur de nos petites Tortuës de France, il dit que *les deux veines du p<sup>ou</sup>mon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche, & ces deux veines la percent chacune à part, quoique fort près l'une de l'autre.*

Troisième  
description.

Est-ce là confirmer par la grande Tortuë terrestre de l'Amerique les observations qu'il a faites sur les petites Tortuës de France ? La différence de ces deux passages qui regardent un même fait saute aux yeux : Par le premier les veines du p<sup>ou</sup>mon s'unissent ensemble pour former un petit réservoir, qui n'a qu'une seule embouchure dans l'oreillette gauche ; par le second les deux veines du p<sup>ou</sup>mon ne s'unissent point, elles percent chacune à part cette oreillette. Quelle contradiction !

Quelque grande que soit cette différence, elle paroît petite en comparaison de celle que je vais rapporter. Les deux veines du p<sup>ou</sup>mon ne s'ouvrent point dans l'oreillette gauche, & ne versent point leur sang dans sa capacité. C'est M. du Verney qui nous l'apprend lui même dans sa première description, écoutons-le parler.

*La veine du p<sup>ou</sup>mon étoit double, y en ayant une de chaque côté ; car ces veines se déchargeant dans chaque axillaire, méloient le sang qu'elles avoient reçu du p<sup>ou</sup>mon avec celui de la veine cave, pour le porter dans le ventricule droit duquel l'aorte sortoit.*

Première  
description  
pag. 198.

Qui pourra parmi tant de faits, qui se détruisent les

uns les autres, démêler les vrais d'avec les faux? Comment après cela faire fonds sur les observations de M. du Verney? Ne nous laissons pas cependant de le suivre dans ses variations; nous ne sommes encore qu'au commencement, revenons donc à ses deux réservoirs, & montrons-lui premierement que le terme de réservoir ne peut convenir aux troncs des veines sans abus.

Réservoir, pris dans sa signification propre, ne se dit que d'un lieu où on amasse & où on réserve des eaux, pour les faire ensuite couler ou jaillir dans un autre. C'est dans ce sens que la vessie peut être appelée avec raison le réservoir de l'urine, cette liqueur y étant retenue quelque tems avant que de s'écouler par l'uretre.

On ne peut pas dire de même que le tronc de la veine cave, ni celui des veines du poulmon soient les réservoirs du sang qui vient de toutes les parties du corps de la Tortuë se rendre dans le cœur de cet animal par ces vaisseaux, puisqu'il ne fait qu'y passer sans arrêter un seul moment. Il est donc évident que l'application que M. du Verney fait du terme de réservoir au tronc de la veine cave, & à celui des veines du poulmon, n'est pas naturelle: car il lui est impossible de faire voir que le sang s'y repose un seul moment avant que d'entrer dans les oreillettes du cœur de la Tortuë.

Supposé néanmoins que le mot de réservoir pût convenir improprement aux troncs des veines, faisons-lui voir secondement que son grand ni son petit réservoir n'existent point dans les Tortuës; en voici plusieurs preuves.

Premiere preuve. C'est une chose démontrée par tous les Geometres, que les capacitez ou ouvertures des tuyaux circulaires sont comme les quarrés de leurs diametres ou de leurs circuits. Or on trouve par experience que les circuits de l'aorte & de l'artere de communication sont presque égaux, & que celui de l'artere du poulmon est à tres-peu de chose près double de chacun d'eux, donc la capacité de l'artere du poulmon sera à chacune

des fleurs, comme le quarré de 2 est au quarré de 1, c'est-à-dire, comme quatre est à un, & par conséquent la capacité ou l'ouverture de l'artere du pòumon est environ quadruple de chacune de celles-là, c'est à dire double des deux ensemble.

Or supposé que le sang qui passe des ventricules du cœur de la Tortuë dans ces trois arteres y coulât avec la même vitesse, il devroit passer par l'artere du pòumon deux onces de sang, pendant qu'il n'en passeroit que demie-once dans chacune des deux autres, & par conséquent le réservoir des veines du pòumon de la Tortuë, qui reçoit le sang de l'artere pulmonaire, devroit être une fois plus grand que celui de la veine cave qui reçoit le sang de l'aorte & du canal de communication. Cependant M. duVerney donne au réservoir de la veine cave une capacité quarante fois ou environ plus grande qu'au réservoir de la veine du pòumon, ce qui est absolument impossible. Ces deux réservoirs ne sont donc qu'imaginaires, suivant même le rapport qu'il fait de ces trois arteres.

Seconde preuve. Car si, comme il le dit, *l'artere du pòumon a autant de diametre que l'aorte ascendante, & s'il suffit que le tiers du sang qui sort du cœur soit porté dans le pòumon*, comme il le suppose, il est visible qu'il ne passera par l'aorte ascendante qu'un autre tiers de cette même masse de sang qui sort du cœur de la Tortuë; il faut donc nécessairement que le troisième passe dans l'aorte descendante, les ouvertures de ces trois arteres, selon lui, doivent donc être égales, & par conséquent le réservoir qui reçoit le sang de les deux arteres, ne peut être que double du réservoir qui reçoit le sang de l'artere du pòumon dans sa supposition. Il est donc vrai qu'il s'est de beaucoup méconté dans son calcul, en donnant environ quarante fois plus de capacité au tronc de la veine cave, dont il fait son grand réservoir, qu'au tronc de la veine du pòumon qui fait le petit: mais c'est-là la moindre de ces erreurs à cet égard, celle qui suit est beaucoup plus considerable.

Quatrième  
description  
p. 235. &  
p. 249.

Troisième preuve. M. du Verney convient que *par le terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tronc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu des veines caves supérieure & inférieure dans la Tortuë.*

Or comme il est de la nature d'un tronc de veines de n'avoir qu'une capacité égale à celles de toutes les racines dont il est formé, puisqu'il ne porte que la même quantité de sang ; que cependant la capacité de son petit réservoir est du moins six fois plus grande que celle des deux veines du poulmon prises ensemble, & la capacité de son grand réservoir trente fois ou environ plus grande que celle des deux troncs de la veine cave, & des axillaires prises ensemble ; ce qu'on peut voir par la septième & huitième Figure de la cinquième Planche, il est évident que ces deux réservoirs ne peuvent exister dans les Tortuës.

Quatrième preuve. Pour en être encore plus convaincus, il n'y a qu'à comparer seulement le grand réservoir avec le cœur, tels qu'ils sont l'un & l'autre representez dans la seconde & la quatrième Figures qui se trouvent à la fin de sa quatrième description ; on verra par ces deux Figures, que la seule capacité de ce réservoir est du moins double de celles des deux oreillettes, & des trois ventricules du cœur de la Tortuë prises toutes ensemble ; ce qui est absurde.

Cinquième preuve. Si M. du Verney ne veut pas se rendre à ces preuves qui ruinent visiblement les deux réservoirs, qu'il s'en rapporte du moins à lui-même, qu'il prenne donc la peine de revoir les Figures du cœur de la première Tortuë de l'Amerique, il y remarquera qu'alors il prit soin que les deux troncs des veines caves gardassent avec leurs racines une égale portion ; il y verra aussi que les capacités des oreillettes sont de beaucoup plus grandes que celles des troncs des veines qui s'embouchent avec elles. Par là il pourra aisément se débarrasser de ces deux réservoirs imaginaires.

La sixième preuve que ces réservoirs n'existoient pas

dans la dernière Tortuë de l'Amerique, se tire de la troisième Figure du cœur de nos petites Tortuës de France qu'il a fait graver dans la seconde Planche, & de la description qu'il en a donnée à l'Academie. Dans la Figure ces réservoirs ne sont point representez. M. du Verney n'en parle point dans la troisième description. Je vais en rapporter deux passages qui confirment ce que-j'avance. Voici le premier.

*On voit, dit-il, sous l'oreillette droite un tronc de veines formé par la réunion de plusieurs vaisseaux, lequel s'ouvre à côté & un peu au-dessous de cette oreillette.*

Troisième description.

Voilà le second. *Les deux veines du pōmon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche, & ces deux veines la percent chacune à part.*

Même description.

Il n'a donc point trouvé au cœur de ces petits animaux ces deux réservoirs, il n'en fait point mention dans la description de la première Tortuë de l'Amerique, & les Figures qu'il nous a données des veines du cœur de cet animal ne representent nullement ces réservoirs. Il y a donc d'autant moins lieu de croire qu'il les ait vus dans la seconde, qu'il nous assure qu'elle lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur les petites Tortuës de France, dans lesquelles il est constant que ces deux réservoirs ne se rencontrent pas, & par conséquent toutes les Figures magnifiques qu'il nous en a données ne sont qu'une pure illusion; autrement il auroit dû nous avertir que la dernière Tortuë de l'Amerique lui a servi à reformer les observations qu'il a faites sur les petites Tortuës de France, & non pas à les confirmer, comme il nous dit dans sa quatrième description.

Quoyqu'il soit vrai que ces deux réservoirs n'existent point dans les Tortuës, examinons néanmoins si M. du Verney est plus d'accord avec lui-même sur ce qu'il nous rapporte de leur structure intérieure & de leurs valvules. Voici ce qu'il nous dit de son grand réservoir.

*Ce réservoir par dedans est en quelque maniere tapissé de fibres charnuës, qui se croissent & s'entrelassent à peu près com-*

Quatrième description  
pag. 229.

*me celles qui se voient au-dedans des oreillettes du cœur de l'homme, la veine cave est tapissée de même de la longueur d'environ un ponce, & les embouchures des autres vaisseaux le sont aussi.*

pag. 244.

En lisant cet endroit, qui ne concevra que ce grand réservoir & la veine cave sont deux parties aussi distinctes que sont les oreillettes & les ventricules? M. du Verney nous avertit cependant quinze pages après, *que par le terme de réservoir on n'entend autre chose qu'un tronc de veines formé par le concours de plusieurs autres, & qui tient lieu de veines caves supérieure & inférieure dans la Tortue.*

Ne devoit-il pas nous donner d'abord cet avertissement, pour nous faire comprendre que l'un & l'autre ne sont que la même chose dans son idée, parce qu'on sçait qu'un canal & un réservoir sont deux choses fort différentes?

Si l'on compare ces nouvelles remarques de M. du Verney avec ses anciennes observations, on ne sçaura que croire de cette tapissérie dont il orne les réservoirs imaginaires de la seconde Tortue de l'Amerique, car comme il n'en parle point dans la description des vaisseaux de la première, qui pourra se persuader qu'il l'ait trouvée dans ceux de la seconde, qui lui a servi à confirmer les observations qu'il a faites sur les petites Tortues de France, dans lesquelles il n'a pas aussi rencontré cette tapissérie, comme il paroît par les deux passages de la troisième description que je viens de rapporter, dans lesquels il n'en est fait non plus de mention que des réservoirs?

pag. 250.

D'ailleurs s'il n'y a point de différence entre les veines de la Tortue terrestre de l'Amerique & celles de la Tortue de mer, je puis assurer que cette tapissérie qui se trouve à la vérité dans les veines axillaires, ne se rencontre assurément pas dans les veines du poulmon. M. du Verney nous dit cependant que *le bassin du petit réservoir est aussi garni par dedans de fibres charnues, mais en moindre quantité que celui du grand réservoir.*

On se trouvera encore plus embarrassé en lisant ce qu'il

nous rapporte des valvules de ces deux réservoirs. On remarque dans sa quatrième description, qu'à l'embouchure du grand réservoir il y a deux valvules situées un peu obliquement par rapport à l'oreillette droite. Quand elles se joignent, elles ferment exactement cette ouverture. pag. 230.

Dans sa troisième description du cœur des petites Tortuës de France, nous y lisons qu'à l'embouchure du tronc de veines qu'on voit sous l'oreillette droite, il y a une valvule ou soupape de la figure d'un croissant qui borde toute l'embouchure de ce vaisseau, il faudroit pour cela qu'elle fût circulaire. Troisième description.

C'est ainsi que M. du Verney confirme les observations qu'il a faites sur les petites Tortuës de France, par celles de sa dernière Tortuë de l'Amerique. Il fait plus, il détruit les unes & les autres par les remarques qu'il a faites sur la première. Car dans la description qu'il nous en a donnée, il dit bien que la veine cave qui avoit deux troncs sortans l'un de la partie droite du foie, & l'autre de la partie gauche, portoit le sang par chacun de ses troncs dans chacune des oreillettes; mais il ne nous marque point qu'à l'embouchure de ces vaisseaux avec les oreillettes il y eût aucune valvule. Première description pag. 198.

Y a-t-il donc à l'entrée du tronc de la veine cave dont M. du Verney fait son grand réservoir, deux ou une, ou point de soupape? Il semble qu'il n'y a que lui seul qui puisse nous tirer du doute où il nous a mis par ses différentes observations: mais quand il se sera expliqué, qui le croira? Ne pourroit-il pas encore, après s'être mépris tant de fois, nous rejeter dans la même incertitude par de nouvelles erreurs? Le plus sûr, pour nos Anatomistes, est donc de n'employer que leurs propres mains, & leurs propres yeux pour s'assurer d'un fait dont ils nous parle si différemment. Voïons maintenant si nous aurons lieu d'être plus satisfaits de ce qu'il nous dit de la valvule de son petit réservoir, écoutons-le parler.

Le bassin du petit réservoir, dans les petites Tortuës, ce que je n'ay point vu, dit-il, dans la grande, a à son embouchure Quatrième description pag. 230.



*une valvulle charnuë en forme de croissant.*

Troisième  
description.

Il est évident par ce passage , que M. du Verney donne aux veines du pœumon de nos petites Tortuës le même réservoir qu'il dit avoir observé dans sa grande Tortuë de l'Amerique. Si cela est , d'où vient donc que dans sa troisième description originale du cœur de ces petits animaux , qu'il donna à l'Academie le même jour qu'il rendit publique celle du cœur de sa grande Tortuë , si la date est vraie , il n'y fait aucune mention de ce petit réservoir ? Il n'y parle pas même du grand , & de la manière qu'il s'y explique , il y a tout apparence qu'il n'a pas vû ces réservoirs dans les petites Tortuës , puisqu'il nous dit seulement qu'on voit sous l'oreillette droite un tronc de veines formé par l'union de plusieurs vaisseaux , lequel s'ouvre à côté , & un peu au dessous de cette oreillette , & que les deux veines du pœumon viennent se décharger au bas de l'oreillette gauche , & ces deux veines la percent chacune à part , quoique fort près l'une de l'autre. Cela étant , comment se peut-il donc faire que M. du Verney ait vû dans nos petites Tortuës de terre , à l'embouchure de son petit réservoir avec l'oreillette gauche , une valvulle charnuë faite en forme de croissant , puisque les deux veines du pœumon au lieu de former un bassin , percent cette oreillette chacune à part ? Peut-on ainsi tomber dans une telle contradiction en un même jour ? Bien plus , tout ce qu'il nous dit des veines du pœumon dans sa troisième description , & de son petit réservoir dans la quatrième est faux , si ce qu'il nous rapporte de ces mêmes veines dans la première est vrai. Voici ses propres paroles :

Première  
description  
pag. 198.

*Les deux veines du pœumon se déchargeant dans chaque axillaire , mêloient le sang qu'elles avoient reçu du pœumon avec celui de la veine cave , pour le porter dans le ventricule droit.* Ces veines , encore une fois , ne s'ouvrent donc pas dans l'oreillette gauche , elles ne forment donc point de réservoir à son embouchure , & n'ont point de valvulle. Qui pourra démêler la vérité parmi tant d'observations qui se détruisent les unes les autres ? Trop d'obscurité l'environ-

ne pour pouvoir la découvrir. Nous ne saurions rien apprendre de certain de ces réservoirs par tant de variations ; cherchons à nous dédommager sur les oreillettes, peut-être M. du Verney nous apprendra-t-il quelque chose de plus sûr de ces parties.

Dans toutes les descriptions du cœur de la Tortuë qu'il a données à l'Academie & au public, il convient que l'oreillette droite est beaucoup plus grande que l'oreillette gauche ; il seroit à souhaiter qu'il fût de même d'accord avec lui-même sur le nombre des valvules qu'il place aux passages des oreillettes aux ventricules ; mais il n'en est pas ainsi. Sur ce seul fait il a deux sentimens fort différens l'un de l'autre, ce qui nous prive du plaisir que donne une vérité connue.

Dans la description qu'il nous a donnée de sa première Tortuë de l'Amerique, il dit qu'il a observé que les oreillettes du cœur de cet animal, *s'ouvroient à l'ordinaire chacune dans un ventricule, & qu'à chacune des ouvertures qui donnoient passage au sang de l'oreillette dans le ventricule, il y avoit trois valvules sigmoïdes, qui contre l'ordinaire de cette espece de valvules, empêchoient que le sang ne pût sortir du cœur pour retourner dans les oreillettes, faisant l'office de valvules triglochines.*

pag. 198.

Au contraire dans la description de sa dernière Tortuë de l'Amerique, il nous dit qu'il a remarqué qu'à l'embouchure de chaque oreillette il y a une valvule. Les figures répondent à ces descriptions, on voit effectivement trois valvules à l'embouchure de chaque oreillette avec son ventricule dans les figures du cœur de sa première Tortuë ; on n'en voit qu'une dans celles de la seconde. Quelle différence !

Quatrième description  
pag. 232.

Comme M. du Verney ne nous avertit point où il s'est trompé, on ne peut savoir dans laquelle de ces deux descriptions se rencontre la vérité.

Je pourrois assurer qu'elle ne se trouve ni dans l'une ni dans l'autre, s'il n'y a point de différence entre le cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique, & celui de la Tor-

ruë de mer ; car dans celle-ci il y a trois valvules à l'entrée du ventricule gauche du cœur, il n'y en a qu'une à l'entrée du ventricule droit. Les mêmes valvules sont aussi dans le cœur des petites Tortues de France, ce qui donne lieu de croire qu'elles doivent être dans le cœur de la Tortue terrestre de l'Amerique, quoiqu'il n'ait pu les découvrir ni dans les unes ni dans les autres. L'ordre des parties que nous avons à examiner demande que nous passions avec M. du Verney des oreillettes aux ventricules.

Par sa premiere description il nous apprend qu'il a trouvé trois ventricules dans le cœur de la Tortue. Il en place deux dans la partie posterieure du cœur qui regarde l'épine, & le troisieme dans la partie anterieure. Voici comme il en parle.

Premiere  
description  
pag. 198.

*Les oreilles s'ouvroient à l'ordinaire chacune dans un ventricule. Outre ces deux ventricules qui étoient en la partie posterieure du cœur qui regarde l'épine, il y en avoit un troisieme dans la partie anterieure tirant un peu vers le côté droit.*

Le terme de ventricule dont M. du Verney s'est servi dans sa premiere & dans sa seconde description lui ayant ensuite déplû, il a jugé à propos de le changer en celui de cavité dans la troisieme, & dans la quatrieme. Non content de changer de terme, il donne encore aux cavitez du cœur de la Tortue une situation nouvelle dans sa quatrieme description ; car après nous avoir marqué dans la premiere que des trois ventricules du cœur de la Tortue, deux étoient situez dans la partie posterieure du cœur, le troisieme dans la partie anterieure. Il nous dit dans la quatrieme qu'il y a trois cavitez dans le cœur de cet animal, l'une est dans la partie gauche, & les deux autres dans la droite. La cavité de la partie gauche l'occupe seule toute entiere, & les deux de la partie droite sont placées l'une sur l'autre. Cependant dans la troisieme description il nous dit que les cavitez de la partie droite sont placées l'une au de-

Quatrieme  
description  
pag. 232.

Troisieme  
description.

Après avoir changé le nom de ventricule en celui de

cavité, M. du Verney s'étant apperçu qu'on pouvoit lui objecter que ces deux mots étoient synonymes, il n'y a point de différence entre ventricule droit & cavité droite, ni entre ventricule gauche & cavité gauche; il s'est avisé de ne plus distinguer les trois ventricules du cœur de la Tortue, ni par leur situation, ni par rapport aux oreillettes; mais seulement par les termes de première, de seconde & de troisième cavité. Voici comme il s'explique dans sa quatrième description.

Des deux cavitez qui regardent l'écaillé de dessus, j'appelleray dans la suite première cavité celle qui reçoit le sang de l'oreillette droite, seconde cavité celle qui occupe toute la partie gauche, & qui reçoit le sang de l'oreillette gauche, & troisième cavité celle qui est au dessous de la première, dans laquelle s'emboûche l'artere du poulmon.

La raison qui l'a engagé à faire ce changement, est qu'on ne peut pas donner, dit-il, aux cavitez du cœur de la Tortue le nom de ventricule droit & de ventricule gauche, en attachant à ces deux mots les idées ordinaires; parce que d'un côté si on les regarde par rapport aux oreillettes & au cours du sang veineux, l'une pourroit être à la vérité appelée ventricule droit, & l'autre ventricule gauche; mais si on les regarde par rapport à la naissance des arteres, la même cavité qu'on appelle ventricule droit devroit être nommée aussi ventricule gauche, puisqu'elle donne naissance à l'aorte. Ce qu'on appelle ventricule gauche n'auroit donc point d'artere, & ce qu'on nomme troisième ventricule n'auroit point d'oreillette ni de veine; ce qui est contraire à la conformation du cœur de l'homme, & de la plupart des animaux.

On reconnoît cette différence avec M. du Verney: mais elle n'empêche pas que tout le raisonnement qu'il vient de nous faire ne soit un sophisme des plus grossiers. Car il n'y a point d'Anatomiste, si peu éclairé qu'il soit, qui ne sçache que ce n'est point à raison, ni de l'origine des arteres, ni de l'insertion des troncs des veines, ni du cours du sang que les noms de droit & de gauche ont été donnez aux oreillettes & aux ventricules du cœur; mais

Troisième  
description.

seulement à cause de leur situation. M. du Verney en convient lui-même dans sa troisième description; puisqu'en y parlant des cavitez du cœur de la Tortuë, il nous dit: *J'appelleray dans la suite celle qui regarde l'épine, cavité droite; tant à cause de sa situation, que parce qu'elle reçoit le sang de l'oreillette droite; j'appelleray cavité gauche celle qui occupe toute la partie gauche.* Peut-on ainsi sur un même sujet changer de sentiment dans un même jour.

Cette dernière idée de M. du Verney étant tout à fait conforme à la nature, n'est-on pas en droit de lui représenter, que puisque la première & la seconde cavité du cœur de la Tortuë gardent, suivant ses propres remarques, dans cet animal la même situation qu'ont dans le cœur de l'homme les deux ventricules, il n'a point dû, ni de ce que le ventricule gauche n'a point d'artere, ni de ce que le droit donne naissance à l'aorte, ni de ce que celui du milieu n'a point d'oreillette ni de veines, il n'a point dû, dis-je, leur ôter, comme il a fait dans sa quatrième description, les noms de droit & de gauche qu'il leur donne dans la troisième. Il n'a pas dû non plus ne distinguer ces trois ventricules que par les noms de première, seconde & troisième cavité, puisque tout ce changement de terme ne peut être propre qu'à brouiller l'idée naturelle qu'ont tous les Anatomistes de la situation de ces ventricules.

Quatrième  
description  
pag. 256.

Peut-être sera-t-on surpris que je me sois amusé à des minuties qui ne meritent pas la peine d'être remarquées; mais cette surprise cessera dès qu'on saura que je ne m'y suis arrêté qu'afin de faire connoître que M. du Verney n'a pas eu raison de dire, que *ce qui a été pour l'Autent du système une troisième source d'erreur, c'est l'équivoque qu'il a faite, lorsqu'il a donné le nom de ventricules aux cavitez du cœur de la Tortuë; que j'ay crû ne devoir distinguer que par les noms de première, seconde & troisième cavité.*

Si appeller avec tous les Anatomistes, les cavitez du cœur ventricules, est une équivoque qui conduit à l'erreur, M. du Verney doit convenir qu'il y est tombé avant moy;

puisque dans la premiere description il n'y a aucun endroit où il ait employé le nom de cavité, pour celui de ventricule, & que dans la seconde il se sert de l'un & de l'autre terme indifferemment. D'ailleurs il manque étrangement de memoire, lorsqu'il continue de dire d'un air méprisant en parlant de l'Auteur du nouveau système: *Mais puisqu'il demeure d'accord que ces prétendus ventricules communiquent entr'eux, il n'a dû les regarder que comme un seul, & non pas en raisonner comme de trois ventricules differens, aussi distincts & separés entr'eux, que la sont les deux du cœur de l'homme. Ces trois cavités du cœur de la Tortuë ne sont en effet qu'un seul ventricule, peu different de celui du cœur des poissons & des grenouilles.*

Le cœur de la Carpe n'a qu'une seule cavité, celui de la Tortuë en a trois, la difference n'est donc pas si petite que le croit M. du Verney. De plus, cette pensée que les trois ventricules du cœur de la Tortuë n'en font qu'un seul, n'est assurément pas de lui. Je lui communiquay cette idée, lorsqu'en 1685, je fis voir à l'Academie par le cœur d'une Tortuë de mer dissequé, que toutes les observations qu'il avoit faites sur cette partie dans la premiere Tortuë de l'Amerique étoient fausses.

Ce qui sert de premiere preuve à cette verité, c'est que dans la premiere description du cœur de cet animal on n'y lit dans aucun endroit que les trois ventricules de son cœur n'en fassent qu'un seul. La seconde preuve qui confirme cette verité est accablante pour M. du Verney; elle porte avec elle tant de lumiere, que j'ose me flater que tous ceux qui la liront verront qu'il a pris non seulement cette pensée dans un de mes Memoires imprimé parmi ceux de l'Academie; mais encore tout ce qu'il nous dit de meilleur dans tout son Traité, sur la structure du cœur de la Tortuë, sur l'usage de ses trois ventricules, & sur la circulation du sang de cet animal. Pour épargner au Lecteur la peine de chercher cette preuve dans ce Memoire, je vais rapporter mot pour mot ce qu'il contient touchant cette matiere, sans rien dire du reste.

Memoires  
de l'Aca-  
demie du  
21. Aoust,  
1693.  
P. 137.

Il y a trois ventricules dans le cœur de la Tortue : le ventricule gauche est séparé du droit par une cloison charnuë, qui a vers la base du cœur une ouverture à peu près égale à celle du cœur du fœtus humain, & qui est toute percée d'une infinité d'autres petits trous par lesquels ces deux ventricules ont communication ensemble. Le ventricule du milieu, qui est beaucoup plus petit que les deux autres, communique avec le ventricule droit par une ouverture presque aussi large que toute la cavité, & ne doit être considéré que comme une extension du ventricule droit, dont il n'est distingué que par un petit rétrécissement. Ces trois ventricules ayant donc communication ensemble, il ne les faut compter que pour un seul.

Il paroît par la disposition des vaisseaux, que ces trois ventricules agissent dépendamment l'un de l'autre. Car le ventricule gauche ne donne naissance à aucune artère ; mais il reçoit seulement le tronc de la veine du pœmon, laquelle se termine à l'oreillette gauche du cœur : au contraire le ventricule du milieu donne naissance à l'artère du pœmon, & ne reçoit aucune veine ; mais le ventricule droit donne naissance au tronc de l'aorte, & à l'artère qui dans le fœtus tient lieu du canal de communication entre l'artère du pœmon & l'aorte descendante, & il reçoit le tronc de la veine cave, laquelle se termine à l'oreillette droite du cœur. Le ventricule du milieu ne fait donc que porter une partie du sang dans le pœmon ; & le ventricule gauche rapporte ce sang dans le ventricule droit, d'où tout le sang est poussé dans les artères : ainsi ces ventricules dépendent l'un de l'autre pour agir, & toutes les forces du cœur concourent ensemble pour pousser le sang hors du ventricule droit.

Le cours du sang montre la même chose encore plus évidemment. Le sang sortant du ventricule droit du cœur de la Tortue se partage en deux. La plus grande partie entre dans l'aorte & dans l'artère de communication, & après avoir été distribuée par tout le corps à la réserve

des poûmons, elle revient par la veine cave dans le ventricule droit, où elle acheve sa circulation sans passer par les poûmons, ni par le ventricule gauche. L'autre partie destinée pour nourrir les poûmons qui ne reçoivent, comme le reste du corps, qu'autant de sang qu'il en faut pour leur nourriture, passe du ventricule droit dans celui du milieu, & de là dans l'artere des poûmons, & ayant été distribuée dans les poûmons, elle entre par la veine des poûmons dans le ventricule gauche : mais n'y trouvant point d'artere par où elle puisse sortir, elle est contrainte de s'échapper par les trous de la cloison charnuë, & de rentrer dans le ventricule droit, où elle finit sa circulation sans passer par tout le reste des parties du corps de la Tortuë. Or il n'y a pas d'apparence que tout l'effort de la contraction du ventricule gauche se termine à ne faire faire au sang qu'il contient qu'une ligne de chemin que ce sang a seulement à parcourir pour se rendre dans le ventricule droit par la cloison charnuë. Il est donc évident que toutes les forces du cœur de la Tortuë sont unies pour pousser hors du ventricule droit tout le sang qui vient se rassembler dans ce ventricule.

Il n'en est pas de même du cœur de l'homme. Car premièrement, la cloison charnuë qui separe les deux ventricules n'étant point percée comme elle l'est dans la Tortuë, ces ventricules n'ont point de communication ensemble, & ils font leur fonction chacun à part.

Secondement, le ventricule gauche donne naissance au tron de l'aorte, & reçoit la veine du poûmon : le ventricule droit donne naissance à l'artere du poûmon, & reçoit la veine cave ; ainsi ces deux ventricules ayant chacun une artere & une veine, ils agissent indépendamment l'un de l'autre, & ils font séparément ce que les trois ventricules de la Tortuë font ensemble.

Troisièmement, le sang tient tout un autre route dans le cœur de l'homme, que dans celui de la Tortuë. Car le sang qui sort du ventricule gauche du cœur de l'homme, ayant été distribué par les branches de l'aorte dans tou-



„ tes les parties du corps à la réserve du poumon, & étant  
 „ rentré dans les veines se rassemble dans le ventricule  
 „ droit. De là il est porté dans les artères du poumon, qui  
 „ le répandent dans toute la substance du poumon, & en-  
 „ suite il rentre dans les veines du poumon, qui le déchar-  
 „ gent dans le ventricule gauche du cœur, pour être de  
 „ rechef porté dans l'aorte.

„ On voit donc & par la structure des ventricules du  
 „ cœur, & par la disposition des vaisseaux, & par le cours  
 „ du sang que les trois ventricules du cœur de la Tortuë  
 „ ne font à proprement parler qu'un seul ventricule, &  
 „ que toutes les forces du cœur concourent ensemble à  
 „ pousser le sang hors du ventricule droit, pour lui faire  
 „ prendre la route des artères, qui tirent toutes leur ori-  
 „ gine de ce ventricule : au lieu que les deux ventricules du  
 „ cœur de l'homme n'ayant point de communication en-  
 „ semble, font leur fonction chacun en particulier, & pouf-  
 „ sent le sang l'un dans l'aorte, & l'autre dans l'artère du  
 „ poumon.

p. 140.

„ Cette différente route que tient le sang, montre clai-  
 „ rement que le sang fait bien moins de chemin dans le  
 „ corps de la Tortuë, que dans celui de l'homme. Car dans  
 „ la Tortuë la plus grande partie du sang ayant passé du  
 „ cœur dans l'aorte & dans l'artère de communication,  
 „ achève sa circulation sans traverser les poumons; & l'autre  
 „ partie qui passe par le poumon, achève aussi sa circu-  
 „ lation sans passer par le reste du corps : mais dans l'hom-  
 „ me tout le sang que les deux troncs de la veine cave ont  
 „ déchargé dans le ventricule droit, fait un long circuit  
 „ par les poumons pour aller se rendre dans le cœur par le  
 „ ventricule gauche. Ainsi tout le sang de la Tortuë ne  
 „ passe qu'une fois dans son cœur à chaque circulation :  
 „ mais passe deux fois dans le cœur de l'homme ; la pre-  
 „ mière fois lorsque les deux troncs de la veine cave le dé-  
 „ chargent dans le ventricule droit, la seconde lorsque les  
 „ veines du poumon le portent dans le ventricule gauche.

„ Ce petit extrait ne fera que trop connoître quelle est

ma pensée sur les ventricules du cœur de la Tortuë : ainsi loin de me plaindre de me voir ravir mon sentiment par M. du Verney pour se l'attribuer à lui-même, je ne saurois assez lui en marquer ma reconnoissance. Il m'auroit fait beaucoup moins d'honneur par une simple approbation, quand il dit que j'ay raisonné des cavitez du cœur de la Tortuë *comme de trois ventricules differens aussi distincts & separez entr'eux que le sont les deux du cœur de l'homme* ; c'est une fausse supposition qu'il n'a pas osé avancer dans sa troisième description, qui est dans les Registres de l'Academie ; mais qu'il a fait imprimer dans les Mémoires de cette Compagnie à son inscû.

Quatrième  
description,  
pag. 256

Au reste, ce petit extrait que je viens de donner étant confronté avec la seconde Partie du Traité de M. du Verney, suffit seul pour convaincre le Lecteur qui se connoît en ces matieres, que ce qu'il nous dit de la structure du cœur de la Tortuë, de l'usage de ses trois ventricules, & de la circulation du sang dans cet animal, n'est qu'une imitation grossiere du Memoire d'où cet extrait a été tiré. Aussi est-ce la seule réponse que mon emploi de l'Hôtel-Dieu me permet de faire à cette seconde partie de son discours, qui ne me regarde point ou beaucoup moins que la troisième, qu'il appelle Critique du nouveau Systême, à laquelle je répondray à la fin de l'examen de ses faits, que je vais continuer.

Dans la premiere description M. du Verney ne nous dit rien de particulier sur la disposition des fibres du cœur de la Tortuë : Dans la quatrième il nous apprend que *le cœur de la Tortuë, de même que celui des autres animaux, est composé de plusieurs couches de fibres, qui commençant à l'un des côtez de la base, décrivent chacun une double spirale opposée l'une à l'autre, & vont se terminer à la partie opposée de la même base.*

Assurer les choses sans les démontrer, j'ose même dire sans les avoir vûes soy-même, c'est vouloir qu'on les croie sur ce qu'on s'en imagine, & c'est trop exiger du Public. Il est constant que M. du Verney n'a point fait voir à l'A-

cademie cette double spirale dans sa dernière Tortuë de l'Amerique, il n'en parle point dans la description du cœur de la première ; d'ailleurs les Figures qu'il a fait faire du cœur de l'une & de l'autre ne la représentent point ; enfin de ce qu'elle se trouve dans le cœur du Veau, il n'a pas dû inferer qu'elle se rencontre dans le cœur de la Tortuë. Car il a pu apprendre de l'Anatomie comparée, que la valvulle spirale qui se rencontre dans les intestins du Renard marin, ne se trouve pas dans ceux de la Tortuë ; & il n'ignore pas que les valvulles spirales qu'on voit dans les intestins de l'Autruche, ne sont pas dans ceux du Cocq. S'il veut donc qu'on croie qu'il ait découvert dans le cœur de la Tortuë une double spirale, il doit nous la démontrer : jusques-là on pourra en douter.

Il est temps de quitter le cœur de cet animal, suivons M. du Verney, passons avec lui des ventricules aux artères qui en tirent leur origine. Montrons lui par un examen fidele que nous allons faire de ces vaisseaux & de leurs valvulles, qu'il détruit lui-même par les observations qu'il a faites sur ces parties dans sa dernière Tortuë de l'Amerique, tous les faits qu'il a observez sur ces mêmes vaisseaux dans la première.

Première  
description,  
p. 198. &  
199.

On lit dans la description du cœur de la première, que les deux ventricules posterieurs, ainsi qu'il a été dit, reçoivent le sang des deux troncs de la veine cave avec le sang de la veine du pœmon, laquelle étoit double, y en ayant une de chaque côté : car ces veines se déchargeant dans chaque axillaire, mêloient le sang qu'elles avoient reçu du pœmon avec celui de la veine cave, pour le porter dans le ventricule droit duquel l'aorte sortoit. Le ventricule antérieur n'avoit point d'autre vaisseau que l'artere du pœmon. Cette artere de même que l'aorte avoit trois valvulles sigmoïdes, dont l'action étoit d'empêcher que le sang qui est sorti du cœur n'y rentre, lorsque les ventricules viennent à se dilater pour recevoir le sang de la veine cave, & de celle du pœmon.

M. du Verney nous dit cependant dans la description du cœur de la seconde Tortuë terrestre de l'Amerique,

*qu'il sort trois arteres considerables du côté droit de la base du cœur qui regarde l'écaïlle de dessous : deux de ces arteres composent l'aorte, & s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur. La troisième artere, qui est celle du pœumon, sort immédiatement de la troisième cavité du cœur ; à chacune de leurs embouchures il y a deux valvules de figure sigmoïde, lesquelles ont le même usage que dans les autres animaux.*

Quatrième  
description,  
pag. 233.

pag. 234.

Un Anatomiste qui n'a point eu l'occasion d'examiner lui-même le cœur de la Tortuë, doit se trouver fort embarrassé en lisant ces deux descriptions. On voit dans l'une que le cœur de cet animal n'a que deux arteres distinctes, & trois valvules à l'embouchure de chacun de ces vaisseaux ; dans l'autre il est porté qu'il en sort trois arteres, & qu'il n'y a à l'embouchure de chacune que deux valvules. Dans laquelle de ces deux descriptions se rencontre la verité ? C'est ce qu'on ne sçauroit reconnoître, M. du Verney ne s'étant point retracé dans l'une de ce qu'il a dit dans l'autre.

Cependant par les observations que j'ay faites sur les Tortuës de terre & de mer, je puis dire avec certitude qu'il s'est mépris sur le nombre des arteres, & sur celui de leurs valvules dans sa premiere description ; & il est vrai, comme il le marque d'abord dans la quatrième, qu'il sort trois troncs d'arteres du cœur de la Tortuë, & qu'il n'y a effectivement à l'embouchure de chaque tronc que deux valvules sigmoïdes, ce que je lui montray dans l'Academie en 1685. Je ne rapporte cette verité que parce qu'on ne peut pas s'en assurer sur ses observations. Car pour peu qu'on fasse d'attention sur ce qu'il dit ensuite, on ne pourra s'empêcher de douter s'il sort aucune attere du cœur de cet animal.

En effet, quoiqu'il dise qu'il sort trois arteres considerables du côté droit de la base du cœur, qui regarde l'écaïlle de dessous ; que deux de ces arteres composent l'aorte, & s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur ; & que la troisième artere, qui est celle du pœumon, sort immédiatement de la troisième cavité du cœur ; on peut cependant lui objecter premierement, que si c'est

pag. 233.

234.

pag. 234.

pag. 234. *cette même troisième artère qui fait le premier tronc de l'aorte, comme il le prétend ; il ne doit sortir ( cela étant ) que deux troncs d'arteres du cœur de la Tortuë, ſçavoir l'artere du pœumon, & le ſecond tronc de l'aorte, puisſque l'artere du pœumon fait le premier.*

pag. 254. *Secondement. Si l'aorte deſcendante n'eſt qu'une branche de l'aorte aſcendante, comme il paroît par ce paſſage de ſa Critique, où il dit : Il reſte à preſent à examiner ſi dans la Tortuë la branche de l'aorte que j'appelle deſcendante, peut ſervir au même uſage que le canal arteriel du fœtus, & qu'on veut comparer à ce canal. On peut encore lui objecter que ſuivant cela il ne devroit ſortir du cœur de la Tortuë que le ſeul tronc de l'artere des pœumons de cet animal ; puisſque ſon ſecond tronc n'eſt qu'une branche de l'aorte, & celle-ci une branche de l'artere des pœumons.*

pag. 257.  
& 258. *Troifiément. Mais ſi la petite portion de ſang qui ſuffit à ces parties, leur eſt portée par quelques branches de l'aorte, qui fournit le ſang à tout le corps, comme il le ſuppoſe dans ſa Critique, on peut enfin lui objecter que les arteres des pœumons ne peuvent être à leur tour que quelques branches de l'aorte, & qu'il n'y a que cette ſeule artère qui puiſſe tirer immédiatement ſon origine du cœur de la Tortuë. Or comme il eſt viſible par toutes ces variations de M. du Verney qu'il détruit d'abord les deux aortes, en les faiſant naître du tronc de l'artere des pœumons ; qu'il aneantit enſuite l'artere pulmonaire, en faiſant porter le ſang aux pœumons de la Tortuë par quelques branches de l'aorte qui fournit le ſang à tout le corps de cet animal. On ne peut donc être perſuadé par tout ce qu'il nous rapporte de ſes vaiſſeaux dans ſa quatrième deſcription, qu'il ſorte aucune artère du cœur de la Tortuë. Cependant il en ſort trois troncs ; mais l'on ne peut encore apprendre des obſervations de M. du Verney, de quels ventricules ces arteres tirent leur origine ; parce qu'après nous avoir dit qu'il ſort trois arteres conſiderables du côté droit de la baſe du cœur ; que deux de ces arteres compoſent*

pag. 233.  
& 234.

*L'aorte, & s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur, & que la troisieme artere, qui est celle du pœmon, sort immediatement de la troisieme cavité, M. du Verney nous apprend ensuite que ces trois arteres répondent aux trois cavitez du cœur de la Tortuë. Voici les propres paroles :*

*Les trois arteres qui répondent à ces trois cavitez, n'ont en-semble, dans la Tortuë, que la même fonction qu'a l'artere du cœur dans ces autres animaux. C'est des Poissons & des Grenouilles qu'il parle.* pag. 256.

Si ces trois arteres du cœur de la Tortuë répondent à ces trois cavitez, chaque cavité donne donc naissance à une artere ; ainsi il n'est pas vray que deux de ces arteres s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur de cet animal : ou si cela est, il est donc faux que ces trois arteres répondent aux trois cavitez du cœur de la Tortuë, en effet il est évident que la cavité gauche n'a point d'artere.

D'ailleurs, si l'artere du pœmon fait le premier tronc de l'aorte, & que le second ne soit qu'une branche de celui-ci, comme il l'a supposé, il ne doit sortir aucune artere de la premiere cavité du cœur ; puisque l'artere pulmonaire, dont les aortes ne sont que des branches, suivant les remarques de M. du Verney, tire son origine de la troisieme cavité. Qui peut donc sçavoir au vrai par ces observations si differentes les unes des autres, de quelles cavitez du cœur de la Tortuë partent les troncs de ces vaisseaux ? & peut-on esperer de sçavoir de lui la veritable origine de leurs branches ? Non.

Dans sa premiere description il nous dit, que *l'aorte au sortir du ventricule droit se partageoit en deux branches qui formoient deux croses. Ces croses avant que d'être tout-à-fait tournées en embas, produisoient les axillaires & les carosides. Ensuite la crosse gauche descendant le long des vertebres jettoit trois branches. La premiere se distribuoit à toutes les parties du ventricule. La seconde alloit au foie, au pancreas, au duodenum & à la rate. La troisieme fournissoit des rameaux à tous les intestins. Ensuite elle s'unissoit avec la branche de la crosse droite, qui descendoit jusques-là sans jeter aucuns rameaux,* Premiere description, pag. 199.

### 374. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

*Et toutes deux ne formoient qu'un tronc, qui, descendant le long du corps des vertebres, donnoit des rameaux à toutes les parties du bas ventre.*

Par cette premiere description, il est visible que toutes ces branches prennent naissance du seul & unique tronc de l'aorte. Par celle qui va suivre, on verra qu'elles tirent toutes leur origine de l'artere du poulmon : C'est le même M. du Verney qui nous l'apprend, en nous disant que la

*Quatrième troisieme artere, qui est celle du poulmon, sort immediatement de la troisieme cavité du cœur. C'est cette même troisieme artere qui fait le premier tronc de l'aorte. Vers l'endroit où elle commence son contour, elle jette une branche considerable, qui d'un* *passage à droit & à gauche en deux arteres, dont la plus* *fait l'axillaire, & la plus petite la carotide ; & parci* *le fournit de sang à toutes les parties superieures, je l'a* *l'aorte ascendante ; elle descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le poulmon. & sans jeter aucun rameau, elle va recevoir celle dans je vais parler.*

*Même page & p. 235. Le second tronc de l'aorte se recourbe de même au côté gauche du cœur, & sans jeter aussi aucun rameau ; il descend jusques sous le ventricule, & fournit dans ces endroit deux grosses branches, dont la superieure tient lieu de cœliaque, & l'inférieure de mesenterique ; c'est pourquoy je l'appelle descendante. Ces deux branches ainsi réunies ne forment plus qu'un tronc, lequel descendant va se distribuer aux autres parties du bas ventre.*

Par cette description il est aisé de faire voir que toutes ces branches ne sont que des rameaux du tronc de l'artere des poulmons ; en voici la preuve.

L'artere du poulmon fait, selon M. du Verney, le premier tronc de l'aorte ; le second n'est qu'une branche du premier, ce que je viens de faire voir par un de ses passages ; donc toutes les branches qui naissent de ces deux aortes, ne sont que des rameaux du tronc de l'artere pulmonaire, puisque c'est de celle-ci que ces deux aortes tirent leur origine.

A entendre parler M. du Verney dans ces deux passages, de haut, de bas, d'extrémités inférieures, d'extre-

mités superieures, d'aorte ascendante, d'aorte descendante ; qui ne croiroit que la Tortuë terrestre de l'Amerique marche la tête levée sur ses pattes de derrière, comme l'homme fait sur ses pieds, si l'on ne sçavoit que cet animal ne peut s'élever, & qu'il se sert toujours également de ses quatre pattes pour marcher ? Cette licence n'est permise qu'à M. du Verney : tous les autres Anatomistes n'ont jamais prétendu être en droit d'appeller les jambes de devant de la Tortuë, non plus que celles d'un chien, les extremités superieures, ni celles de derrière les extremités inferieures. Laissons-lui cette liberté ; mais faisons-lui voir maintenant qu'il détruit dans sa quatrième description la division des arteres qu'il a établie dans la premiere.

Par sa premiere description le tronc de l'aorte est simple, & se divise en six branches, quatre desquelles s'avancant en devant font les deux axillaires & les deux carotides, les deux autres se recourbant en forme de crosse gagnent le derriere du corps. Par sa quatrième description l'aorte est double : son premier tronc se partage en cinq branches qui sont les axillaires, les carotides & la crosse droite ; la crosse gauche fait son second tronc de l'aorte.

Par sa premiere description la crosse droite produit l'axillaire & la carotide droite, la crosse gauche produit l'axillaire & la carotide gauche, & ces deux cosses font les deux principales branches du tronc unique de l'aorte. Par sa quatrième description la crosse gauche ne produit aucun rameau avant de se courber en arriere, & fait un tronc particulier.

Par la premiere, la crosse gauche s'étant avancée sur le derriere produit trois rameaux, dont le premier va au ventricule, le second au foie, à la rate & au pancreas, le troisième aux intestins. Par la quatrième description cette même crosse gauche n'en produit que deux, dont l'un tient lieu de cœliaque, & l'autre de mesenterique.

Comme ces deux divisions sont fort différentes l'une de l'autre, il doit nous avertir dans une cinquième des-



cription qu'il promet, quelle est celle qu'on peut suivre, sans crainte de se méprendre. En attendant qu'il le fasse, voyons ce qu'il nous dit des diametres des arteres du cœur de la Tortuë.

Il ne paroît pas dans la premiere description, que M. du Verney se soit avisé de faire attention sur les differens diametres des troncs des arteres, qui tirent leur origine du cœur de cet animal. Il est visible qu'il les a observez dans la quatrième; mais d'une maniere qu'il est impossible d'en connoître la vraie difference. Car sur ce fait il nous dit premierement, que *l'artere du pœumon a autant de diametre que le tronc de l'aorte ascendante.*

Secondement, qu'il suffit que le tiers du sang qui sort du cœur soit porté dans le pœumon pour y recevoir les préparations necessaires à la vie de l'animal. Or voici comme je raisonne sur ces deux passages.

Si le diametre de l'aorte ascendante est égal au diametre de l'artere du pœumon, & s'il ne passe par celle-ci que le tiers du sang qui sort du cœur de la Tortuë, il n'en peut passer davantage par l'aorte ascendante. Il faut donc qu'un autre tiers passe dans l'aorte descendante; & par conséquent ces trois arteres doivent avoir selon lui des diametres égaux. Mais parce qu'il suppose troisièmement que *dans la Tortuë à chaque circulation un peu plus du tiers du sang passe dans le pœumon*; il faut donc que l'artere du pœumon ait un diametre plus grand qu'un des troncs de l'aorte. C'est ce dont il convient lui-même dans sa troisième description des petites Tortuës, inserée dans les Registres de l'Academie, où il dit quatrièmement que *l'artere du pœumon est fort grosse, & a plus de diametre qu'un des troncs de l'aorte.* Voilà la premiere contradiction dans laquelle M. du Verney est tombé sur le diametre des arteres qui sortent du cœur de la Tortuë. Voici la seconde.

Cinquièmement. *Le sang qui vient, dit-il, du pœumon, se vidant par la contraction du cœur dans la cavité d'où les arteres prennent leurs naissances, est vrai-semblablement déterminé à remplir ces vaisseaux, & sur tout l'aorte ascendante dont*

*Ouverture*

*L'ouverture est la plus large.* Les trois artères qui sortent du cœur de la Tortuë ne peuvent donc plus avoir des diamètres égaux, & l'artère du poulmon ne peut pas avoir plus de capacité qu'un des troncs de l'aorte, si l'ouverture de l'aorte ascendante est la plus large, ce qui fait sa seconde contraction.

Donner au public des descriptions & des figures tout à fait différentes des mêmes parties du cœur d'un même animal, sans l'avertir quelles sont les vraies, & quelles sont les fausses, n'est-ce pas le mettre en droit de se plaindre que c'est vouloir lui cacher à plaisir la vérité?

Son procédé à mon égard ne paroît pas plus juste; car quoique je n'aye point donné jusqu'icy de description du cœur de la Tortuë, il commence cependant sa Critique par dire d'un air de confiance: *On trouvera nôtre description du cœur de la Tortuë un peu différente de celle que l'Auteur du nouveau système en a donnée au public.* Il est fort douteux que le Lecteur qui confrontera ce petit Examen des faits qu'il a remarquez au cœur de la Tortuë de terre, avec la description du cœur de la Tortuë de mer qu'il m'oblige de donner, décide en sa faveur. Il semble par ce début que M. du Verney voudroit bien faire passer l'Extrait qu'il a mis à la tête de sa Critique, pour une description du cœur de cet animal, que j'ay voulu donner au public pour fort exacte, afin d'en faire mieux voir tous les défauts. J'avouë que son Extrait est fidele; mais je suis convaincu que le public est trop judicieux, & M. du Verney trop habile homme pour croire lui-même ce qu'il voudroit bien lui persuader; je veux dire que le Memoire d'où il a tiré cet Extrait soit véritablement une description du cœur de la Tortuë. J'ose donc me flater qu'il n'y a point de Physiciens, ni d'Anatomistes, qui en lisant cet Extrait même, ne s'apperçoivent aisément que je n'ay eu en vûë, en parlant des conduits du cœur de la Tortuë, que d'en tirer cette conséquence, que le trou ovale & le canal arteriel de communication du cœur du fœtus humain, peuvent avoir le même usage qu'ont ces deux con-

page 250.

duits dans le cœur de la Tortuë. Etoit-il nécessaire pour cela que je donnasse une description entière du cœur de cet animal? Non, quoyque M. du Verney soit persuadé en lui même que c'est la fin que je me suis proposée dans ce Memoire, il ne laisse pas néanmoins de continuer sa Critique d'un air ironique, en disant, qu'il est difficile de *comprendre qu'un Anatomiste éclairé, qui a prétendu nous donner une description exacte du cœur de la Tortuë, sur laquelle il vouloit fonder son système, ait pu oublier de faire mention des oreillettes.*

Page. 255.

Le ressouvenir que conserve toujours M. du Verney, du différent que nous avons eu ensemble il y a plus de dix-huit ans dans l'Academie, sur le nombre des arteres qui sortent du cœur de la Tortuë, & sur celui de leurs soupapes, lui a fait oublier qu'il manque aussi à cette prétendue description toutes les valvules de ces vaisseaux, dont je n'ay parlé en aucun endroit. Encore une fois, avois-je besoin des oreillettes pour faire voir que le trou ovale & le canal arteriel de communication ont dans le fœtus & dans la Tortuë les mêmes usages? Non sans doute: aussi est-ce par cette raison que je n'en ay point parlé dans le Memoire du 31 Mars 1692 qu'il a mis à la tête de sa Critique. Mais je ne les ay pas oublié dans celui du 31 Aoust 1693 que j'ay ci devant rapporté, & dont M. du Verney ne parle point dans tout son discours; parce qu'il a pris dans ce dernier Memoire tout ce qu'il y a de meilleur dans la seconde partie de son Traité; son étonnement affecté est donc aussi ridicule que le reproche que me fait M. Buissiere dans sa seconde Lettre d'avoir pris les oreillettes du cœur de la Tortuë pour deux de ses ventricules.

Quand je ne donnerois pas une description entière des principales parties du cœur de cet animal, ce dernier Memoire suffiroit seul pour désabuser le public de l'impression desavantageuse que voudroient bien lui donner ces deux Messieurs de mon exactitude. On n'a qu'à le relire pour voir leur peu de sincérité.

Pour mieux persuader à son Lecteur que je n'ay pas connu les oreillettes du cœur de la Tortuë, M. du Verney ajoute dans sa Critique, mais sans faire reflexion à ce qu'il vient de dire, que j'ay *crû ou voulu faire croire* *que les valvules qui sont à leurs embouchures fussent placées inutilement au trou de communication, l'une du côté du ventricule droit, & l'autre du côté du ventricule gauche, & qu'elles n'empêchassent pas la communication reciproque des deux ventricules.* Quatrième description, pag. 255.

Cette supposition est fautive, puisque je n'ay parlé en aucun endroit ni de l'usage de ces deux valvules, ni déterminé à quelle partie elles appartiennent : mais si de ce que j'ay avancé que les deux soupapes qui sont suspendues & unies à la cloison qui separe les cavitez des oreillettes l'une de l'autre, & qui se trouvent abatuës sur le trou ovale du cœur d'une Tortuë morte, n'empêchent point néanmoins la communication du ventricule gauche au ventricule droit, M. du Verney a pû tirer contre moy cette consequence, que mon sentiment est donc que ces valvules appartiennent au trou ovale ; mais que cependant elles y sont inutiles, je puis à plus forte raison, du passage de sa Critique que je vais rapporter, tirer contre lui-même la même conclusion, puisqu'il dit la même chose que moy, mais en termes bien plus précis ; écoutons-le parler.

*Nous avons dit que le tissu des fibres charnuës, qui separe* pag. 231.  
*la premiere cavité de la seconde, laisse un passage par où le sang peut aller de l'une à l'autre. Ce passage est de la même longueur que la base des valvules, & a environ trois lignes de diametre ; en sorte que les valvules étant abaissées, il y reste toujours une ouverture, & la communication de la premiere à la seconde cavité n'en est pas entierement empêchée. Elle en est donc presque fermée selon M. du Verney.*

Dans la troisième description du cœur des petites Tortuës de France, il dit encore la même chose, mais en termes differens. Les voici : *Quand on ouvre la cavité droite ou* Troisième description.  
*la gauche, on voit une cloison qui les separe ; mais elle ne les*

*separe pas entierement : car il y a au haut une ouverture considerable qui fait la communication de ces deux cavitez, & c'est dans cet endroit que sont placées les deux soupapes dont on a parlé, qui lors même qu'elles sont abaissées laissent toujours quelque passage d'une cavité à l'autre. Elles en bouchent donc la plus grande partie. Je puis donc tirer de ces deux passages contre M. du Verney, la même conséquence qu'il a tirée contre moy, & dire que son opinion est donc que ces deux valvules appartiennent au trou qui fait la communication de la première à la seconde cavité du cœur de la Tortue; puisque c'est dans cet endroit que sont placées ces deux soupapes; que cependant elles y sont tout-à-fait inutiles; parce que selon lui-même, elles n'empêchent pas le sang de passer du ventricule gauche dans le droit lorsqu'elles s'abattent sur le trou ovale du cœur de cet animal.*

Seconde  
description,  
pag. 32.

Quatrième  
description,  
pag. 255.

*Cette conséquence paroîtra d'autant plus justement tirée contre lui, qu'il nous dit en termes formels dans sa seconde description, que la cavité qui répondoit à l'oreillette gauche, communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovale très-ample garnie d'une espèce de valvule, & qu'il assure néanmoins dans la quatrième, qu'il est pourtant constant que ces valvules n'ont aucun rapport à ce trou. Par cette absurdité ne me met-il pas en droit de tourner contre lui-même cette ironie qu'il m'applique.*

Même pag.

*Pour donner dans le sentiment de l'Auteur de la Critique du nouveau système, il faudroit avoir mauvaise opinion de la nature, & croire que contre toutes les règles de sa sage économie, elle a fabriqué deux valvules inutiles, & qui ne font nulle fonction dans l'endroit où elle les a placées: mais comment se seroit-elle oubliée en cette occasion, elle qui se sert de ces petites machines en tant de manières, & qui par leur moyen facilite avec tant d'avantage la distribution des liqueurs dans le corps des animaux.*

*Cette méprise de M. du Verney ne l'empêche pas de continuer du même air sa Critique, mais avec aussi peu de raison.*

*Cette premiere erreur sur l'inutilité des deux valvulles a pag. 255. jetté, dit-il, M. Mery dans une autre. Il a raisonné de la valvulle du trou ovale, s'entend du fœtus humain, comme des deux valvulles du trou de la Tortuë, & après s'estre persuadé que les unes pouvoient être forcées, il n'a pas fait difficulté de supposer que l'autre le pouvoit être aussi.*

Dans le systême que j'ay établi, je nie positivement qu'il y ait une valvulle à l'embouchure du trou ovale qui fait la communication des oreillettes du cœur du fœtus : On le sçait, & M. du Verney même qui dans ce passage de sa Critique feint de ne le pas sçavoir, l'ignore moins que personne, puisque dans celui-ci il dit en parlant de l'Auteur du nouveau systême : *Je puis bien me promettre que pag. 259. tout le penchant qu'on a à se laisser prévenir par les nouvelles découvertes n'engagera personne à suivre son sentiment, sur tout quand on verra que pour l'établir il faut qu'il donne au trou de communication de la Tortuë deux valvulles qui ne lui appartiennent point, & qu'il ôte au trou ovale du fœtus la valvulle qui lui appartient.*

Puisque M. du Verney reconnoît que j'ôte au trou ovale du cœur du fœtus humain sa valvulle, il n'y a donc pas d'apparence que j'aye supposé qu'elle pouvoit être forcée ; & en reconnoissant lui-même que dans la Tortuë la cavité qui répondoit à l'oreillette gauche communiquoit avec celle qui répondoit à l'oreillette droite par une ouverture ovale garnie d'une espece de valvulle, n'est-ce pas tomber d'accord que cette espece de valvulle appartient au trou ovale de cet animal ? M. Duverney n'a donc pas raison de dire, que pour établir le nouveau systême de la circulation du sang dans le fœtus humain par le trou ovale, il faut que je donne au trou de communication de la Tortuë deux valvulles qui ne lui appartiennent point, puisqu'il les lui donne lui-même.

D'ailleurs comme ces valvulles ne ferment pas davantage les ouvertures des oreillettes aux ventricules quand elles sont relevées, qu'elles font le trou ovale lorsqu'elles s'abaissent, il y a bien de l'apparence qu'elles font le

Seconde  
description ;  
pag. 32

même effet à l'embouchure de ce trou, qu'elles causent à l'entrée de ces ventricules, elles s'opposent donc autant au passage du sang du ventricule gauche dans le droit par ce trou, qu'elles font à son retour des ventricules dans les oreillettes. Il est donc fort probable que l'obstacle qu'apportent ces valvules au passage du sang des veines du pōumon du ventricule gauche dans le droit, pendant qu'elles sont abaissées sur le trou ovale de la Tortuë, a donné occasion au sang de ces veines, pressé qu'il est par la contraction du cœur dans le ventricule gauche qui n'a point d'artere pour son écoulement, de pratiquer d'autres trous dans la cloison charnuë pour s'échaper dans le ventricule droit pour prendre la route des arteres qui sortent de sa cavité.

Quatrième  
description,  
pag. 247.

Ma conjecture que le sang des veines du pōumon doit passer du ventricule gauche dans le droit malgré ces deux valvules abatuës sur le trou ovale du cœur de la Tortuë, est donc bien fondée; & il faut être d'un esprit bien difficile à satisfaire pour trouver à redire, comme fait M. du Verney, à une expression si naturelle.

Après cela il est aisé de comprendre que le sang des veines du pōumon étant forcé de passer du ventricule gauche par tous les petits trous de la cloison charnuë dans le ventricule droit, pendant que ces valvules sont abatuës sur le trou ovale, il doit par cette raison se mêler plus exactement avec le sang des veines caves, que si ces deux ventricules n'avoient point été separez. Car en ce cas le sang de ces veines pouvant couler à côté l'un de l'autre dans un seul ventricule, ils auroient pû sans s'y mêler ensemble exactement passer dans les arteres.

pag. 232.

M. du Verney explique cependant ce parfait mélange par une raison contraire dans la premiere partie de son Traité, où il nous dit: *Les trois cavitez du cœur n'étant separees par aucune soupape, le sang qui revient du grand & du petit reservoir se peut mêler aisément & entrer d'une cavité dans l'autre; mais il change de sentiment dans la seconde*

pag. 250.

*partie, & pretend que quoyque les trois cavitez du cœur du*

la Tortuë doivent être considérées comme un seul ventricule ; cependant il y a lieu de croire que tout le sang qui y est apporté par la veine cave & la veine du poulmon n'y est pas exactement mêlé, ces especes de cloisons qui distinguent ces cavitez en empêchent le parfait mélange.

Enfin puisque l'eau seringuée ou l'air soufflé par les arteres passe fort librement des ventricules dans les oreillettes ; quoyque ces deux fluides fassent soulever les valvulles qui sont placées dans l'endroit de leur communication , il n'y a donc pas d'apparence que ces valvulles étant soulevées ferment exactement au sang l'entrée dans les oreillettes dans un cœur soufflé & dessecché ; comme le prend M. du Verney : aussi voit-on que dans un cœur préparé de cette façon, ces valvulles laissent de côté & d'autre un trou ouvert d'environ deux lignes de long, & d'une & demie de large à l'embouchure des oreillettes avec les ventricules, le sang peut donc refluer de ceux-ci dans les autres quand les ventricules se contractent, & c'est apparemment par cette raison que la capacité des oreillettes est plus grande que celle des ventricules ; il n'est donc pas croïable que les valvulles des oreillettes du cœur de la Tortuë, qui laissent au sang l'entrée libre dans le cœur, empêchent son retour totalement, comme le pense M. du Verney.

page 255.

Quatrième  
desc. & troi-  
sième desc.

Il ne paroît pas aussi vrai-semblable que ce soit, comme il dit, au temps de la contraction du cœur que ces valvulles se soulevent. Voici la preuve du contraire tirée de ses propres experiences : Car si chaque fois qu'on pousse de l'air dans le cœur ouvert par la pointe, ces soupapes se déploient de telle maniere qu'elles ferment exactement les embouchures des oreillettes ; le sang doit donc de même les soulever quand il vient à remplir les ventricules. Or le sang ne les remplit que pendant leur relaxation ; ce ne peut donc pas être au temps de la contraction du cœur que ces valvulles se soulevent, puisque dans ce temps-là les ventricules se vident.

page 256.

Quatrième  
description.

page 255.

Troisième  
description.

Après tant des variations, peut-on croire que les re-



marques qu'a faites M. du Verney sur les cœurs de la Grenouille, de la Vipere & de la Carpe, soient plus justes que celles de la Tortuë? Non, si j'avois quelque interest d'y prendre part, comme à celles de ce dernier animal, je pourrois bien faire voir qu'il est aussi changeant dans celles-ci que dans les autres: mais comme cela ne me regarde pas, je me contenteray de rapporter seulement une seule preuve de son instabilité dans la distribution qu'il fait des vaisseaux du cœur de la Carpe, & sur leur usage.

page 243.

Il ne sort du cœur de ce poisson qu'un seul tronc d'artere, qui se divise en plusieurs rameaux. Par la division que M. du Verney nous en a donnée, il nous apprend premierement que *chaque artere en coulant le long de la base de chaque feüillet, jette autant de paires de branches qu'il y a de paires de lames, & se perd entierement à l'extremité du feüillet, en sorte que l'aorte & ses branches ne parcourent de chemin que depuis le cœur jusqu'à l'extremité des oüies où elles finissent.*

page 244.

Ce passage a été terraché; on a mis le precedent à la place.

Si cela est ainsi, pourquoy M. du Verney prenant comme il fait les oüies pour les poumons de la Carpe, donne-t-il à l'artere du poumon le nom d'aorte? Quelle raison a-t-il eüe de ruïner par des découvertes faites avec précipitation des observations de vingt-cinq années? qui portoient au contraire, secondement: *Que ces branches de l'aorte ayant parcouru ces arcs, & fourni comme on adit une branche à chacune des lames, dont les oüies sont composées, viennent en sortant des arcs se réunir deux à deux en differens endroits. Car celles qui sortent des deux dernieres paires d'arcs après avoir fourni des rameaux qui se distribuent à la tête, aux organes des sens, & aux parties voisines, venant à se réunir, ne forment plus qu'un tronc, lequel descendant sous la base du crâne, reçoit dans son cours les branches des deux premiers arcs, après qu'elles se sont réunies ensemble, & ce même tronc continuë son cours en descendant le long des vertebres pour se distribuer à toutes les autres parties.*

Par le premier de ces deux passages, il est évident que l'aorte

l'aorte porte seulement dans les oïes toutes ses branches, & tout le sang qu'elle reçoit du cœur de la Carpe. Par le second il paroît qu'elle le distribuë en même tems par ses différentes branches à toutes les parties du corps de ce poisson : mais non, ce sont les veines des oïes qui leur envoient tout le sang dont elles ont besoin pour leur nourriture. C'est le même M. du Verney qui nous l'apprend dans ce troisiéme passage ; écoutons-le parler.

Troisiémemment. *Sur le bord de chaque lame il y a, dit-il, pag. 244. une veine, & chaque veine vient se décharger dans un tronc qui coule dans la gouttiere de chaque arc. Ces veines sortant de l'extrémité de chaque arc qui regarde la base du crâne, prennent la consistance d'arteres, & viennent se réunir deux à deux de chaque côté. Celle, par exemple, qui sort du quatrième arc après avoir fourni des rameaux qui distribuënt le sang aux organes des sens au cerveau & à toutes les autres parties de la tête, vient se joindre avec celle du troisiéme arc ; ainsi elles ne font plus qu'une branche. Cette branche après avoir fait environ deux lignes de chemin, s'unit à celle du côté opposé, & les deux ne forment plus qu'un tronc, lequel coulant sous la base du crâne, reçoit aussi peu de tems après de chaque côté une autre branche formée par la réunion des veines de la seconde & de la première paires d'arcs. Ce tronc continuë son cours le long des vertebres, & distribuant le sang à toutes les autres parties, fait la fonction d'aorte descendante. Ces mêmes veines par leur autre extrémité qui regarde la naissance des arcs, viennent se décharger dans un tronc qui va s'insérer dans le réservoir.*

Voilà des découvertes aussi étonnantes que nouvelles. Quoy, est-il croïable que les veines des oïes puissent servir à porter le sang dans toutes les parties du corps de la Carpe, & à le rapporter des parties au cœur ? Quel autre que M. du Verney pourra s'imaginer que ces veines & le tronc qu'elles forment par leur réunion en sortant des oïes, prennent la consistance d'artere, & que sans néanmoins avoir les mouvemens de diastole, & de sistole qu'on remarque aux arteres dans tous les autres animaux, elles

soient capables de distribuer le sang à toutes les parties du corps de ce poisson, & que sans reprendre la consistance de veines, elles en aient cependant l'usage ?

pag. 258.

Quelle extraordinaire force ne faudroit-il point au cœur de la Carpe pour entretenir par son seul mouvement la circulation du sang ? M. du Verney a-t-il oublié son Anatomie comparée à laquelle il me renvoie dans sa Critique, & qui lui a tant servi, à ce qu'il dit, à *éclaircir la structure & l'usage des parties du corps de l'homme* ? Quel besoin n'avoit-il pas de *recourir en cette occasion à sa methode* pour se détromper ? *S'il s'étoit donné la peine d'examiner le cœur & les parties de la respiration dans l'homme, je suis sûr qu'il ne se seroit pas pû tromper sur le véritable usage des veines de la Carpe.*

Qui pourra s'empêcher de douter de la verité de ces étranges découvertes, sur tout quand on sçaura que ses anciennes observations faites dans un tems où il étoit secouru de M. de la Hire, qu'on sçait être très-exact dans tout ce qu'il fait, portent tout le contraire de ce que vient de nous dire M. du Verney ? Ce quatrième passage que je vais rapporter en fait foy.

Page 244.

Ce passage a été retranché ; celui qui le precede a été mis à la place. M<sup>rs</sup> de la Hire & du Verney furent en-voiez en 1679. de la part du Roy dans les Ports de mer pour travailler à l'Anatomic des Poissons.

Quatrièmement. *Chaque lame soutient, dit-il, une branche de veines, & toutes ses veines viennent se décharger dans un tronc qui coule dans la gouttiere de chaque arc : lorsqu'elles en sortent, elles se réunissent de la même maniere que l'aorte s'étoit divisée, c'est-à-dire deux à deux, & elles ne forment plus qu'un tronc, qui en coulant par dessus l'aorte entre les deux lobes des ouïes, reçoit plusieurs veines des parties voisines, & vient s'insérer au côté droit du réservoir.*

Il n'est point dit dans ce passage que les veines des ouïes prennent, lorsqu'elles en sortent, la consistance d'arteres, ni qu'elles distribuent le sang à toutes les parties à la maniere des arteres ; il paroît qu'elles servent seulement, comme dans tous les autres animaux, à rapporter le sang des ouïes au cœur de la Carpe. Par le passage qui precede celui-ci, on a vû cependant que les veines des ouïes servent & à porter le sang qu'elles reçoivent de toutes

les branches de l'aorte dans toutes les parties du corps de la Carpe, & à le rapporter aussi de ces mêmes parties dans le cœur de ce poisson. Quelle contradiction !

Peut-être me dira-t-on que mal à propos je fais cette objection à M. du Verney ; parce qu'étant permis à un Auteur de se corriger, il a pû dans le tems même de l'impression de sa piece en retrancher, comme il a fait, ses anciennes observations qu'il a crû fausses, pour mettre à leur place ses nouvelles découvertes qu'il croit vraies.

Je tombe d'accord que cette liberté est permise à un Auteur ; mais le changement qu'il a fait ne nous tire pas de l'incertitude où il nous a mis par ses nouvelles remarques : car je vais faire voir qu'il retombe dans la même contradiction sans se corriger ; ainsi on ne peut pas savoir si la verité se trouve plutôt dans ses nouvelles que dans ses anciennes observations. Les deux passages que je vais rapporter ne prouvent que trop clairement contre lui ce que j'avance.

Cinquièmement. *Quoique les poissons aient, dit-il, beaucoup de rapport avec ces animaux : c'est des Tortuës, des Serpens & des Viperes qu'il parle ; cependant la circulation s'y fait d'une maniere differente, puisque le sang qui sort du cœur à chaque batement, se distribuë dans les oüies par un nombre infini de petites arteres qui couvrent les surfaces de toutes les lames dont elles sont composées, & que les veines qui rapportent ce sang le distribuënt à toutes les parties à la maniere des arteres.* pages 249.  
& 250.

Il est aussi aisé de voir par ce cinquième passage, que par le troisième, que ce sont les veines des oüies qui distribuënt le sang à toutes les parties, & qui le rapportent au cœur. Par le sixième qui va suivre, il est visible, comme par le quatrième, que c'est l'aorte qui par ses différentes branches le distribuë aux oüies & à toutes les parties du corps de la Carpe. C'est M. du Verney qui nous l'apprend lui-même, en nous disant que, sixièmement, *les trois cavitez du cœur de la Tortuë ne sont en effet qu'un seul ventricule peu different de celui du cœur des poissons & des* page 256.

*grenouilles , & les trois arteres qui répondent à ces trois cavitez , n'ont ensemble dans la Tortuë que la même fonction qu'a l'artere du cœur de ces autres animaux , qui est de distribuer le sang en même tems & au pœumon & à toutes les autres parties du corps. Donc s'il est vrai que l'artere qui sort du cœur des poissons distribue le sang en même tems & aux ouïes & à toutes les autres parties du corps, il est donc faux premierement que les veines des ouïes de la Carpe , que M. du Verney prend pour ses pœumons, distribuent le sang à toutes les parties de ce poisson à la maniere des arteres, comme il est marqué dans le cinquième passage.*

Secondement, il n'est pas vrai encore que l'aorte & ses branches ne parcourent de chemin que depuis le cœur jusqu'à l'extremité des ouïes où elles finissent, comme porte le premier. Voila donc & la structure & la distribution nouvelle des veines des ouïes de la Carpe, & leur usage nouveau que leur a donné M. du Verney, & qu'il a tant vanté à l'Academie, détruits par sa dernière observation ; puisqu'enfin la fonction qu'à l'artere du cœur des poissons, est de distribuer le sang en même tems & au pœumon & à toutes les autres parties de leur corps.

Comment accorder ensemble des observations si contraires ? Il faudroit être bien peu habile en Anatomie pour ne se pas appercevoir que M. du Verney les détruit toutes les unes par les autres.

Pour réponse, nous dira-t-il que la nature n'a pas donné aux mêmes vaisseaux sanguins des Carpes qu'il a dissequées, la même structure ; qu'elle en a varié la distribution, & les a destinées à des usages differens ; que c'est une découverte qu'il a faite, & que les remarques qu'il a données sur cela, sont inserées dans l'Histoire de l'Academie ? Mais n'y a-t-il pas bien plus d'apparence quand il voit les mêmes faits si differemment, que ce sont ses yeux qui le trompent, ou la memoire qui lui manque, quand il tombe & retombe dans de si manifestes contradictions ?

Pour éviter cet écueil funeste à la réputation qu'il s'est acquise par tant de pénibles travaux, ne devoit-il pas suivre

lui même l'avis qu'il me donne dans sa Critique ; je veux dire *recourir en cette occasion à la methode qui a tant contribué à éclaircir la structure & l'usage des parties du corps de l'homme*, c'est l'Anatomie comparée : s'il s'étoit donné la peine d'en examiner les vaisseaux du pòumon, je suis sûr qu'il ne se seroit pas pù tromper sur le véritable usage des veines des oüies de la Carpe, ni sur leur structure. page 258,

Cette méprise me donne lieu de lui appliquer ses propres paroles : *Je ne sçay pas si l'Auteur de la Critique du nouveau système se rendra à des raisons qui me paroissent si évidentes ; mais je puis bien me promettre que tout le penchant qu'on a à se laisser prévenir par les nouvelles découvertes, n'engagera personne à suivre son sentiment sur le nouvel usage qu'il donne aux veines des oüies de la Carpe.* page 259

Enfin pour ne pas donner lieu à M. du Verney de se plaindre que je l'ay faussement accusé d'avoir donné des valvules au trou ovale du cœur de la Tortuë dans ses reflexions qu'il a fait imprimer parmi les observations Physiques & Mathematiques des Reverends Pere s Jesuites de Siam ; parce qu'il paroît qu'il y fait la description des parties du cœur du Crocodile, & non pas celle du cœur de la Tortuë ; je vais pour justifier ce que j'ay osé avancer, faire voir que tous les faits qui y sont rapportez sont contraires aux véritables observations qu'il a faites sur le Crocodile, & conformes à celles de la Tortuë de mer que j'ay disséquée. Pour le démontrer de maniere qu'on ne puisse pas me soupçonner d'en imposer à M. du Verney, je rapporteray d'abord mot pour mot les deux descriptions qu'il a faites du cœur du Crocodile. J'en feray voir ensuite la contrariété, & prouveray enfin que ses secondes observations qu'il nous a données pour celles du Crocodile sont effectivement de la Tortuë.

*Premiere description du cœur du Crocodile , par M.  
du Verney, extraite du second volume manuscrit  
des animaux qui ont été disséqués dans l'Academie.*

page 144.

Le cœur étoit situé entre les deux lobes du foie , ce qui se doit entendre de sa partie inferieure ; car la superieure étoit entre les lobes du p<sup>ou</sup>mon. Il avoit deux oreilles fort grandes , dont la droite étoit plus grande , parce qu'elle recevoit plus de sang que l'autre : & ce sang lui étoit porté non seulement par le principal tronc de la cave ascendante , & par les jugulaires ; mais encore par les axillaires , qui n'entroient point dans l'oreille gauche , laquelle n'avoit que le petit tronc de la cave ascendante , & n'avoit ni jugulaires , ni axillaires.

Quoyque le sang soit porté par des vaisseaux separez dans ces deux oreilles , il se confond néanmoins avant que d'entrer dans le cœur ; parce que ces deux oreilles se communiquent avant que de s'ouvrir dans la cavité du cœur. Cette cavité ou ventricule étoit unique , & remplie de fibres , & de colonnes charnuës , qui laissoient entr'elles des espaces assez étroits , & formoient mille anfractuosités.

L'aorte étoit double de même que la cave ; il sortoit deux troncs de la base du cœur , separez l'un de l'autre par une cloison. Chacun de ces troncs se separoit en trois branches ; deux de ces branches passant sous les p<sup>ou</sup>mons , se réunissoient pour former le tronc de l'aorte descendante ; deux autres jettoient chacune deux rameaux , qui faisoient les axillaires & les carotides , & les deux autres se jettoient dans les p<sup>ou</sup>mons. Une distribution de vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortuës.

Etrange ressemblance ! Dans ce Crocodile l'aorte se trouve double , & les arteres pulmonaires ne sont que des branches de ces deux aortes. Au contraire dans la premiere Tortuë de l'Amerique que M. du Verney a disséquée , l'aorte étoit simple , & l'artere du p<sup>ou</sup>mon sortoit immédiatement du ventricule anterieur du cœur de cet animal ; & du cœur de la seconde Tortuë , qui étoit aussi

de l'Amerique, partoient trois troncs distincts, sçavoir deux aortes, & l'artere des poûmons; la distribution des vaisseaux du cœur du Crocodile doit donc être fort differente de celle de ces deux grandes Tortuës terrestres de l'Amerique, dont il nous a donné des figures & des descriptions très-diffemblables.

*Seconde description du cœur du Crocodile, extraite des Reflexions de M. du Verney, imprimées en 1688. parmi les Observations Physiques & Mathematiques des Reverends Peres Jesuites de Siam.*

On a remarqué, dit M. du Verney, dans le Crocodile disse- pages 31, 32 & 33.  
qué à l'Academie, que le cœur avoit deux oreilles fort amples, dont la droite étoit la plus grande; que le tronc de la veine cave inferieure au sortir du foie s'ouvroit dans l'oreillette droite après avoir reçu le sang des axillaires dans lesquelles se déchargent les jugulaires; ainsi il n'y avoit point de veine cave superieure: pour les veines du poûmon elles s'ouvroient dans l'oreillette gauche.

Ces oreilles s'ouvroient chacune dans un ventricule, dont celui qui répond à l'oreillette droite étoit le plus large; car il occupoit presque toute la substance du cœur. Outre ces deux cavitez ou ventricules qui occupoient principalement la partie posterieure du cœur, il y en avoit un troisieme dans la partie anterieure; mais ces trois cavitez ne composoient en effet qu'un ventricule, parce qu'elles se communiquoient par des ouvertures considerables: la cloison qui les separe n'étant pas solide & continuë comme aux autres animaux; ainsi n'ayant pas le principal usage des ventricules du cœur, qui est de forcer tout le sang qui du ventricule droit coule dans l'artere du poûmon, à passer au travers de la substance du poûmon pour aller dans le ventricule gauche.

Les ouvertures qui font la communication de ces cavitez étoient placées vers la base du cœur. La cavité qui répondoit à l'oreillette gauche, communiquoit avec celle qui répondoit à



l'oreillette droite par une ouverture ovalaire très-ample garnie d'une espece de valvulle, ou plutôt d'une cloison qui étoit partout attachée, excepté dans sa partie inferieure, laissant une petite ouverture qui faisoit la communication des ventricules. Il y avoit à côté une autre ouverture fort ample sans aucune valvulle, par laquelle la cavité qui répond à l'oreille droite, communiquoit avec celle qui est dans la partie anterieure du cœur.

Il sortoit de la base du cœur trois troncs d'arteres, dont les deux premiers qui composoient l'aorte formoient comme deux croffes, lesquelles avant que d'être tout-à-fait tournées en bas produisoient ces axillaires, d'où naissoient les carotides.

Ensuite la croffe droite & la gauche descendoient pour se distribuer à toutes les parties du bas ventre. Ce qui sera expliqué plus en détail dans la description de l'Academie. Chacun de ces troncs de l'aorte étoit garni à sa sortie du cœur de deux valvulles sigmoïdes.

Le troisième tronc qui naissoit de la base du cœur, étoit celui de l'artere du pōumon. Il avoit aussi deux valvulles sigmoïdes, & se partageoit en deux branches, dont l'une alloit au lobe droit du pōumon, & l'autre au gauche. Une distribution des vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortuës.

De ces deux descriptions, la premiere est tirée mot pour mot du second volume manuscrit des animaux qui ont été dissez à l'Academie. La seconde du Traité des Observations Physiques & Mathematiques des Reverends Peres Jesuites de Siam, que le Pere Gōiye fit imprimer à Paris en 1688. J'ignore la date de la premiere description; mais je sçay bien qu'elle est de plusieurs années anterieure à la seconde, parce que depuis dix-neuf ans que j'ay l'honneur d'être à l'Academie Royale des Sciences, il n'y a point paru de Crocodile. Or comme M. du Verney n'en a dissequé qu'un seul, comme il paroît par les premieres paroles de la seconde description; que cependant les mêmes faits qu'il dit avoir observez sur le cœur de cet animal, sont tous differens les uns des au-

tres;

tres ; je puis donc assurer , sans crainte de me tromper , que les premieres observations ont été faites effectivement sur le cœur du Crocodile , & les secondes sur celui de la Tortuë. C'est ce que je prouveray quand j'auray fait connoître l'extrême difference qu'il y a entre les unes & les autres.

M. du Verney nous dit dans sa premiere description du Crocodile que la veine cave avoit deux troncs , que le plus gros tronc portoit le sang dans l'oreillette droite , & que le plus petit le portoit dans l'oreillette gauche : il assure cependant dans sa seconde description que la veine cave n'avoit qu'un seul tronc qui s'ouvroit dans l'oreillette droite.

Il ne fait aucune mention des veines du poulmon dans la premiere. Dans la seconde il nous apprend que les veines du poulmon s'ouvroient dans l'oreillette gauche.

Dans la premiere il est porté que les deux oreilles du cœur communiquoient ensemble. Dans la seconde il met cette communication entre les ventricules , & n'en met point entre les oreillettes.

Dans la premiere il ne reconnoît qu'une cavité dans le cœur du Crocodile. Dans la seconde il en met trois.

Dans la premiere il ne place aucune valvule à l'ouverture des oreillettes de l'une dans l'autre. Dans la seconde il dit que le ventricule gauche communiquoit avec le ventricule droit par une ouverture ovalaire garnie d'une espece de valvule.

La premiere description porte que l'aorte étoit double , que chacun de ses troncs se divisoit en trois branches , qui faisoient les axillaires , les carotides & les deux pulmonaires , de sorte qu'il n'y avoit point de tronc particulier pour les arteres du poulmon. La seconde fait connoître qu'il sortoit trois troncs d'arteres de la base du cœur , sçavoir deux aortes , & l'artere pulmonaire.

Il n'est point marqué dans la premiere description qu'il y eût des valvules aux embouchures des deux arteres qui partoient de la base du cœur du Crocodile. Dans la se-

conde, il est porté que les trois troncs d'arteres qui fortoient du cœur, avoient chacun deux valvules à leurs embouchures.

Après tant de contradictions, on ne doit plus être surpris de voir M. du Verney finir sa seconde comme sa premiere description du cœur du Crocodile par ces mêmes paroles : *Une distribution de vaisseaux du cœur assez semblable à celle-ci se trouve dans les Tortuës.*

Il est aisé de remarquer par toutes les variations que les deux descriptions qu'il nous a données du cœur du Crocodile & de ses vaisseaux, ne peuvent pas être toutes deux du même animal ; parce qu'elles se détruisent l'une l'autre dans tous les faits qu'elles contiennent.

Que pourra-t-il répondre à ceux qui lui demanderont raison de l'extrême difference qui paroît dans ces deux descriptions ? Leur dira-t-il qu'il y a de plusieurs especes de Crocodiles dans lesquels la structure du cœur n'est pas la même ? Mais cette réponse ne les satisfera pas. Car quoyque cela puisse être, ils lui repliqueront, sachant qu'il n'a disséqué en toute sa vie qu'un seul Crocodile, qu'il n'a pas de connoissance que la structure du cœur varie dans ces animaux.

Leur avouëra-t-il donc qu'il s'est mépris, & que par un défaut de memoire il a donné au public mes observations de la Tortuë de mer pour celles du Crocodile ? Il ne le fera pas. Montrons donc nous-même, pour faire connoître au public que l'Academie ne prend point de part à ses erreurs, & qu'elle les abandonne à sa censure ; que ses premieres observations sont du Crocodile, & les secondes de la Tortuë. En voici une preuve évidente.

M. du Verney n'a disséqué qu'un seul Crocodile : il n'a donc pas pû corriger par de secondes remarques les faits qu'il a observez au cœur de cet animal. Ses premieres observations du Crocodile sont en tout differentes de celles qu'il a faites sur sa dernière Tortuë de l'Amerique, les secondes y ont un fort grand rapport ; donc ses premieres observations ont été véritablement faites sur le

cœur du Crocodile, & sont de lui : les secondes sur celui de la Tortuë de mer, & sont de moy. Je vais en donner une preuve incontestable : c'est qu'il n'a reçu de Versailles sa dernière Tortuë de l'Amerique qu'en 1700, sçavoir douze ans après avoir donné au public ses secondes observations du Crocodile.

Aussi voit-on que M. du Vernéy avouë lui-même dans sa Critique, qu'il n'a travaillé sur le cœur des Tortuës que depuis l'impression du nouveau système de la circulation du sang du fœtus par le trou ovale ; on ne peut donc pas douter que ces secondes observations du Crocodile qu'il fit imprimer en 1688, ne soient les mêmes que celles que je fis voir à l'Academie en 1685, puisqu'elles y sont toutes conformes, & toutes différentes de celles de sa première Tortuë de l'Amerique : C'est ce que je vais faire connoître après avoir rapporté ce passage de l'Histoire Latine de l'Academie par M. Duhamel, qui fait foy qu'en ce tems-là je dissequay une Tortuë de mer.

Description  
quatrième,  
page 227.

*Exaëto induciarum tempore testitudinem marinam exhibuit*  
D. Mery, in qua cum plura observatione digna annotavit  
anno 1685.

Seconde  
Edition  
page 236.

La seconde description que M. du Verney nous a donnée du cœur du faux Crocodile porte, 1°. Que la veine cave s'ouvroit dans l'oreillette droite. J'ay observé la même chose dans la Tortuë de mer ; mais dans la première Tortuë terrestre de l'Amerique que M. du Verney a dissequée, la veine cave avoit deux troncs qui déchargeoient le sang, l'un dans l'oreille droite, & l'autre dans la gauche.

2°. A l'égard des veines du pœmon du faux Crocodile, elles s'ouvroient dans l'oreillette gauche, elles s'y ouvrent de même dans la Tortuë de mer ; au contraire les veines du pœmon de la première Tortuë de l'Amerique de M. du Verney portoient le sang des pœmons dans les axillaires, & le mêloient avec celui de la veine cave.

3°. La cavité qui répondoit à l'oreillette gauche du faux Crocodile, communiquoit avec celle qui répondoit

à l'oreillette droite par une ouverture ovulaire très-ample garnie d'une espece de valvule. J'ay trouvé la même chose dans la Tortuë de mer : mais M. du Verney ne fait nulle mention qu'il y eût de valvule dans le passage du ventricule gauche au ventricule droit de sa premiere Tortuë de l'Amerique.

4°. De la base du cœur du faux Crocodile sortoient trois troncs d'arteres ; il en part tout autant du cœur de la Tortuë de mer : mais il n'en sortoit que deux du cœur de la premiere Tortuë de l'Amerique de M. du Verney.

5°. A l'embouchure de chacune des arteres du faux Crocodile il n'y avoit que deux valvules sigmoïdes ; il n'y en a pas davantage dans les arteres de la Tortuë de mer : cependant M. du Verney donne trois valvules à chacune des deux arteres de sa premiere Tortuë terrestre de l'Amerique.

Comme il n'est pas difficile de voir par ce petit abrégé que les secondes observations , que M. du Verney nous a données du cœur de son faux Crocodile , sont conformes en tout à celles que j'ay faites sur celui de la Tortuë de mer ; il est aisé de juger premierement que les unes & les autres sont les mêmes, puisque toutes sont contraires & aux remarques de sa premiere description originale du cœur du Crocodile , & aux observations de sa premiere Tortuë de l'Amerique. Secondement , qu'elles ne peuvent pas être de la seconde , avec lesquelles elles ont aussi beaucoup de rapport , puisqu'il n'a reçu cette derniere Tortuë terrestre de l'Amerique que douze ans après avoir donné au public ces secondes remarques du faux Crocodile.

Pour éluder des preuves si convaincantes, qu'il ne vienne pas aujourd'huy nous dire qu'il n'a point donné au Reverend Pere Götze les faits que je reclame ; car ne les ayant point moy-même rendus jusqu'ici publics , & ce Pere n'ayant été reçu à l'Academie que quatorze ans après les luy avoir démontrez , personne ne pourra croire qu'il ait pu les imaginer ; il faut donc que M. du Verney,

qui étoit présent lorsque je les fis voir, lui en ait donné communication. Son original que le Pere Gouye conserve, en est une preuve invincible.

D'ailleurs on n'a pas oublié qu'après que M. du Verney se fût rendu maître des desseins que j'avois fait faire du cœur de la Tortuë de mer, il se servit de celui des petites Tortuës de France, non seulement pour détruire les faits que j'ay observez sur celle de mer, mais aussi pour confirmer en même tems ceux qu'il a remarquez dans le cœur de la premiere Tortuë de l'Amerique. Il ne peut donc pas rejeter, comme il fait à présent, sur feu M. Perrault, qui n'est plus en état de se défendre, les fausses observations qu'il a faites sur le cœur de cet animal. D'autant moins qu'on se ressouvient encore que son dessein n'avorta que parce qu'une assez grosse Tortuë de terre que je reçus de Languedoc dans le tems même qu'il faisoit ses démonstrations à l'Academie, me servit à faire voir une seconde fois à cette celebre Compagnie, la fausseté de ses premiers faits de la Tortuë de l'Amerique, & la verité de mes observations, dont il fut forcé de tomber d'accord en pleine Academie.

Aussi voit-on qu'il détruit lui-même par les remarques qu'il a faites du depuis sur le cœur des petites Tortuës de France, & sur celui de la derniere Tortuë de l'Amerique, toutes ses anciennes observations qu'il a faites sur la premiere. Il reste donc pour constant que ses secondes remarques du Crocodile n'ont point été faites sur le cœur de cet animal, mais sur celui de la Tortuë de mer que je dissequay en 1685, ce que j'avois à prouver. De là il s'ensuit premierement que M. du Verney a reconnu dans cette Tortuë de mer un trou ovale, faisant la communication du ventricule gauche au ventricule droit, & deux valvules abbatuës sur ce passage, lorsque je fis voir à l'Academie la structure du cœur de cet animal.

Secondement. Que le cœur du Crocodile que M. du Verney a effectivement dissequé n'ayant qu'un ventricule, ce que porte sa description originale, il est évident

page 32.

qu'il s'oublie étrangement, quand il dit dans la fausse description qu'il en avoit trois, & que des trois cavités ne composoient en effet qu'un seul ventricule; parce qu'elles se communiquoient par des ouvertures considérables, puisqu'il n'en avoit qu'une.

Quoy que cette pensée se trouve aussi dans la troisième & quatrième description, ce n'est pas une conviction que ce sentiment lui appartienne; en voici des preuves certaines.

Memoir. de  
l'Ac. du 31.  
Aoust 1693.  
pag. 237.

La première, c'est qu'on ne voit nul endroit dans la première description du cœur de la Tortue, qui puisse faire juger qu'il ait eu seulement cette idée. La seconde preuve, c'est que la troisième & quatrième description, dans lesquelles paroît cette opinion, sont de dix années postérieures au Memoire de l'Academie, dans lequel j'ay prouvé, & par la structure des ventricules, & par la disposition des vaisseaux, & par le cours du sang que les trois ventricules du cœur de la Tortue ne doivent être comptez que pour un seul ventricule. La troisième preuve enfin, c'est que depuis la première description de la Tortue imprimée dans les Memoires de l'Academie de 1676, il n'a travaillé sur le cœur de cet animal, qu'après l'impression du nouveau système de la circulation du sang par le trou ovale. Ce passage de la quatrième & dernière description en fait foy.

Quatrième  
description,  
pag. 237.

Dès qu'il le proposa, dit M. du Verney en parlant de moy, je l'examinay avec soin; je fis des dissections exactes de plusieurs Tortues, & ayant reconnu l'erreur de cette découverte, je la combattis dans mes exercices du Jardin Royal & dans notre Academie, comme il est rapporté dans l'Histoire qui en a été publiée.

Puisque de l'aveu même de M. du Verney il n'a travaillé sur le cœur des Tortues de terre que depuis l'impression du nouveau système, il est donc visible qu'en même tems qu'il donna mes observations du cœur de la Tortue de mer pour celles du Crocodile, il s'attribua mon sentiment sur l'unité des trois ventricules du cœur de cet

animal, puisque le cœur du Crocodile qu'il a disséqué n'avoit qu'un ventricule.

Pour finir cet examen des faits de M. du Verney, il me reste à faire connoître premièrement pourquoy il a donné au Public mes observations du cœur de la Tortuë de mer pour celles du Crocodile. Secondement pourquoy le cœur de cet animal ayant, suivant la relation des Reverends Peres Jesuites de Siam, beaucoup plus de rapport au cœur de la Tortuë que celui de la Carpe, étant par conséquent plus propre à éclaircir la question dont il s'agit entre M. du Verney & moy, que celui de ce poisson, il n'a pas joint dans son *Traité*, aux observations qu'il a faites sur le cœur de la Tortuë, de la Vipere, de la Carpe & de la Grenouille, les remarques qu'il a faites sur celui du Crocodile; en voici les raisons autant que je le puis conjecturer.

Les Reverends Peres Jesuites de Siam ayant fait presenter à l'Academie Royale des Sciences un jour d'assemblée par le Pere Göttye les observations qu'ils ont faites sur le Crocodile, il fut résolu ce jour-là même que M. du Verney, qui avoit disséqué quelques années auparavant un semblable animal, joindroit ses reflexions aux remarques de ces Peres. Il oublia par malheur de relire, pour les faire avec justesse, le second volume d'observations des animaux qui ont été disséqués à l'Academie, dans lequel sont les veritables remarques que M. du Verney a faites sur le Crocodile; ce qui fut cause que l'esprit vuide depuis long-temps de ses propres découvertes, mais plein encore des plus considerables faits que j'avois fait voir peu de tems auparavant à l'Academie sur le cœur de la Tortuë de mer, il les donna sans y penser au Public pour ceux qu'il avoit lui-même remarquez sur le cœur du Crocodile: aussi ne fit-il pas difficulté d'avouer en pleine assemblée qu'il s'étoit mépris, lorsque fâché de voir la meilleure partie des faits que j'avois découverts dans le cœur de cette Tortuë mêlez par M. du Verney parmi les observations des Reverends Peres Jesuites, j'en



portay ma plainte à la Compagnie. Elle la reçût d'autant plus favorablement, que je lui fis remarquer qu'ils étoient tous differens de ceux que M. du Verney lui avoit donnez du cœur du Crocodile, & qu'elle se ressouvient qu'il avoit voulu faire passer mes faits de la Tortuë pour faux dans ses assemblées, quinze jours auparavant de les donner au Public pour vrais, mais pour ceux du Crocodile.

Peut-être aussi que piqué, comme il y a bien plus d'apparence, de ce que les observations qu'ont faites les Reverends Peres Jesuites de Siam sur le cœur du Crocodile, n'avoient nul rapport avec les remarques qu'il avoit faites sur celui qu'il a dissequé, & en avoient un fort grand avec les faits que j'avois observez sur le cœur de la Tortuë de mer; & jugeant par là que ses observations du cœur du Crocodile pourroient bien être aussi fausses que les remarques qu'il avoit faites sur celui de sa premiere Tortuë de l'Amerique; prit-il le parti, les unes & les autres étant inconnues au Public, de les abandonner, & de lui donner les remarques de ces Peres, & mes observations pour celles qu'il avoit faites lui-même sur le Crocodile, afin de faire croire dans le monde qu'il avoit avant nous une parfaite connoissance de la structure du cœur de ces deux animaux.

Je ne sçay point si cette seconde conjecture ne passera pas pour une verité évidente & une preuve sensible de tout ce que j'ay dit ci-devant; sur tout quand on sçaura que pour mieux réussir dans son entreprise, il retira des mains de M. du Hamel, alors Secrétaire de l'Academie, les desseins que j'avois fait faire du cœur de la Tortuë de mer; & de plusieurs autres parties du corps de cet animal dont il se rendit maître, persuadé que par ce moyen il m'empêcheroit de donner au Public les observations que j'avois faites sur cet animal.

Ce fut par cet innocent artifice qu'il se délivra de la crainte qu'il avoit que je ne fisse connoître au Public que toutes les remarques qu'il a faites sur le cœur de sa premiere Tortuë de l'Amerique sont fausses.

Après.

Après ce petit éclaircissement, il est aisé de juger que bien que le cœur du Crocodile ait beaucoup plus de rapport à celui de la Tortuë que le cœur de la Carpe, & qu'il soit par cette raison infiniment plus propre que celui de ce poisson à décider la question qui est entre M. du Verney & moy, il n'a pas cependant osé joindre les observations de cet animal à celles de la Tortuë, dans l'aprehension qu'il a eue que je ne fisse connoître au Public, comme j'ay fait à l'Academie, sa méprise.

Cette précaution étoit bonne à prendre : mais pour avoir une réüffite heureuse, il ne devoit pas m'imputer dans sa Critique d'avoir voulu donner au Public une description exacte du cœur de la Tortuë, dans laquelle j'avois oublié cependant de faire mention des oreillettes, d'avoir voulu faire croire que les valvules qui sont situées à l'entrée des ventricules droit & gauche, fussent inutiles à l'embouchure du trou ovale, qui fait la communication de ces deux ventricules ; enfin il ne devoit pas supposer que j'ay pris les trois cavitez du cœur de la Tortuë pour trois cavitez aussi distinctes & separés entr'elles que le sont les deux ventricules du cœur de l'homme : il devoit bien prévoir que par ces fausses suppositions il pourroit m'engager à détromper le Public, en lui donnant, comme je vais faire après avoir répondu à sa Critique, du moins une description entiere de toutes les principales parties du cœur de la Tortuë de mer, quoyque sans figures, parcequ'il m'en retient les desseins ; ce que j'ay depuis 19 ans negligé de faire pour le ménager. Mais maintenant je la dois à ma réputation pour la mettre à couvert de sa Critique, & au Public pour le tirer de l'incertitude dans laquelle la connoissance que je viens de lui donner de ses variations pourroit le jeter.

Dans l'examen que j'ay fait des faits que M. du Verney a observez sur le cœur des Tortuës, j'ay oublié en parlant des arteres d'avertir que le sphincter marqué D, qui dans la troisième figure de la seconde planche embrasse les trois troncs d'arteres qui sortent du cœur de ces animaux,

ne se trouve non plus dans les petites Tortuës de France , que dans les grandes Tortuës de l'Amerique. Il avoue qu'il manque dans celles-ci ; il soutient qu'il se rencontre dans les autres. Voici le passage où son sentiment est marqué en termes bien précis.

Quatrième  
description.  
page 134.

*Dans nos petites Tortuës de terre, ces arteres, dit-il, sont embarrassées à leur naissance par un anneau de fibres charnues : il n'y en avoit point au cœur de la Tortuë de l'Amerique.*

On voit par ce passage, comme par la figure de cet anneau qu'il embrasse à leur naissance, les trois troncs d'arteres qui partent du cœur des petites Tortuës de terre, d'où l'on peut conclure que l'usage que M. du Verney donne à ce sphincter doit être commun à ces trois vaisseaux, je veux dire qu'ils doivent être tous trois resserrez également par ce sphincter quand il se contracte, & par conséquent il doit accélérer, selon lui, le mouvement du sang vers le pōumon, comme vers les extremités.

Il paroît néanmoins qu'il est d'un sentiment different dans le passage qui suit. *L'anneau ou sphincter qui se trouve à la naissance de l'aorte dans la petite Tortuë, en se resserant immédiatement après la contraction du cœur, donne lieu de croire que son principal usage est d'accélérer & d'augmenter le mouvement du sang vers les extremités.*

pag. 147.

De ce passage on peut tirer deux consequences. La premiere, que si ce sphincter ne se trouve qu'à la naissance de l'aorte, il ne peut pas embrasser les trois arteres qui sortent du cœur des petites Tortuës de terre ; cependant il est porté dans le passage précédent qu'il les embrasse. La seconde, que son usage ne peut pas être commun à ces trois vaisseaux. Donc ce second sentiment est different du premier, puisque ce second passage ne porte point que ce sphincter accelere le mouvement du sang vers le pōumon, mais seulement vers les extremités, à moins que M. du Verney ne prenne les pōumons de la Tortuë pour quelques-unes des extremités du corps de cet animal.

Après tant de variations, si M. du Verney veut verita-

blement instruire le Public par ses découvertes, qu'il rectifie ses idées, & reforme les descriptions & les figures qu'il lui a données des parties des animaux dont il fait mention dans son *Traité*, qu'il n'a entrepris, à ce qu'il dit, que pour faire connoître l'erreur du nouveau système de la circulation du sang par le trou ovale du fœtus humain; parce que sans une correction très exacte, il sera toujours impossible au Lecteur de découvrir la vérité de ses faits dans des descriptions, où l'on ne remarque que contradiction depuis le commencement jusqu'à la fin. Ainsi toute la Critique de M. du Verney n'étant bâtie que sur un fondement si ruineux, il n'y a pas d'apparence qu'elle puisse long-tems se soutenir. C'est ce que je vais démontrer.

## RÉPONSE A LA CRITIQUE

DE M. DU VERNÉY.

**I**L y a dix ans bien accomplis que M. du Verney entreprit de combattre dans l'Académie Royale des Sciences, le rapport que j'avois fait du trou ovale, & du canal de communication de la Tortue avec ces mêmes conduits, qui se rencontrent dans le fœtus humain.

Pour le détruire, il se contenta alors de dire à cette célèbre Compagnie, que le trou ovale du fœtus est placé entre la veine cave & la veine du pœumon, & que le canal de communication n'est qu'une branche de l'artere du pœumon, qui va se joindre au tronc inférieur de l'aorte : Qu'au contraire dans la Tortue le trou ovale est placé dans la cloison qui sépare le ventricule gauche du cœur de cet animal d'avec le droit, & que le canal de communication est une artere particulière qui tire immédiatement son origine du ventricule droit, d'où il conclut que le rapport que j'avois fait de ces deux conduits de la Tortue avec ceux du fœtus humain, étoit faux.

E e e ij

Pour répondre à cet argument, je representay à Messieurs les Academiciens qu'ayant marqué dans le Memoire du 31 Mars que l'Academie fit imprimer en 1692, que ces conduits sont placez dans le fœtus en des lieux differens de ceux qu'ils occupent dans la Tortuë, il étoit évident que le rapport que j'en avois fait ne regardoit pas leur situation, mais, seulement leur usage

Aujourd'huy M. du Verney, non content de me renouveler cette même objection, à laquelle je n'ay point d'autre réponse à faire que celle que j'ay fait imprimer dans la seconde dissertation du petit Traité que j'ay donné au public sur la circulation du sang du fœtus en 1700. pag. 18. soutient d'ailleurs que le trou ovale & le canal de communication n'ont pas dans la Tortuë les mêmes usages que dans le fœtus, d'où il conclut que le sang ne circule pas dans l'une & dans l'autre de la même maniere. Je vais prouver le contraire.

Les usages que j'ay attribuez au trou ovale & au canal de communication du fœtus & de la Tortuë, se réduisent à trois. 1. Le trou ovale sert à donner passage au sang des veines du pœumon dans le ventricule droit. 2. Le canal de communication empêche que toute la masse du sang ne circule par leur pœumon, comme elle fait par celui de l'homme. 3. L'un & l'autre conduits servent à raccourcir dans le fœtus humain & dans la Tortuë le chemin que le sang parcourt dans l'homme.

Quant à l'usage particulier du trou ovale, M. du Verney convient avec moy que le sang des veines du pœumon qui se décharge dans le ventricule gauche du cœur de la Tortuë, passe dans le ventricule droit par le trou, qui fait leur communication : mais il prétend que dans le fœtus humain le trou ovale sert au contraire à donner passage au sang de la veine cave de l'oreillette droite dans l'oreillette gauche. Voici comme il s'explique dans sa Critique : *Il est constant que la valvule du trou ovale du fœtus est située de maniere à donner un libre passage au sang de la veine cave dans l'oreillette gauche du cœur, & à le lui fermer au retour.*

Apparemment M. du Verney a oublié que les expériences qu'il a faites à l'Académie pour faire voir ce qu'il croit, lui ont toujours été inutiles, & il n'a pas prévu cette objection qui détruit visiblement son hypothèse.

Si la valvule prétendue du trou ovale peut l'ouvrir & le fermer, il faut qu'elle souffre nécessairement des pressions alternatives de la part du sang qui coule de la veine cave dans l'oreillette droite du cœur, & de la part de celui qui passe de la veine du poulmon dans l'oreillette gauche. Cela étant, le sang de ces veines doit donc entrer dans les oreillettes en différens tems; cependant l'expérience nous apprend le contraire: car l'on voit que les deux oreillettes du cœur se dilatent ou s'emplissent en même tems, & qu'elles se resserrent & se vident dans un autre & même moment. Le sang en quelque tems que ce soit ne peut donc pas faire sur cette valvule supposée des pressions alternatives; elle doit donc toujours demeurer dans une même situation, puisque le sang entre en même tems dans les oreillettes du cœur du fœtus.

Or comme les deux tiers du trou ovale sont creusés dans le bord supérieur de sa valvule prétendue, qui fait certainement la plus grande partie de la cloison des oreillettes du cœur; il est évident que cette valvule ne peut point s'appliquer au passage de ce trou, il doit donc toujours rester ouvert dans le fœtus humain avant la naissance.

Aussi est-ce par cette raison que l'air soufflé & l'eau seringuée par les veines du poulmon gauche, passe librement de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite. C'est ce que j'ay démontré il y a plus de dix ans dans l'Académie Royale des Sciences à M. du Verney, & c'est dont M. du Hamel rend témoignage dans l'Histoire qu'il a faite de ce qui s'est passé dans cette savante Compagnie, lorsqu'il dit: *Negabat ille, c'est de moy dont il parle, in ovali foramine ullam valvulam, aut eam quæ eo nomine censetur, ita esse collocatam, ut foramen ipsum possit occludere: cum aqua siphunculo in aortam, aut pulmonis*

Histoire de  
l'Ac. p. 385.  
sec. Edition,  
an: 1695.

*venam injecta per illud foramen in auriculam cordis dextram, atque inde in venam cavam libere transmittatur: quod semel & iterum in duplici fœtu palam ostendit.*

Quelque tentative qu'ait faite jusqu'ici dans cette même Compagnie M. du Verney pour démontrer le contraire, il n'a jamais pû y réussir: de là vient qu'il n'en est point parlé dans aucun des Memoires, ni dans l'Histoire de l'Academie. Il ne laisse pas cependant d'assurer encore aujourd'hui dans sa Critique du nouveau système, que sa prétendue valvule du trou ovale ne peut permettre au sang de la veine du pœumon de passer par ce trou. Ce qui m'a engagé à faire un nouvel effort pour le défabuser de l'opinion d'Harvée.

Dans ce dessein je ne me suis pas seulement contenté de lui reperer la même experience; je lui ay fait voir de plus en pleine Academie le 13 Decembre 1702, que lorsque la valvule supposée a acquis dans l'enfant après sa naissance assez d'étendue pour boucher le trou ovale, c'est-à-dire, qu'elle a acquis dans l'enfant la disposition qu'il pretend que cette valvule a dans le fœtus; alors quoyqu'elle ne soit point encore unie à la cloison des oreillettes, ni l'air ni l'eau ne peuvent plus passer de l'oreillette gauche par ce trou dans l'oreillette droite: preuve évidente que cette valvule prétendue ne ferme pas dans le fœtus humain, comme elle fait dans l'enfant, le trou ovale, puisque dans celui-ci ni l'air ni l'eau ne peuvent passer de gauche à droit, & que dans l'autre ils traversent en ce sens ce trou avec une tres-grande facilité. Le trou ovale qui fait la communication de l'oreillette gauche à l'oreillette droite du cœur du fœtus, & du ventricule gauche au ventricule droit du cœur de la Tortuë, peut donc avoir dans l'un & dans l'autre le même usage. C'est ce que je vais démontrer.

Il est constant que la capacité du ventricule gauche du cœur du fœtus humain est de moitié plus petite que la capacité du ventricule droit. Or les deux arteres pulmonaires ayant, prises ensemble, plus de capacité que le ca-

nal de communication, il est visible qu'il passe par les deux arteres pulmonaires plus de sang que par ce canal; il doit donc revenir par les veines du p<sup>ou</sup>mon dans l'oreillette gauche plus de la moitié du sang que contient le ventricule droit : le ventricule gauche n'en peut contenir que la moitié; il faut donc necessairement que le surplus passe de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, & que ce surplus rentre dans le ventricule droit, comme fait le sang des veines des p<sup>ou</sup>mons de la Tortuë, qui ne trouvant point d'artere dans le ventricule gauche, est forcé de passer par le trou ovale dans le ventricule droit du cœur de cet animal, pour prendre la route des arteres qui tirent leur origine de ce ventricule. Il est donc évident que le trou ovale a dans le fœtus & dans la Tortuë le même usage.

Faisons voir à present à M. du Verney qu'il en est de même du canal de communication, & ne nous servons pour cela que des faits dont il convient avec moy, & du sens dans lequel il entend que ce conduit décharge les p<sup>ou</sup>mons du fœtus humain.

A l'égard des faits il tombe d'accord, premierement, qu'il sort du cœur de la tortuë trois troncs d'arteres, sçavoir deux aortes, & l'artere pulmonaire.

Secondement, que de ces trois arteres, celle que j'appelle le canal de communication, mais dont il fait son second tronc, qu'il nomme l'aorte descendante, s'unit à la branche inferieure du premier qu'il appelle l'aorte ascendante. pag. 234.  
& 235.

Troisièmement, il convient encore avec moy que les trois cavitez du cœur de la Tortuë ne font qu'un seul ventricule. Cela étant, il faut donc que toute la masse du sang qui sort du cœur de cet animal, se partage en trois parties en entrant dans ces arteres, & par consequent de toute cette masse de sang, il n'y a que la partie qui passe dans l'artere pulmonaire qui puisse circuler par les p<sup>ou</sup>mons de la Tortuë.

En effet, celles qui s'écoulent par les deux aortes dans



tous les autres membres de cet animal , reviennent par les veines caves dans ce même ventricule , pour recommencer de nouveau leur circulation comme auparavant sans passer par les p<sup>ou</sup>mons.

Or comme l'aorte descendante de M. du Verney verse une portion du sang qu'elle reçoit du ventricule droit du cœur dans la branche postérieure de l'aorte ascendante , comme fait le canal de communication du fœtus ; il est donc évident que cette aorte descendante a le même usage dans la Tortuë , qu'a le canal de communication dans le fœtus humain , qui est d'empêcher que tout le sang qui sort de son cœur , ne circule par ses p<sup>ou</sup>mons comme il fait par ceux de l'homme adulte.

Et parce que c'est dans ce sens-là que M. du Verney entend que ce canal décharge les p<sup>ou</sup>mons du fœtus , puisqu'il sçait bien qu'il ne puise pas dans ces parties le sang qu'il porte dans le tronc inférieur de l'aorte , mais qu'il le reçoit du tronc même de l'artere pulmonaire ; il faut absolument qu'il convienne avec moy que l'aorte descendante de la Tortuë décharge aussi les p<sup>ou</sup>mons de cet animal , quoyqu'elle puise le sang dans le ventricule droit du cœur de la Tortuë. L'aorte ascendante fait encore le même effet , puisque le sang de celle-ci , non plus que celui de l'autre , ne circule point par les p<sup>ou</sup>mons de cet animal.

Si après cette démonstration M. du Verney ne veut pas reconnoître cette conformité d'usage , il faut nécessairement , pour soutenir l'opinion d'Harvée , qu'il nous fasse voir clairement que tout le sang qui sort du cœur de la Tortuë circule par les p<sup>ou</sup>mons , comme fait celui de l'homme. Mais comment osera-t-il l'entreprendre , après nous avoir dit dans sa Critique , que les trois cavitez du cœur de la Tortuë ne font en effet qu'un seul ventricule peu différent de celui du cœur des poissons & des grenouilles , & les trois arteres qui répondent à ces trois cavitez , n'ont ensemble dans la Tortuë que la même fonction qu'a l'artere du cœur de ces autres animaux , qui est de distribuer le sang en même tems

Quatrième  
description,  
page 256.

& au p<sup>ou</sup>mon, & à toutes les autres parties du corps ?

Car de là il s'ensuit visiblement que le sang qui passe du cœur de la Tortuë dans ses deux aortes, ne circule point par les p<sup>ou</sup>mons de cet animal. Il reconnoît lui même cette verité, en nous disant que *dans la Tortuë, à chaque* page 242.  
*circulation, un peu plus du tiers du sang passe dans le p<sup>ou</sup>mon.* Les deux aortes ont donc, encore une fois, dans cet animal le même usage qu'à dans le fœtus humain le canal de communication.

Cette conformité d'usage qui se trouve entre ces conduits, a paru autrefois si évidente à M. du Verney, que dans sa premiere description il nous dit en termes formels, que *la circulation du sang se fait dans les Tortuës de la même* Premiere description, pag. 201.  
*maniere qu'elle se fait dans le fœtus ; parce que tant dans le fœtus que dans ces animaux, le p<sup>ou</sup>mon ne reçoit de sang que pour sa nourriture, & non point pour la circulation entiere ; & qu'enfin de même que la circulation entiere ne se fait que par les anastomoses du cœur du fœtus, elle ne se fait aussi dans les Tortuës que par les ouvertures particulieres que les ventricules de leur cœur ont les unes avec les autres.*

Qui après cela ne sera surpris de lui entendre dire dans sa Critique du nouveau système ? *Il est facile de faire voir* Quatrième description, p. 8. 257.  
*par tout ce que nous venons de dire, que l'Auteur du système se fatigue bien inutilement pour trouver dans le cœur de ces animaux un trou ovale & un canal de communication. Il s'en seroit épargné la peine, s'il avoit voulu considérer que ces conduits ne sont nécessaires qu'au fœtus humain, & à ceux des animaux dont le cœur a du rapport à celui de l'homme ; il auroit vu la difference qu'il y a de la circulation qui se fait dans le fœtus à celle qui se fait dans la Tortuë, & qu'il n'y avoit nulle comparaison à faire entre deux manieres de circuler si opposées.*

En raisonnant ainsi, M. du Verney ne s'est pas apparemment ressouvenu, 1°. Qu'il nous a dit en parlant du cœur de la Tortuë dans sa seconde description, que *la cavité qui répon-* Seconde description, page 31.  
*doit à l'oreillette gauche communiquoit avec celle qui répon-*  
*doit à l'oreillette droite par une ouverture ovulaire garnie d'une*

pag. 235.

J'ay vu vivre  
une Tortue  
pendant 31  
jours sans  
respirer, la  
gueule & les  
narines étant  
scellées.

*espece de valvule.* Car je ne puis pas m'imaginer qu'il veuille mettre quelque difference entre trou ovale & ouverture ovulaire. 2°. Il semble qu'il ait oublié aussi que son second tronc de l'aorte s'unit à la branche postérieure du premier. C'est donc un canal de communication. 3°. Il n'a pas fait reflexion que la Tortuë vivant également dans l'air, comme dans l'eau sans respirer, que par des intervalles, très-longes ces deux conduits ne lui sont pas moins nécessaires pour vivre en cet état, qu'ils le sont au fœtus pendant les neuf mois qu'il demeure dans le sein de sa mere, privé de la respiration.

Il y a donc bien de l'apparence que ces conduits qui se ferment dans le fœtus après la naissance, parce qu'il respire alors, doivent rester toujours ouverts dans la Tortuë; parce qu'elle passe la plus grande partie de tous les jours de sa vie sans respirer. Mais cette difference n'empêche nullement qu'ils n'aient dans la Tortuë les mêmes usages qu'ils ont dans le fœtus. La circulation se fait donc dans l'un & dans l'autre de la même maniere. Ces conduits ne sont donc pas seulement nécessaires au fœtus humain, & à ceux des animaux dont le cœur a du rapport à celui de l'homme; ils le doivent être aussi à tous les amphibies dont le cœur a du rapport à celui de la Tortuë, & qui ne respirent comme elle que de tems en tems. M. du Verney se fatigue donc bien inutilement pour nous faire croire que le trou ovale & le canal de communication ne se trouvent pas dans ces animaux; puisque par les faits qu'il a lui même observez, & que je viens de rapporter, je démontre qu'ils se rencontrent dans la Tortuë.

Si l'on me demande la raison pourquoy M. du Verney, étant autrefois persuadé que la circulation du sang se faisoit dans les Tortuës de la même maniere qu'elle se fait dans le fœtus, soûvient à present tout le contraire dans sa Critique, la voici: C'est parce que je lui ay fait voir qu'il est faux dans l'opinion d'Harvée qu'il suit, que le sang circule dans le cœur de la Tortuë comme dans celui du

foetus. Je vais en tirer la preuve de ses propres observations.

M. du Verney a remarqué que dans la Tortuë le sang des veines du p<sup>ou</sup>mon passe du ventricule gauche dans le ventricule droit par le trou qui fait la communication de ces deux ventricules ; ce qui est vrai. Mais comme il soutient que dans le foetus le sang de la veine cave passe au contraire par le trou ovale dans la vaine du p<sup>ou</sup>mon , il est donc évident que le sang doit couler , selon M. du Verney , de gauche à droit dans le cœur de la Tortuë , & de droit à gauche dans celui du foetus ; ainsi il doit prendre en passant par le trou ovale du cœur de la Tortuë une route contraire à celle qu'il suit en passant par celui du cœur du foetus. Le sang ne peut donc pas circuler dans le cœur de l'un & de l'autre de la même manière , suivant ses propres remarques. Je viens de démontrer cependant que dans tous les deux le sang des veines du p<sup>ou</sup>mon tient la même route en passant par le trou ovale ; & que le canal de communication a le même usage. Le second sentiment de M. du Verney n'est donc pas moins faux que le premier. Que peut on penser après cela de ses décisions ?

Le troisième usage commun au trou ovale & au canal de communication , c'est de servir l'un & l'autre dans le foetus & dans la Tortuë à raccourcir à une grande partie du sang le chemin qu'il parcourt dans l'homme. M. du Verney ne s'est point recrié dans sa Critique contre cet usage , il n'en a pas même parlé. Peut-être a-t-il senti qu'il est hors d'atteinte. Quoy qu'il en soit , en voici la démonstration.

Toute la masse du sang qui sort du ventricule droit du cœur du foetus humain , se partage en passant dans le tronc de l'artere du p<sup>ou</sup>mon en trois parties : l'une s'écoule par le canal de communication dans la branche inférieure de l'aorte , sans circuler par le p<sup>ou</sup>mon , ni par le ventricule gauche : les deux autres parties passent dans les arteres pulmonaires. Celles-ci traversant le p<sup>ou</sup>mon ,

viennent se rendre par ses veines dans l'oreillette gauche du cœur, où elles se separent : l'une entre dans le ventricule gauche, l'autre passe par le trou ovale & rentre dans le ventricule droit, sans circuler par le ventricule gauche, ni dans tout le reste des parties du corps du fœtus. Il est donc visible que le trou ovale & le canal de communication servent dans le fœtus humain à raccourcir à la plus grande partie du sang le chemin qu'il parcourt dans l'homme adulte. Ce qui est expliqué plus au long dans les Memoires des mois de Mars & d'Aoult de l'an 1693, & dans le nouveau systême pag. 45. L'un & l'autre conduits font le même effet dans la Tortuë, en voici la preuve.

Toute la masse du sang sortant du ventricule droit du cœur de la Tortuë, se partage aussi en trois parties : l'une entre dans l'artere pulmonaire, & vient se rendre par les veines du pœumon dans le ventricule gauche ; mais n'y trouvant point d'artere, elle est forcée de rentrer par le trou ovale dans le ventricule droit. Celle ci ne fait donc que circuler par les pœumons, & ne passe point dans tout le reste des parties du corps de la Tortuë. Des deux autres parties, l'une passe dans l'aorte, & l'autre dans le canal de communication. Ces deux parties viennent se rendre par les veines caves dans le ventricule droit, sans circuler par les pœumons, ni par le ventricule gauche. Il est donc évident que le trou ovale & le canal de communication servent aussi à raccourcir dans la Tortuë le chemin que le sang parcourt dans l'homme.

Car dans celui-ci tout le sang qui passe du ventricule droit dans l'artere du pœumon, circule par le pœumon, & vient se rendre par ses veines dans le ventricule gauche, d'où il passe ensuite dans l'aorte qui le distribue à toutes les parties du corps, qui le renvoient par la veine cave dans le ventricule droit, où il recommence sa circulation : delà vient que le sang parcourt dans l'homme plus de chemin qu'il ne fait dans le fœtus & dans la Tortuë. Il paroît par toute la Critique de M. du Verney, qu'il est

persuadé que le nouveau système de la circulation du sang du fœtus humain n'est fondé que sur les usages semblables qu'ont, selon moy, dans le fœtus & dans la Tortue le trou ovale & le canal de communication.

Cette conformité d'usage qui se presenta d'abord à mon esprit, est bien à la verité le premier moyen qui m'a servi à l'établir : mais indépendamment de ce rapport, que M. du Verney combat seulement dans sa Critique, ce système nouveau est aujourd'huy fondé sur l'égalité de capacité qui se trouve dans l'homme, entre l'oreillette droite & l'oreillette gauche, entre le ventricule droit & le ventricule gauche, entre l'artere pulmonaire & l'aorte, comme aussi sur l'inégalité qui se rencontre dans le fœtus humain entre ces mêmes parties.

C'est ce qu'ont bien reconnu ceux qui, comme lui, se sont élevez contre ce nouveau système : de là vient qu'ils ont abandonné ce rapport, pour attaquer ce système par son veritable fondement. M. du Verney a fait tout le contraire, il a abandonné le fondement du système pour combattre le rapport, qui ne m'en a fourni que la premiere idée. Comme donc il semble qu'il ne se soit pas aperçû jusqu'ici de cette verité, je vais recommencer à la lui montrer par cinq Propositions auxquelles je le prie de répondre pour me desabuser de mon opinion, au cas que je me trompe. S'il ne le fait pas, son silence me servira d'approbation. S'il le fait & qu'il les détruise, j'avouëray moy-même que je me suis trompé.

### PREMIERE PROPOSITION.

La capacité des arteres & des veines augmente à proportion de la quantité du sang que reçoivent ces vaisseaux, & elle diminuë de maniere que quand le sang cesse d'y passer, elle se détruit entierement. La nature nous fournit dans le fœtus humain des exemples constans de ces deux phenomenes. Depuis l'instant que le sang commence à couler dans ses vaisseaux, jusqu'au moment de sa

Fff iij

naissance, la cavité du canal arteriel qui se trouve entre l'artere pulmonaire & la branche inferieure de l'aorte, & celle du conduit veineux qui se rencontre dans le foie entre la veine porte & la veine cave du fœtus, s'agrandissent. Il en est de même de celle de la veine & des deux arteres ombilicales, parce que la quantité du sang que reçoivent tous ces vaisseaux, augmente toujours jusqu'au terme de l'accouchement. Mais après la sortie de l'enfant hors du sein de sa mere, la veine ombilicale & le canal veineux ne recevant plus de sang du placenta; celui qui passoit par le conduit arteriel entrant dans les arteres pulmonaires de l'enfant, & les arteres hypogastriques de l'enfant cessant d'en envoyer dans les arteres ombilicales, le canal veineux, le conduit arteriel, la veine & les deux arteres ombilicales se retrecissent en tres-peu de tems, & degenerent enfin en ligamens. Il est donc visible que le sang moule lui-même, pour ainsi dire, les vaisseaux dans lesquels il coule, & en forme la capacité à proportion de ce qui y en passe avec plus ou moins de vitesse. Or comme on ne peut nier ces faits, qui sont connus de tous les Anatomistes, on ne peut donc raisonnablement douter que le plus sûr moyen pour juger de la quantité du sang qui passe par des vaisseaux, ne soit la mesure de leur capacité.

## SECONDE PROPOSITION.

De ce principe il s'ensuit que l'oreillette droite & le ventricule droit fournissant dans l'homme adulte par l'artere du pœmon à l'oreillette gauche & au ventricule gauche tout le sang que celui-ci envoie dans l'aorte, il faut necessairement que l'oreillette gauche du cœur soit aussi spacieuse que la droite, le ventricule gauche aussi grand que le droit, & la capacité de l'aorte aussi grande que celle de l'artere du pœmon; & c'est ce qu'on trouve précisément dans l'homme.

## TROISIEME PROPOSITION.

Comme donc dans le fœtus humain la capacité de l'oreillette droite, celle du ventricule droit, & celle du tronc de l'artere du pœumon sont aussi grandes par proportion de corps, que sont ces mêmes cavitez dans l'homme adulte; tout le sang de la veine cave doit passer, contre le sentiment d'Harvée & de tous ses sectateurs, des deux troncs de cette veine dans l'oreillette droite, entrer dans le ventricule droit, & s'écouler par le tronc de l'artere du pœumon du fœtus humain, comme il fait par celui de l'homme adulte.

## QUATRIEME PROPOSITION.

Mais comme dans le même fœtus humain la capacité de l'oreillette gauche est d'un tiers ou environ plus petite que celle de l'oreillette droite, la capacité du ventricule gauche de moitié plus petite que celle du ventricule droit, & la capacité de l'aorte aussi moitié plus petite que celle de l'artere du pœumon; il est évident qu'il doit passer un tiers moins de sang par l'oreillette gauche que par l'oreillette droite; par le ventricule gauche, & par le tronc de l'aorte moitié moins que par le ventricule droit, & par l'artere du pœumon. En voici la raison tirée des conduits particuliers au fœtus humain.

## CINQUIEME PROPOSITION.

Le tronc de l'artere pulmonaire dans le fœtus humain se divise en trois branches, qui sont à peu près d'égale capacité. L'une fait le canal de communication; celle ci s'abouche avec la branche inferieure de l'aorte, les deux autres vont aux pœumons.

Tout le sang de la veine cave passant de l'oreillette droite dans le ventricule droit, & de ce ventricule dans



le tronc de l'artere du p  mon, comme il est démontré par la troisième Proposition, doit donc se partager en entrant dans les branches de cette artere en trois parties. Or comme de ces trois parties celle qui s'écoule par le canal de communication dans la branche inferieure de l'aorte ne circule point par le p  mon, l'oreillette gauche du cœur, dans laquelle cette partie de sang ne peut se rendre, doit donc être d'un tiers plus petite que l'oreillette droite.

Et comme des deux autres parties qui prennent la route des deux arteres pulmonaires, & viennent se rendre par les veines du p  mon dans l'oreillette gauche, l'une passe dans le ventricule gauche, pendant que l'autre partie rentre par le trou ovale dans l'oreillette droite, delà vient que la capacité du ventricule gauche, de même que celle de l'aorte, est moitié plus petite que celle du ventricule droit & de l'artere du p  mon, parce que l'un & l'autre ne sont pas seulement déchargez de cette partie du sang qui passe de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, mais encore de celle qui s'écoule du tronc de l'artere pulmonaire par le canal de communication dans la branche inferieure de l'aorte. Il est donc démontré qu'une partie du sang des veines du p  mon passe de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain.

Car si au contraire il étoit vrai que la plus grande partie du sang de la veine cave passât, comme le prétend Harvée, par le trou ovale dans le ventricule gauche; il est certain que ce ventricule recevant de plus tout le sang qui circule par le p  mon, devroit avoir une capacité beaucoup plus grande que le droit pour le contenir.

Le ventricule droit est au contraire moitié plus grand que le ventricule gauche. L'opinion d'Harvée, que M. du Verney s'efforce de soutenir, est donc évidemment fausse; d'autant plus que dans le cœur de l'homme, par lequel il ne passe pas plus de sang d'un côté que de l'autre, la capacité de l'oreillette gauche est aussi grande que celle  
de

de la droite , le ventricule gauche aussi spacieux que le droit , & l'embouchure de l'aorte est égale à celle de l'artere pulmonaire.

Si M. du Verney ne veut pas se rendre à ces faits qui servent de fondement au nouveau système , il a à prouver pour soutenir l'ancien , que la capacité du ventricule gauche & celle de l'aorte doivent être dans le fœtus humain d'autant plus petites qu'il y passe plus de sang , & celles du ventricule droit & de l'artere pulmonaire d'autant plus grandes qu'il y en passe moins ; c'est-à-dire , que le ventricule gauche doit contenir moitié plus de sang que le droit , quoique la capacité de celui-ci soit une fois plus grande que celle de l'autre : mais cette absurdité se détruit par la premiere Proposition , par laquelle il est démontré que le sang étend la capacité des vaisseaux à proportion de la quantité qui y passe : de sorte que si M. du Verney vouloit bien se dépouiller de toute prévention , & examiner avec un esprit d'équité ces cinq Propositions établies sur des faits certainement vrais , je m'assure qu'il changeroit de sentiment. Car qu'il ne pense pas que le public , severe censeur des Ouvrages des particuliers , croie que sans détruire mes cinq Propositions , qui servent de fondement au nouveau système , mon opinion soit bien réfutée ; parce qu'il dit en finissant sa Critique en termes vagues qu'il n'applique à aucun fait singulier.

*Personne en un mot ne pourra convenir de la solidité d'un système qu'il faut appuyer sans cesse sur des principes ou faux , ou dont on tire de fausses conséquences ; parce que dans leur application on n'en compare point en même tems toutes les circonstances. Comme il arrive lorsqu'en examinant les capacités des vaisseaux , on en tire des conclusions sans avoir égard ni aux forces , ni aux résistances , & lorsque supposant faussement égalité de forces ou de résistances , on en tire des conclusions sans avoir égard à la capacité des vaisseaux. Mais tout ce détail appartient au Traité de la circulation du sang dans le fœtus , que je me propose de donner incessamment au public. Nous l'attendons depuis six ans.*

Memoires  
de l'Acade-  
mie de l'an-  
née 1699.  
pages 259.  
& 260.

M. du Verney a beau se flater que personne ne suivra mon opinion; l'approbation que l'Academie Royale des Sciences a donnée au nouveau système, est un préjugé de celle du public. Voici comme elle en parle dans son Histoire de 1701.

- pages 36. " Les deux systèmes opposez de la circulation du sang  
& 37. " dans le fœtus, rapportez dans l'Histoire de 1699. p. 25. 34.  
" ne roulent que sur des conjectures; mais le moins qu'on  
" puisse deviner c'est le mieux, & une question Physique est  
" d'autant plus sûrement décidée, que le témoignage des  
" yeux a plus de part à la décision, & que le raisonnement  
" y en a moins.  
" Le trou ovale encore tout ouvert dans un homme de  
" quarante ans, que M. Littré disséqua, paroît donner une  
" de ces décisions sensibles. Puisque le sang s'étoit toujours  
" conservé le passage du trou ovale, la circulation étoit la  
" même dans l'homme qu'elle avoit été dans le fœtus; &  
" de plus comme il avoit toujours passé ou de l'oreillette  
" droite dans la gauche, ou de la gauche dans la droite, les  
" marques & les traces de l'un ou de l'autre de ces mouve-  
" mens contraires ne s'étoient pas effacez dans cet homme,  
" ainsi qu'elles s'effacent dans tous les autres; ce qui fait la  
" difficulté de la question. Il ne s'agissoit donc que d'exa-  
" miner avec ses yeux, & de reconnoître sensiblement de  
" quel côté le sang avoit passé par le trou ovale.  
" Tous les vaisseaux du corps augment, diminuent,  
" ou cessent d'être vaisseaux, selon qu'il y passe beaucoup,  
" ou peu, ou point du tout de liqueur. Dans les adultes,  
" après que le trou ovale s'est fermé, les capacitez des vais-  
" seaux du côté droit & du côté gauche du cœur sont éga-  
" les, parcequ'il y coule une égale quantité de sang. Mais  
" le trou ovale étant ouvert dans un adulte, il en coule da-  
" vantage de l'un ou de l'autre côté; & par conséquent le  
" côté qui a les plus grands vaisseaux, est selon toutes les  
" apparences possibles celui qui reçoit plus de sang. Car on  
" ne peut nullement dire d'un adulte, ce qu'on diroit d'un  
" fœtus; que quoiqu'il coule moins de sang dans les vais-

seaux du côté droit, ils sont cependant plus dilatez, parce que le sang y coule plus lentement, & regorge à cause de l'embarras des poulmons.

Or M. Littre ayant exactement mesuré tous les vaisseaux du cœur de cet homme de quarante ans, le système de M. Mery se trouva victorieux.

L'oreillette droite du cœur étoit large de 3 pouces & 10 lignes, la gauche de 3 pouces & 2 lignes. L'embouchure du ventricule droit avoit 2 pouces  $\frac{1}{2}$  de largeur, celle du ventricule gauche 1 pouce & 8 lignes. Les capacités des deux ventricules étoient proportionnées à celles de leurs embouchures. Le diamètre de l'artere du poulmon étoit de 1 pouce & 10 lignes; celui de l'aorte de 1 pouce & 3 lignes. Par conséquent il couloit plus de sang du côté droit, & le sang passoit par le trou ovale de l'oreillette gauche dans la droite.

Il y avoit plus. Du côté de l'oreillette droite le trou ovale n'avoit que 3 lignes de diamètre, & il en avoit 9 du côté de l'oreillette gauche; ce qui faisoit la figure d'un antonoir, dont la plus grande ouverture est naturellement tournée du côté d'où vient la liqueur; & même à l'égard du trou ovale cette figure est d'autant plus concluante, que le sang doit toujours élargir son chemin du côté d'où il vient.

Pretendre encore après cette décision de l'Académie d'être crû sur sa seule parole, sans donner aucune preuve particulière de ce qu'on n'avance qu'en general, c'est trop exiger du public. En attendant le Traité de M. du Verney, qui contiendra le détail de toutes les fausses conséquences que j'ay tirées des faux principes sur lesquels j'ay fondé le nouveau système, je vais faire voir une seconde fois à ce fameux Critique que j'ay eu égard à toutes les circonstances qu'il pretend que je n'ay point observées. Pour cet effet je rapporteray seulement quelques-unes des objections qui m'ont été faites contre mon opinion, avec leurs réponses. Voici la premiere objection, qui renferme le faux raisonnement de M. du Verney.

Ggg ij

Page 9. &  
10. de la  
Lettre de  
M. Silvestre  
an. 1698.

*Je veux bien accorder à M. Mery, dit un second Critique du système nouveau, que l'ouverture de l'aorte est de moitié plus petite que celle de l'artere pulmonaire dans le fœtus humain : mais comme la force mouvante du ventricule gauche appliquée à l'aorte est double, & peut-être triple de celle du ventricule droit appliquée à l'artere du pœmon, il est évident que la vitesse que le ventricule gauche donne au sang qui passe dans l'aorte doit être double, & peut-être triple de celle qui communique le ventricule droit au sang qui passe dans l'artere du pœmon ; d'où il s'ensuit que malgré l'inégalité de leurs diametres, l'impulsion de la même quantité de sang doit se faire en même tems par ces deux arteres ; ce qui renverse incontestablement tout l'édifice du nouveau système du passage du sang des veines du pœmon par le trou ovale dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain.*

La réponse à cette objection, que ce Critique croit insurmontable, est aisée à trouver & facile à comprendre. La capacité du ventricule gauche du cœur est, dans le fœtus humain, moitié plus petite que celle du ventricule droit ; celui-ci contient donc moitié plus de sang que l'autre : ces deux ventricules se vident dans un même tems. Le ventricule gauche emploie donc autant de tems à se vider du sang qu'il contient dans l'aorte, qu'en met le ventricule droit à se vider de celui qu'il renferme dans l'artere du pœmon. Il passe donc dans un même moment, avec des vitesses égales, moitié plus de sang du ventricule droit dans l'artere pulmonaire, qu'il n'en passe du ventricule gauche dans l'aorte, malgré l'inégalité de forces de ces deux ventricules.

Ce qui se passe dans l'homme confirme encore cette verité, & fait mieux voir l'absurdité de l'objection de ce Critique. Car s'il étoit vray que la force mouvante du ventricule gauche du cœur fût telle qu'elle pût donner au sang qui passe dans l'aorte une vitesse double, & peut-être triple de celle que peut communiquer le ventricule droit au sang qu'il chasse dans l'artere du pœmon ; ce que ce second Critique croit qu'on ne peut lui contester ;

il est visible, l'ouverture de ces deux arteres étant égale dans l'homme, qu'il passeroit dans un même espace de tems deux & peut-être trois fois plus de sang par l'aorte que par l'artere du p<sup>ou</sup>mon : ce qui est certainement impossible ; parce qu'au sc<sup>u</sup> de tous les Anatomistes, le ventricule gauche ne peut pousser de sang dans l'aorte, qu'autant que lui en fournit le ventricule droit par l'artere du p<sup>ou</sup>mon, puisque le ventricule gauche ne reçoit point de sang d'ailleurs.

Or comme la capacité de ces deux ventricules est égale, & que l'ouverture de l'artere du p<sup>ou</sup>mon est aussi égale à celle de l'aorte, il est évident que ces deux ventricules se vidant en même tems, il doit passer du ventricule droit dans l'artere du p<sup>ou</sup>mon la même quantité de sang qui passe du ventricule gauche dans l'aorte avec même vitesse, dans un même espace de tems, malgré l'inégalité de force de ces deux ventricules ; ce qui est absolument nécessaire pour entretenir une circulation continuë.

D'ailleurs, si, comme le pretend ce Critique, *le plus & le moins de force mouvante des muscles dépend de ce qu'ils ont plus ou moins de fibres charnuës, & si pour l'impulsion du sang il est nécessaire que la force mouvante soit proportionnée au degré de resistance qu'il faut surmonter ;* je vais lui faire voir qu'il détruit la circulation du sang, en appliquant au cœur ces deux propositions. page 7.

Car si l'on compare l'oreillette gauche avec le ventricule gauche, on verra que celui-ci a dix fois au moins plus de fibres charnuës que l'autre. Or comme le plus & le moins de resistance des muscles dépend aussi de ce qu'ils ont plus ou moins de ces fibres, il ne paroît pas vraisemblable que l'oreillette gauche puisse avec un degré de force mouvante surmonter dix degrez de resistance que lui oppose le ventricule gauche, & par consequent il n'y a pas d'apparence que cette oreillette puisse faire entrer le sang dans ce ventricule, la circulation en est donc impossible. page 2.

Supposé néanmoins que dans le tems que les fibres

charnuës des ventricules sont relâchées, les oreillettes puissent, quoyque beaucoup plus foibles qu'eux, surmonter leur résistance, & pousser dans le moment qu'elles se contractent, le sang dans les ventricules; quand ceux-ci viendront à se resserrer, s'il est vrai que la vitesse avec laquelle le sang coule dans les arteres, dépende seulement, comme le pretend ce Critique, de la force mouvante appliquée immédiatement à leurs embouchures, le sang qui sort du ventricule droit, ne pourra donc couler dans l'artere pulmonaire qu'avec un degré de vitesse, pendant qu'il s'écoulera avec trois dans l'aorte, en sortant du ventricule gauche; parce que celui-ci, au compte de nôtre Critique, est trois fois plus fort que l'autre. Le ventricule droit ne pourra donc fournir par l'artere du pöümon au ventricule gauche, qu'un tiers du sang que ce ventricule pousse dans l'aorte (car l'ouverture de cette artere étant égale à celle de l'autre, il est évident qu'il doit passer, comme je viens de dire, en même tems deux fois plus de sang du ventricule gauche dans l'aorte, qu'il n'en passe du ventricule droit dans l'artere pulmonaire) il faut donc que le ventricule gauche reçoive d'ailleurs les deux autres tiers du sang qu'il chasse dans l'aorte, ce qui est visiblement faux. En effet, il est certain que le ventricule droit fournit seule par l'artere du pöümon au ventricule gauche tout le sang qui passe dans l'aorte. De plus,

pag. 33.

*l'oreillette droite étant, selon ce Critique, composée de gros paquets de fibres au moins deux fois plus fortes que celles de l'oreillette gauche, celle-ci doit être au moins deux fois plus foible que l'autre. Si donc la vitesse avec laquelle le sang coule dans les vaisseaux dépend absolument de la force mouvante qui leur est appliquée, comme il le pretend, l'oreillette droite doit pousser le sang dans le ventricule droit avec deux degrez de vitesse, au moins; pendant que l'oreillette gauche ne le poussera qu'avec un seul dans le ventricule gauche.*

Or les oreillettes étant égales en capacité, & contenant par conséquent autant de sang l'une que l'autre dans

L'homme adulte , les ventricules étant aussi égaux , il est évident que l'oreillette gauche doit emploïer au moins deux fois plus de tems pour remplir le ventricule gauche , qu'il n'en faudra à l'oreillette droite pour remplir le ventricule droit , sans avoir égard à la différente résistance des ventricules.

Car si l'on y fait attention , on trouvera que le ventricule gauche étant trois fois plus fort que le droit , l'oreillette gauche emploïera quatre ou cinq fois plus de tems à remplir le ventricule gauche , que n'en mettra l'oreillette droite à remplir le ventricule droit ; parce que l'oreillette droite a au moins deux fois plus de force que la gauche , & trois fois moins de résistance à surmonter : les ventricules ne pourront donc s'emplir en même tems.

Ils ne pourront pas aussi se vider dans un même instant ; puisque le ventricule droit étant trois fois plus foible que le gauche , il faut à celui-ci trois fois moins de tems qu'à l'autre pour se vider ; parceque le ventricule gauche pousse le sang dans l'aorte avec trois degrez de vitesse , pendant que le droit ne le pousse qu'avec un seul dans l'artere du pōumon. Voilà les consequences qui suivent naturellement des trois propositions de nôtre Critique , que l'experience dément : lui-même ne peut pas nier que les deux ventricules du cœur ne s'emplissent en même tems , & qu'ils ne se vident dans un autre & même moment. Il en est de même des oreillettes , la vitesse avec laquelle le sang coule dans les vaisseaux , ne dépend donc pas de la seule force mouvante qui leur est immédiatement appliquée.

Pour trouver le dénouement de toutes ces difficultez , il faut considérer comme j'ay dit , les veines du pōumon , l'oreillette gauche , le ventricule gauche , l'aorte , la veine cave , l'oreillette droite , le ventricule droit , & l'artere du pōumon comme un seul canal plus large en certains endroits qu'en d'autres , mais tout plein d'air & de sang mêlez ensemble très exactement.

Sous cette idée presente à l'esprit , on concevra aisément

« Nouveau  
système ,  
pag. 170.  
171. 172.



» ment, 1°. Que l'impulsion de l'air qui entre des vessicules  
 » du p<sup>ou</sup>mon dans ce canal quand la poitrine se resserre, &  
 » l'impression que font toutes les parties de ce tuyau sur le  
 » sang qui y est renfermé, doivent se communiquer dans  
 » l'instant même qu'elles se contractent à toute sa masse.

» 2°. Que pour pousser dans les ventricules du cœur, dans  
 » le tems de leur relâchement, autant de sang qu'ils en  
 » chassent dans les arteres pendant leur rétrécissement,  
 » l'effort que font les oreillettes du cœur & les arteres, qui  
 » pour cet effet se contractent en même tems, doit être  
 » égal à celui des ventricules & des veines qui se resserrent  
 » dans un autre & même moment, qu'ainsi les oreillettes  
 » & les arteres associées dans leur action & prises ensemble,  
 » doivent avoir autant de force que les ventricules & les  
 » veines prises ensemble dans la leur; d'où il s'ensuit que  
 » l'impulsion du sang doit toujours être égale dans toute la  
 » longueur de ce canal qui en est rempli.

» Aussi paroît-il fort vrai semblable que c'est pour cet  
 » effet que l'Auteur de la nature a fait, par une sagesse ad-  
 » mirable, que la partie la plus foible de ce tuyau, qui sont  
 » les veines, agit en même tems que la plus forte, qui sont  
 » les ventricules, & que les oreillettes & les arteres, qui  
 » sont d'une moyenne force entre les ventricules & les vei-  
 » nes, se contractassent aussi dans un autre & même mo-  
 » ment.

» C'est encore par la même raison qu'il a associé la plus  
 » foible oreillette avec la plus forte artere, sçavoir l'oreillete  
 » gauche avec l'aorte, & la plus forte oreillette avec la plus  
 » foible artere, sçavoir l'oreillette droite avec l'artere du  
 » p<sup>ou</sup>mon. Il paroît donc par cette compensation de force  
 » de part & d'autre, que le sang doit toujours être également  
 » poussé dans toute la longueur de ce canal.

» 3°. On connoîtra que quoyque les parties les plus for-  
 » tes, ou les plus épaissies de ce tuyau contribuent d'avanta-  
 » ge que les plus minces ou les plus foibles à l'impulsion du  
 » sang, si néanmoins ces parties les plus fortes sont aussi les  
 » plus larges, le sang doit circuler chez elles avec moins de  
 vitesse

vitesse que dans les parties les plus foibles, si elles sont les plus étroites. Il est donc évident que la vitesse du sang plus grande en certains vaisseaux qu'en d'autres, ne dépend pas de leur différente force ou épaisseur, mais de l'inégalité de leur capacité. Ce que j'ay expliqué en détail dans la réponse à la Lettre de M. Silvestre.

Quoyque ce seul passage soit suffisant pour faire connoître que j'ay eu égard aux circonstances auxquelles M. du Verney prétend que je n'ay pas fait attention, je vais en ajouter un autre, par lequel, suivant les propres principes de mes Critiques mêmes, j'ay fait voir que le mouvement du sang doit être aussi rapide dans l'artere du pœumon que dans l'aorte. Le voici.

Le ventricule gauche a beaucoup plus de force, disent-ils, que le ventricule droit, parce que le sang, à ce qu'ils s'imaginent, a beaucoup plus d'obstacles à surmonter dans toutes les parties du corps qu'en traversant le pœumon: je veux bien le leur accorder. Pour vaincre ces obstacles il faut donc, soutiennent-ils, que le sang circule dans l'aorte avec plus de rapidité que par l'artere du pœumon: c'est ce que je nie, & voici mon raisonnement.

La force des ventricules étant, selon ces Messieurs, proportionnée à la résistance des parties, si le sang trouve moins d'obstacles à surmonter dans le pœumon de l'homme que dans les autres parties de son corps, comme ils le prétendent, la vitesse du sang restera égale dans les arteres, si leurs capacitez sont égales.

Or la capacité de l'artere du pœumon est égale à la capacité de l'aorte: donc la vitesse du sang dans l'artere du pœumon doit être égale à la vitesse que le sang a dans l'aorte, puisque la petite résistance du pœumon est proportionnée à la foiblesse du ventricule droit, & la grande résistance des autres parties du corps proportionnée à la force du ventricule gauche; d'où il s'ensuit qu'il ne peut passer dans un même espace de tems plus de sang par l'aorte que par l'artere du pœumon.

Cette verité paroîtra très-évidente aux moindres con-

„noisseurs, pour peu qu'ils fassent reflexion que l'aorte ne  
 „reçoit point d'autre sang que celui que lui envoie l'artere  
 „du p<sup>ou</sup>mon. Il faut donc pour entretenir une circulation  
 „continuë, que dans l'adulte le ventricule droit pousse  
 „dans l'artere du p<sup>ou</sup>mon autans de sang que le ventri-  
 „cule gauche en chasse dans l'aorte avec la même vitesse  
 „& en même tems. Aussi sont-ils égaux & se vident dans  
 un même moment.

Memoir. de  
 l'Academie  
 de l'an 1699  
 page 259.

Quiconque lira ces deux passages, & les cinq Proposi-  
 tions sur lesquelles le nouveau système de la circulation  
 du sang est établi, aura peine à croire qu'il ne soit appuyé,  
 comme dit M. du Verney, que sur des principes ou faux, ou  
 dont on ne tire que de fausses conséquences, parce que dans leur  
 application on n'en compare point en même tems toutes les cir-  
 constances; car il est aisé d'y reconnoître que j'ay eu égard  
 & aux forces mouvantes, & à la résistance des parties, &  
 à la capacité des vaisseaux. M. du Verney n'a feint de  
 ne le pas sçavoir, que parce qu'il ne trouve pas en lui-  
 même de réponse à des raisons si convaincantes. Il auroit  
 donc mieux fait de se taire, que d'avancer des suppositions  
 dont je prouve si évidemment la fausseté.

Au reste cette premiere objection est fort specieuse, &  
 part d'un homme qui me paroît plus Geometre qu'Ana-  
 tomiste. La seconde que je vais rapporter, me semble d'au-  
 tant plus étrange, qu'elle m'est faite par un Anatomiste,  
 mais qui assurément n'a point connu le rapport des vai-  
 seaux du p<sup>ou</sup>mon. Aussi ne me serois-je pas arrêté à la re-  
 fuser une seconde fois, n'étoit que de grands hommes  
 que j'honore véritablement à cause de leur rare merite,  
 ont crû qu'elle faisoit perdre à l'opinion que je soutiens  
 toute sa vraisemblance. Voici quelle est cette objection.

Progrez de  
 Medecine  
 1698. page  
 71. 75.

*L'aorte, dit ce troisième Critique, est beaucoup plus petite  
 dans le fœtus humain que l'artere pulmonaire; mais dans le veau  
 & l'agneau fœtus, l'aorte est au contraire beaucoup plus grosse que  
 l'artere du p<sup>ou</sup>mon. Il faut donc qu'il passe une plus grande quan-  
 tité de sang par l'aorte que par l'artere du p<sup>ou</sup>mon. Car on ne  
 doit pas croire que les liqueurs aient des routes toutes opposées  
 dans le fœtus humain, & dans ceux des animaux ruminans.*

Quoyque j'aye fait voir à l'Academie le contraire des faits que ce Critique dit avoir observez dans ces animaux, accordons-lui néanmoins que dans le veau & l'agneau fœtus, l'aorte soit beaucoup plus grosse que l'artere du pœumon, & que par cette raison il passe plus de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire : mais montrons-lui en même tems que puisque de son aven même, l'aorte est au contraire beaucoup plus petite, que l'artere du pœumon dans le fœtus humain ; il faut qu'il passe necessairement beaucoup moins de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire. En voici la démonstration.

Le ventricule gauche du cœur du fœtus humain a moitié moins de capacité que le ventricule droit : celui-ci contient donc moitié plus de sang que l'autre. Ces deux ventricules se vident en même tems, il passe donc moitié moins de sang dans l'aorte que dans l'arrere du pœumon. Il n'y a donc pas d'apparence que le sang tienne la même route dans le fœtus & dans le veau en passant par le trou ovale, s'il est vrai que dans le veau & l'agneau l'aorte soit beaucoup plus grosse que l'artere du pœumon.

Pour éluder la force de ces deux consequences que ce Critique a bien sentie, il s'est avisé de me faire cette réponse aussi peu solide que son objection.

*Que l'artere pulmonaire soit dans le fœtus humain plus grosse que l'aorte, ce n'est pas à dire qu'il y passe plus de sang, cela conclut seulement que le sang y passe moins vite ; parce que les pœumons vers lesquels il est poussé ne sont pas aisez à pénétrer. Ainsi il regorge dans l'artere pulmonaire, qui d'ailleurs étant composée de membranes moins fortes & moins épaisses, prête & s'étend avec assez de facilité.*

Histoire de  
l'Academie  
de 1699.  
pag. 29.

Si ce Critique avoit fait reflexion, 1°. Que les pœumons du veau & de l'agneau ne sont pas plus aisez à pénétrer que ceux du fœtus humain. 2°. S'il avoit remarqué que les membranes qui composent l'artere pulmonaire de ces animaux, étant aussi & moins fortes & moins épaisses que celles de l'aorte, elles peuvent s'étendre dans le veau & l'agneau fœtus avec la même facilité qu'elles font dans le

H h h ij

foetus humain. 3°. S'il avoit sçu que le canal arteriel sert à décharger au moins le tiers du sang de l'artere du pœumon dans la branche inferieure de l'aorte du foetus humain, comme dans ces animaux, dans l'artere pulmonaire desquels il ne prétend pas que se fasse le même reflux, il se seroit bien donné de garde de rapporter la dilatation de l'artere pulmonaire du foetus humain au regorgement du sang des pœumons dans le tronc de cette artere, puisque le canal de communication ne doit pas moins empêcher dans celui-ci que dans les autres ce prétendu regorgement.

Supposé néanmoins qu'il se fasse dans le foetus humain, il est visible que les pœumons du veau & de l'agneau n'étant pas plus aisez à penetrer que ceux du foetus, l'embaras des pœumons de ces animaux doit produire le même regorgement dans l'artere pulmonaire, & par consequent la même dilatation, puisque les membranes qui composent l'artere pulmonaire peuvent s'étendre dans le veau & l'agneau avec la même facilité que dans le foetus humain. Il y a donc bien de l'apparence qu'à la dilatation de l'aorte plus grande que celle de l'artere du pœumon, que ce Critique a fait voir dans ces animaux, l'art a plus de part que la nature, ou qu'il a pû prendre dans le veau & l'agneau foetus le tronc de l'artere du pœumon pour celui de l'aorte.

D'ailleurs il n'a pas pris garde que le ventricule droit du cœur étant dans le foetus humain moitié plus grand que le ventricule gauche, & l'oreillette droite ayant un tiers du moins plus de capacité que l'oreillette gauche, il est évident que si la dilatation de l'artere pulmonaire du foetus humain est causée par le regorgement du sang des pœumons, ce regorgement doit être aussi la cause de l'élargissement de ces parties; ce même sang doit donc refluer encore de cette artere dans le ventricule droit, de celui-ci dans l'oreillette droite, & passer ensuite par le trou ovale, pour ne pas donner à ces parties une dilatation énorme. Mais il est aisé de prouver que ce reflux est impossible. En voici la raison.

Dans le tems que l'artere du pōumon se contracte ou se resserre, l'oreillette droite se rétrécit aussi, & pousse en se contractant le sang qu'elle contient dans le ventricule droit : le sang de l'artere pulmonaire ne peut donc pas regorger dans cette oreillette pendant qu'elle se resserre, il ne peut pas aussi y refluer quand elle se relâche, parce qu'alors le ventricule droit se contracte, & chasse le sang qu'il a reçu de cette oreillette dans l'artere pulmonaire : le sang de cette artere ne peut donc pas en quelque tems que ce soit regorger dans l'oreillette droite pour passer par le trou ovale : le regorgement du sang ne peut donc pas être la cause de la dilatation de l'oreillette droite, ni de celle du ventricule droit. D'ailleurs il faudroit pour cela que ce même sang coulât en même tems par des mouvemens contraires dans le même vaisseau vers des parties opposées malgré les valvules du cœur, ce qui est absolument impossible à la nature. En effet, celles qui sont placées à l'entrée & à la sortie du ventricule droit, & qui permettent au sang de la veine cave de s'écouler dans l'artere pulmonaire, ne peuvent pas souffrir qu'il reflue par cette même artere dans l'oreillette droite, pour passer par le trou ovale sans perdre leur usage, & détruire la circulation du sang par le pōumon du fœtus humain.

Supposé néanmoins que malgré l'opposition de ces valvules, malgré la contraction du ventricule droit & de l'oreillette droite ce regorgement se fasse, & que le sang qui reflue de l'artere pulmonaire dans leurs concavitez passe par le trou ovale ; je demande pourquoi la plus grande partie du sang de la veine cave passant aussi, selon le système d'Harvée, par ce trou dans l'oreillette gauche, qui reçoit de plus celui qui revient par les veines du pōumon dans sa cavité ; je demande, dis-je, pourquoi cette oreillette se trouve-t-elle cependant d'un tiers au moins plus petite que l'oreille droite ? Celle-ci, par les observations des Critiques du nouveau système, est composée de fibres du moins deux fois plus grosses & plus for-

tes que celles de l'autre. L'oreillette gauche peut donc s'étendre beaucoup plus aisément que la droite. D'où vient donc, encore une fois, que l'oreillette gauche est néanmoins d'un tiers plus petite que la droite, & le ventricule gauche moitié plus petit que le droit ? C'est ce qui est inexplicable dans l'ancien système, mais dont il est très-facile de rendre raison par le nouveau. On n'a qu'à relire la troisième, la quatrième & la cinquième Proposition que je viens de donner, on y trouvera les raisons de cette différence fort naturellement expliquées par les routes naturelles du sang.

Enfin si le sang qui reflue des poudmons, & regorge dans l'artere pulmonaire, ne peut sentir dans le ventricule droit, ni dans l'oreillette droite, à cause de l'opposition des valvules & de la contraction de ces parties, il faut nécessairement, ce sang s'accumulant de jour à autre pendant neuf mois que le fœtus humain demeure renfermé dans le sein de sa mere, ou que l'artere pulmonaire se creve, ou qu'elle devienne à la fin d'une grosseur monstrueuse. Ni l'un ni l'autre n'arrive : tout le sang que les deux arteres pulmonaires portent dans le poudmon, doit donc se décharger par les veines dans l'oreillette gauche du cœur. En voici la démonstration.

Par la première des cinq Propositions par lesquelles j'ay établi le nouveau système de la circulation du sang par le trou ovale dans le fœtus humain, j'ay prouvé que le sang étend la capacité des vaisseaux à mesure de ce qui en passe. Si donc tout le sang qui est porté par les deux arteres pulmonaires aux poudmons, ne se décharge pas dans leurs veines, parce qu'ils ne sont assez à penetrer, & que de là vienne qu'une partie de ce sang soit forcée de regorger dans l'artere pulmonaire ; il s'ensuit de là que les veines des poudmons ne doivent point avoir dans le fœtus humain avec les arteres pulmonaires, la même proportion que gardent entr'eux ces vaisseaux dans l'homme adulte.

Or il est visible dans le fœtus, que les veines des pou-

mons ont avec les arteres pulmonaires, la même proportion que gardent entr'eux ces vaisseaux dans l'homme adulte : les veines des pōmons du fœtus humain reçoivent donc indubitablement tout le sang qui passe dans les deux arteres pulmonaires. Le sang circule donc dans les pōmons du fœtus avec la même liberté qu'il a dans ceux de l'homme.

Le regorgement du sang des pōmons dans l'artere pulmonaire, que donne pour cause de sa dilatation dans le fœtus humain ce troisième Critique du nouveau système, n'est donc qu'une chimere & une fausse supposition. Le passage du sang des veines des pōmons par le trou ovale dans le ventricule droit du cœur du fœtus humain est donc démontré.

A l'égard du fœtus de l'animal, s'il s'en trouve quelqu'un dans qui la capacité de l'oreillette gauche & du ventricule gauche soit plus grande que celle de l'oreillette droite & du ventricule droit, & dans qui l'ouverture de l'aorte soit naturellement plus grande que celle de l'artere pulmonaire, ce qu'on n'a point encore pû jusqu'ici faire voir ; j'avoue qu'il faut de toute nécessité qu'une partie du sang de la veine cave passe au contraire par le trou ovale dans l'oreillette gauche, qu'elle entre dans le ventricule gauche, & qu'elle s'écoule par le tronc de l'aorte du fœtus de l'animal ; ces deux routes différentes n'ayant rien de contraire à l'usage des valvules du cœur, ni aux loix de la circulation. L'une & l'autre peuvent également servir à raccourcir dans toutes sortes de fœtus le chemin que le sang parcourt dans les adultes ; ce qui fait le principal usage du trou ovale, & celui du canal de communication.

Après avoir prouvé par tant de raisons que le regorgement du sang des pōmons dans l'artere pulmonaire est une pure illusion, & démontré que le sang circule par les pōmons du fœtus humain avec la même liberté que par ceux de l'homme adulte, il m'est aisé de faire voir que la raison que rend ce Critique de la réduction de l'artere



des p<sup>ou</sup>mons à l'égalité de l'aorte, n'est qu'une chimere des plus mal imaginées.

Histoire de  
l'Acad. de  
l'an. 1699.  
pag. 29.

*Le fœtus étant né, dit-il, & les p<sup>ou</sup>mons débarrassés par la respiration, le sang qui commence à y couler aussi aisément que dans les autres parties du corps, ne regorge plus dans l'artere pulmonaire, & elle reprend par son ressort une capacité qui n'est qu'égale à celle de l'aorte.*

Comment ce Critique pourra-t il prouver cette supposition, lui qui tient que dans le veau fœtus la capacité de l'aorte n'est beaucoup plus grande que celle de l'artere des p<sup>ou</sup>mons, que parce qu'il passe beaucoup plus de sang par l'aorte que par l'artere pulmonaire de cet animal ?

S'il a bien compris l'opinion d'Harvée qu'il défend, il doit sçavoir premierement qu'avant la naissance du fœtus, la plus grande partie du sang de la veine cave passe, selon cet Auteur, par le trou ovale dans la veine des p<sup>ou</sup>mons, ou pour mieux dire, dans l'oreillette gauche du cœur, & qu'elle s'écoule en passant par le ventricule gauche dans le tronc de l'aorte, pendant que la plus petite partie du sang de cette même veine cave entre de l'oreillette droite dans le ventricule droit, pour s'écouler dans le tronc de l'artere des p<sup>ou</sup>mons.

Secondement, il ne doit pas ignorer que de cette plus petite partie de sang qui entre dans le tronc de l'artere pulmonaire, le tiers au moins se décharge par le canal de communication dans la branche inférieure de l'aorte, puisque ce canal fait la plus grosse des trois branches dans lesquelles se divise le tronc de l'artere des p<sup>ou</sup>mons.

Troisièmement, il doit sçavoir que le fœtus étant né, le trou ovale se bouche, & que le canal de communication dégénere en ligamens.

Ces connoissances supposées dans nôtre Critique, il doit convenir, 1<sup>o</sup>. Que tout le sang de la veine cave qui passoit par le trou ovale dans le ventricule gauche, doit entrer dans le ventricule droit, & s'écouler dans l'artere pulmonaire. Ce trou étant fermé, le tronc de cette artere doit donc recevoir au moins une fois plus de sang après la naissance

naissance qu'auparavant, suivant le système d'Harvée. 2°. Il ne peut pas nier que les deux branches de ce tronc qui vont aux poumons, en reçoivent davantage; puisqu'outre qu'elles donnent passage alors au sang de la veine cave qui passoit par le trou ovale, elles le donnent encore à celui qui s'écouloit dans la branche inferieure de l'aorte, avant que le canal de communication fût détruit. La capacité de ces deux branches de l'artere pulmonaire doit donc dans l'enfant s'agrandir considerablement au lieu de diminuer, si l'opinion de cet Auteur est vraie; puisqu'il est démontré par la premiere des cinq Propositions sur lesquelles le nouveau système est établi, que les vaisseaux se grossissent à proportion de la quantité du sang qui y passe. Ce Critique reconnoît lui-même cette verité, puisqu'il la fait servir de fondement à la principale objection.

Comment ne s'est-il donc pas apperçu que c'est une chimere de dire que *le fœtus étant né, l'artere pulmonaire reprend par son ressort une capacité qui n'est qu'égale à celle de l'aorte*? Chimere d'autant plus mal imaginée, qu'il faudroit pour cela que la capacité du tronc de l'artere des poumons diminuât de moitié en recevant moitié plus de sang, & même davantage, s'il est vrai que dans le fœtus la plus grande partie du sang de la veine cave passe par le trou ovale. Peut-on voir une plus grande absurdité?

Comme donc il est absolument impossible que le tronc de l'artere des poumons puisse diminuer de moitié de capacité en recevant moitié plus de sang, il est évident que c'est le tronc de l'aorte qui devient, le fœtus étant né, égale à l'artere pulmonaire, quoyque le ressort de l'aorte soit environ moitié plus fort que celui de l'artere des poumons. Pour devenir égale à l'artere pulmonaire, la capacité de l'aorte doit augmenter de la moitié: il faut donc que le tronc de cette artere reçoive moitié plus de sang après la naissance qu'auparavant; & c'est ce qui arrive en effet par le moyen que je vais expliquer.

Le trou ovale étant fermé, la partie du sang des veines

des p<sup>ou</sup>mons qui passoit de l'oreillette gauche par ce trou dans l'oreillette droite, entre alors dans le ventricule gauche, & s'écoule dans le tronc de l'aorte. Le canal de communication étant détruit, le sang que ce canal portoit dans la branche inférieure de l'aorte, circule en après par les p<sup>ou</sup>mons, se rend par leurs veines dans l'oreillette gauche, entre dans le ventricule gauche, & s'écoule aussi par le tronc de l'aorte : de là vient que la capacité de l'oreillette gauche augmente d'un tiers, & de moitié celles du ventricule gauche & du tronc de l'aorte. Ce qui montre évidemment que l'opinion d'Harvée est fausse.

Le nouveau système de la circulation d'une partie du sang des veines du p<sup>ou</sup>mon par le trou ovale dans le fœtus humain, conserve donc encore, malgré les plus fortes raisons de ce Critique, toute sa vrai-semblance : ainsi les plus foibles ne méritent pas de réponse. Mais voici une troisième objection par laquelle un quatrième Critique a crû le pouvoir détruire.

*Si le sang que verse la veine cave dans l'oreillette droite du cœur du fœtus humain, est capable de remplir entièrement sa capacité, aucune partie du sang des veines du p<sup>ou</sup>mon n'y peut entrer par le trou ovale ; ce qui renverse, me dit ce Critique, votre système.*

J'avoue que cette objection m'a fait plus rêver que toutes les autres qui jusqu'ici m'ont été proposées, & que la première fois qu'elle me fut faite, je ne pûs sur le champ y répondre. Ce n'a été qu'après y avoir quelque temps pensé que j'en ay à la fin trouvé la solution qui suit.

Pour découvrir la fausseté de cette impossibilité apparente du passage d'une partie du sang des veines du p<sup>ou</sup>mon par le trou ovale, je suppose que dans la première circulation du sang qui se fait dans le fœtus humain, la veine cave décharge dans l'oreillette droite du cœur trois gros de sang, & je tombe d'accord avec ce Critique que c'est tout ce qu'elle en peut contenir. Mais comme j'ay démontré que tout le sang de cette veine passe de cette oreillette dans le ventricule droit, & s'écoule dans le

tronc de l'artere du p<sup>ou</sup>mon ; il doit aussi convenir avec moy que de ces trois gros de sang, l'un doit passer par le canal de communication dans la branche inferieure de l'aorte, & les deux autres dans les deux arteres pulmonaires, en supposant ces trois canaux d'egale capacite.

Or comme des deux gros de sang qui traversent le p<sup>ou</sup>mon, & viennent se rendre par les veines pulmonaires dans l'oreillette gauche, le ventricule gauche n'en peut contenir qu'un gros & demi, parce qu'il est moitié plus petit que le droit ; il est visible qu'il ne peut passer dans le tronc de l'aorte, quand le ventricule gauche se vuide, que ce gros & demi de sang renfermé dans sa capacite. Il ne peut donc revenir dans la seconde circulation par la veine cave dans l'oreillette droite, que deux gros & demi de sang des trois gros que cette oreillette a reçus dans la premiere circulation. Le demi-gros restant, que le ventricule gauche ne peut contenir, doit donc passer de l'oreillette gauche par le trou ovale dans l'oreillette droite, & peut y trouver place, puisqu'il fait partie des trois gros que cette oreillette a reçus dans la premiere circulation. La même chose, par la même raison, doit arriver dans toutes les autres circulations suivantes. Cette objection fut suivie d'une autre que je vais rapporter.

*Si tout le sang, m'a repliqué ce Critique depuis la solution à la premiere difficulte, que verse la veine cave dans l'oreillette droite du cœur, passe par le ventricule droit, & s'écoule dans l'artere pulmonaire, ne se peut-il pas faire aussi que tout le sang que déchargent les veines des p<sup>ou</sup>mons dans l'oreillette gauche, traverse le ventricule gauche, & prenne la route du tronc de l'aorte. Voici la réponse que je lui fis.*

Puisque la démonstration que je vous ay donnée du contraire ne vous paroît pas assez convaincante, j'espere que la preuve que je vais y joindre pourra vous satisfaire.

Si tout le sang qu'apportent les veines du p<sup>ou</sup>mon dans l'oreillette gauche, passoit dans le ventricule gauche, & de ce ventricule dans le tronc de l'aorte, comme vous vous l'imaginez ; la difference de capacite qui se trouve

entre le ventricule droit & le ventricule gauche, entre l'artere pulmonaire & l'aorte, resteroit toujours en même proportion pendant tout le tems que le fœtus humain est renfermé dans le sein de sa mere.

Or l'experience fait voir que pendant tout le séjour qu'il y fait, cette difference proportionnelle varie à mesure que le diametre du trou ovale diminue: elle ne peut ainsi varier que parce que plus ce trou est ouvert, moins il entre de sang des veines du pœumon dans le ventricule gauche, mais plus dans l'oreillette droite, & qu'à mesure que ce trou diminue, il en passe plus dans le ventricule gauche, mais moins dans l'oreillette droite. Il est donc evident que tout le sang des veines des pœumons n'entre pas de l'oreillette gauche dans le ventricule gauche, & ne s'écoule point par conséquent par le tronc de l'aorte pendant les neuf mois que le fœtus humain est renfermé dans la matrice, puisque pendant tout ce tems-là le trou ovale est ouvert, mais inégalement.

Au reste s'il prend envie à M. du Verney de me répondre, je le prie de rapporter mot pour mot mes veritables sentimens sans y rien changer, & de marquer en marge les endroits d'où il les aura tirez, comme j'ay fait des siens; afin que le Public puisse plus aisément juger dans lequel des deux systêmes opposez de la circulation du sang par le trou ovale du cœur du fœtus humain se rencontre la verité.

## C R I T I Q U E

*Des deux descriptions que M. Buißiere Anatomiste  
de la Société Royale de Londres a faites  
du cœur de la Tortuë de mer.*

SI les solutions que je viens de donner aux plus grandes difficultez qui m'ont été proposées contre le nouveau système de la circulation du sang du fœtus par le trou ovale ne paroissent pas à M<sup>rs</sup> Verheien & Buißiere assez évidentes pour les convaincre de sa solidité, en vain ferois-je de nouveaux efforts pour les tirer de leurs erreurs, dont leurs secondes Lettres sont si remplies, qu'il semble que c'est moins le zele qu'ils ont pour découvrir la verité qui les fait écrire, que la passion de servir un ami, qui mal à propos s'est mis en tête de soutenir l'opinion d'Harvée, sur laquelle il n'a point fait non plus qu'eux assez de reflexion.

Je ne m'arrêteray donc pas davantage à refuter leurs mauvais raisonnemens : mais puisque l'occasion se présente de faire voir que la dernière description que M. du Verney nous a donnée du cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique, n'est guere moins fausse que la première, je me serviray de cette même occasion pour faire remarquer que les deux descriptions du cœur de la Tortuë de mer que M. Buißiere a données il y a plus de quatre ans au public pour détruire mon opinion, ne sont remplies que d'observations fausses & supposées : ce que je vais faire connoître premierement par de courtes reflexions faites sur chaque periode de sa piece. Secondement par une description du cœur de la Tortuë de mer autorisée du Certificat de l'Academie Royale des sciences, qui ôte tout prétexte de douter de la verité des faits qu'elle renferme.

## Premiere description de M. Buiffiere.

Seconde  
Lettre de  
M. Buiffie-  
re de l'an-  
née 1700.  
depuis la  
page 37.  
jusqu'à la  
page 50.

*Le cœur de la Tortuë de mer est, dit M. Buiffiere, aussi bien que celui des autres, enfermé dans un pericarde fort large qui le separe des visceres du bas ventre; sa figure est demi-lenticulaire, assez semblable à un rein de chien ou de mouton, convexe par sa partie inferieure, la superieure étant comme aplatie, de maniere qu'il fait comme deux angles obtus, l'un à droit & l'autre à gauche. C'est sur ces angles que sont placées les oreillettes, lesquelles sont fort éminentes, de figure presque ronde, & d'une couleur plus rouge que le cœur même. Les Matelots qui voïagent dans les Indes les prennent pour differens cœurs, & soutiennent que cet animal en a trois: ce sont ces oreillettes que M. Mery a apparemment prises pour des ventricules; elles sont garnies de fibres musculenses, de la même maniere qu'on les remarque dans les autres animaux: ces oreillettes sont séparées l'une de l'autre, y ayant environ un demi-pouce de distance de l'une à l'autre.*

Dans cette periode je remarque une fausse supposition, & deux erreurs de fait. M. Buiffiere suppose faux, quand il dit que j'ay pris les oreillettes du cœur de la Tortuë de mer pour deux de ses ventricules. Il se trompe en donnant au cœur de cet animal une figure demi-lenticulaire, elle est conique. Cette méprise dans un fait qu'on découvre des yeux sans dissection, est une preuve certaine qu'il ne l'a jamais vû. La figure qu'il luy donne ne se remarque que dans celui de la Tortuë de terre. Il tombe dans une erreur grossiere en mettant un demi-pouce de distance entre les oreillettes; il est evident qu'elles sont unies l'une à l'autre, & que leurs cavitez ne sont séparées au dedans que par une cloison qui n'a pas un quart de ligne d'épaisseur. Pour suivons nôtre examen.

*De la base du cœur précisément au milieu de l'espace qui est entre les deux oreillettes sortent, dit M. Buiffiere, trois grosses arteres: sçavoir, l'aorte descendante, l'aorte ascendante, & l'artere pulmonaire. Ces trois arteres en sortant du cœur, font*

*tellement unies , qu'elles semblent ne faire qu'un seul tronc ; mais on peut les separer distinctement les unes des autres. Chacune de ces trois arteres a son orifice distinctement ouvert dans la seule cavité du cœur , ou pour parler comme M. Mery dans le ventricule du milieu : les orifices des deux aortes n'étant separez que par une membrane ; mais celui de l'artere pulmonaire est distant des autres d'environ demi-ligne : ces arteres ont chacune leurs valvules semi-lunaires comme dans les autres animaux.*

Ce passage renferme une erreur de fait, une fausse supposition , une équivoque & deux contradictions. Voici l'erreur : M. Buissiere pretend qu'il n'y a qu'une seule cavité dans le cœur de la Tortuë de mer. S'il en avoit ouvert un seul en sa vie , il y auroit remarqué trois cavitez separées par deux détroits , sans compter les oreillettes. Il suppose donc faux , quand il veut que j'aye pris son unique cavité pour le ventricule du milieu , & les oreillettes pour le droit & le gauche. Il y a une équivoque dans ces paroles : *Ces trois arteres ont chacune leurs valvules semi-lunaires comme dans les autres animaux* , parce qu'elles se peuvent entendre , ou de la disposition , ou du nombre de ces valvules. Si M. Buissiere-rapporte ces paroles à la situation de ces valvules , il a raison : mais s'il entend parler de leur nombre , il se trompe grossierement. Car il est certain qu'il n'y a que deux valvules à l'embouchure de chacune des trois arteres qui sortent du cœur de la Tortuë , au lieu que dans l'homme il y en a trois. La premiere contradiction se trouve entre la description qu'il fait ici de ces arteres , & les deux figures qu'il en donne. La description porte qu'il sort trois grosses arteres du cœur , les figures n'en representent qu'une seule marquée de la lettre C , qui indique , *tronc des trois arteres*. En faisant ses figures , il ne s'est plus ressouvenu de sa description , qui renferme la seconde contradiction que voici : *Ces trois arteres en sortant du cœur , sont tellement unies , qu'elles semblent ne faire qu'un seul tronc ;* ce qui ne peut pas être , puisque selon lui-même *l'artere pulmonaire est distante des deux autres d'environ demi-ligne.*



*Ces trois arteres , poursuit-il , sortant ainsi de la base du cœur , font environ un pouce de chemin unies ensemble , après quoy elles se separent. les uns des autres L'aorte descendante séparée des autres fait environ deux lignes de chemin toute seule , après quoy elle se partage en deux branches , lesquelles se recourbant l'une à droict & l'autre à gauche , descendent par les côtes du cœur sur la superficie des pœmons , pour se réunir ensemble au-dessous de l'estomac , à l'endroit où les lobes du pœmon se separent. Ces deux branches ainsi réunies ne forment plus qu'un seul canal , lequel descendant aux parties inferieures leur donne à toutes des ramifications.*

La description que fait M. Buissiere de son aorte descendante , est une preuve certaine qu'il ne l'a point suivie ; car s'il l'avoit examinée , il n'auroit pas manqué de découvrir , premierement , que dans les Tortuës de mer , comme dans celles de terre , des deux pretenduës branches de son aorte descendante , la droite n'est qu'un rameau de l'aorte ascendante , & que la gauche fait un tronc particulier. Secondement , il auroit remarqué que ce tronc produit avant que de s'unir à la branche postérieure de l'aorte ascendante , l'artere coeliaque & la mesenterique. Il est donc faux que du canal que forment les deux branches réunies de son aorte descendante , partent les arteres qui distribuënt le sang à toutes les parties inferieures. Ce qu'il dit de son aorte ascendante n'est guere mieux imaginé.

*L'aorte ascendante séparée des autres fait environ trois à quatre lignes de chemin avant que de se diviser , après quoy elle produit quatre principales branches qui vont aux bras & à la tête.*

Cette periode renferme une erreur & une absurdité étonnante. L'erreur consiste en ce que M. Buissiere divise son aorte ascendante en quatre principales branches ; elle ne se divise qu'en deux , l'une monte & l'autre descend. Pour parler son langage , l'ascendante se partage d'abord en deux autres branches , qui se divisent ensuite chacune en deux rameaux , qui font les deux axillaires & les deux carotides.

La branche descendante fait l'aorte postérieure avec laquelle s'abouche le canal de communication, après avoir produit la cœliaque & la mésentérique. L'absurdité est en ce qu'il dit que des quatre branches de son aorte ascendante, les unes se portent à la tête, & les autres aux bras. Il ne sçait donc pas que les Tortuës de mer n'ont que des nageoires, au lieu que celles de terre ont des jambes. Après nous avoir donné une fausse description de ces deux aortes, il passe à l'artere des puûmons, & nous dit ce qui suit.

*L'artere pulmonaire se divise d'abord en deux branches, qui vont directement l'une au lobe droit, & l'autre au lobe gauche du poumon, sans en donner à aucune autre partie.*

Je n'ay rien à dire contre cette division, elle est vraie; mais il n'a pas connu d'où sort le tronc qui produit ces deux branches: car ayant crû qu'il n'y avoit qu'une cavité dans le cœur de la Tortuë de mer, il s'est mis hors de tat de reconnoître que les deux aortes partent du ventricule droit, qu'il ne sort aucune artere du ventricule gauche, & que l'artere pulmonaire tire son origine du ventricule du milieu. Le défaut de cette connoissance lui a fait faire ce mauvais raisonnement.

*Il n'y a point d'autre artere qui sorte du cœur, & M. Mery s'est trompé lorsqu'il a crû que l'oreillette droite, ou comme il l'appelle le ventricule droit, donnoit naissance à l'aorte & à son prétendu canal de communication; car comme je l'ay déjà dit, les deux aortes descendante & ascendante ont leur origine dans le ventricule du milieu, par la base entre les deux oreillettes par deux orifices distincts. & il n'y a nul canal de communication que les deux branches de l'aorte descendante qui se communiquent l'une à l'autre dans le bas ventre, & je défie M. Mery de faire voir qu'il y ait aucune autre artere qui sorte d'aucune partie du cœur des Tortuës de mer, autre que les trois dont j'ay viens de parler.*

Encore une fois M. Buissière suppose faux, quand il dit, 1°. Que j'ay pris les oreillettes du cœur pour deux de ses ventricules 2°. Quand il prétend que j'ay crû que l'oreil-

lette droite donnoit naissance à l'aorte & à l'artere de communication. 5°. Lorsqu'il veut que je me sois imaginé qu'il sortoit plus de trois troncs d'arteres du cœur de la Tortuë de mer. De ces fausses suppositions il tombe dans des erreurs si grossieres, qu'il paroît qu'il n'a jamais vu les vaisseaux du cœur de cet animal.

*Dans la Tortuë que j'ai disséquée, dit M. Buissiere, il y avoit deux veines caves, la droite & la gauche: la droite faisoit des veines du foie, qui est tres gros dans cet animal, & des veines qui descendent des parties superieures du côté droit s'ouvrent dans l'oreillette droite: la veine cave gauche, étoit faite des veines des parties superieures du côté gauche & de toutes les veines des parties inferieures de cet animal, lesquelles étant jointes ensemble forment un tronc qui s'ouvre dans l'oreillette gauche.*

Il est vrai qu'il y a deux veines caves, l'une à droit & l'autre à gauche; mais il est faux que la gauche s'abouche avec l'oreillette gauche: elles se joignent ensemble, & versent toutes deux leur sang dans l'oreillette droite, qui a à son embouchure avec les veines caves deux valvules, dont M. Buissiere ne parle point dans toute sa description. Ce qu'il nous dit de la veine pulmonaire est encore faux. Voici ses paroles.

*La veine pulmonaire s'unit à la veine cave du côté droit, & se décharge comme elle dans l'oreillette droite du sang qu'elle rapporte des pœmons, qui sont d'une grandeur surprenante dans ces animaux.*

Il y a dans cette periode trois erreurs de fait. 1°. Les deux veines des pœmons ne forment point de tronc en s'unissant l'une à l'autre. 2°. Elles ne se joignent pas à la veine cave. 3°. Elles ne déchargent pas leur sang dans l'oreillette droite. L'une & l'autre s'ouvrent dans l'oreillette gauche par une seule embouchure. La description que M. Buissiere fait de la structure interieure du cœur de la Tortuë, est aussi fautive que celle qu'il nous a donnée de ses vaisseaux.

*Ayant ouvert le cœur par sa partie inferieure, de la maniere*

qu'on ouvre le rein pour en faire voir le bassin, on n'y vit, dit-il, qu'une seule cavité ou ventricule fort uni, au haut duquel à droit & à gauche il y a deux trous ou ouvertures de figure ovale, par lesquelles les oreillettes versent le sang dans la cavité du cœur, à la faveur d'une valvule assez semblable à celle qui se trouve au trou ovale du fœtus humain. Ces valvules sont unies à la circonférence inférieure de leur trou; mais elles sont libre du côté qui regarde vers la base du cœur, par où le sang coule des oreillettes dans le ventricule; ainsi elles empêchent que le sang ne passe du ventricule dans les oreillettes, parce que le sang, devant monter à la base pour sortir par les artères, les applique contre le trou ovale en les pressant de bas en haut.

Cette dernière observation de M. Buissière fait bien voir qu'il n'a point jusqu'ici examiné le cœur de la Tortue de mer. S'il en avoit disséqué une seule, & qu'il eût pris soin d'en ouvrir le cœur, il lui auroit été impossible de n'y pas appercevoir, premièrement trois cavitez très-distinctes les unes des autres, mais qui se communiquent par deux ouvertures tout à fait différentes de celles qui donnent passage au sang des oreillettes dans les ventricules. Secondement il auroit vu aussi qu'il n'y a rien de plus inégal que leur surface intérieure. Troisièmement il auroit encore pu remarquer qu'il y a trois valvules à l'embouchure de l'oreillette gauche avec son ventricule, bien qu'il n'y en ait qu'une à celle de l'oreillette droite. Quatrièmement il auroit pu s'assurer en comparant ces valvules avec les passages qu'elles occupent, qu'elles n'ont point assez d'étendue pour les fermer. Ici finit la première description de M. Buissière, & commence la seconde qu'il m'attribue quoiqu'il en soit l'Auteur.

### Seconde description de M. Buissière.

Premièrement. M. Mery prétend que les Tortues ont trois ventricules, bien qu'en effet il n'y en ait qu'un. Ce qu'il nomme les ventricules droit & gauche, ne sont que les oreillettes qui reçoivent le sang que les veines portent au cœur, comme

K k k ij

*dans tous les autres animaux.* Si l'on trouve bon que je suive mon Adversaire, on me doit bien pardonner des répétitions ennuyeuses.

Je demeure d'accord que j'ay d'écrit trois ventricules; mais M. Buissiere avance faux, quand il soutient que j'ay pris les oreillettes pour les ventricules droit & gauche. On n'a qu'à revoir le Memoire que j'ay rapporté dans l'examen des faits de M. du Verney pour s'assurer du contraire. Ce que m'impute ensuite M. Buissiere n'est encore qu'une fausse supposition.

Secondement. *Je prétends*, dit-il, *que les oreillettes se communiquent, c'est-à-dire, que le sang de l'une passe dans l'autre.*

Je n'ay ni dit ni écrit en aucun endroit qu'il y eût entre les oreillettes une communication, ni que le sang passât de l'une dans l'autre. Cette illusion de M. Buissiere ne vient que de ce qu'il s'est faussement imaginé qu'il n'y a qu'un seul ventricule dans le cœur de la Tortue. De ce faux principe il a tiré cette fausse consequence, que puisque je soutenois qu'il y avoit trois ventricules dans le cœur de cet animal, il falloit que j'eusse pris les oreillettes pour les ventricules droit & gauche, ce qui est certainement faux. Après avoir faussement supposé que j'ay prétendu que les oreillettes se communiquent, il apporte cette expérience pour prouver qu'elles n'ont pas de communication.

*J'ay seringué*, dit il, *par le trou ovale de l'oreille droite, sans qu'il ait passé une goutte de liqueur dans la gauche: j'y seringuay ensuite de la cire verte, la veine cave droite & la veine du poulmon en furent pleines; mais il ne parût pas qu'il en eût passé une seule goutte dans l'autre oreille, ni dans la veine cave gauche. De quelle maniere peuvent-elles donc se communiquer? Pour cela il faudroit que le sang des oreillettes entrât premierement dans la cavité ou ventricule du cœur, & que delà il passât dans les oreillettes. Quelle absurdité! L'impossibilité y est claire à cause des valvules, &c.*

L'expérience que rapporte ici M. Buissiere est certai-

nement fausse. J'ay fait voir à l'Academie qu'en soufflant par l'une ou l'autre veine cave de l'air dans l'oreillette droite, la gauche se gonfle aussi-tôt; & qu'en le poussant par l'une ou l'autre des veines du poulmon dans l'oreillette gauche, la droite s'enfle aussi en même tems, quoiqu'il n'y ait point entr'elles de communication immédiate. Bien plus, j'ay montré que poussant l'air par quelque-une des trois arteres dans le cœur de la Tortue, il s'échappe, après avoir rempli les trois ventricules & les deux oreillettes par les veines pulmonaires & les veines caves: l'eau fait la même chose.

Or, s'il étoit vrai que les valvules étant soulevées fermaient les ouvertures des ventricules aux oreillettes, comme le prétend M. Buissiere; l'air soufflé, ni l'eau seringuee par les arteres dans les ventricules ne devroient point passer dans les oreillettes; parce que ces valvules peuvent par ce moyen se soulever bien plus aisément que lorsque le sang circule dans les vaisseaux; car le sang des veines fait alors effort pour les abaisser. L'air & l'eau poussez par les arteres soulevent ces valvules, & ne laissent pas de passer des ventricules dans les oreillettes. Ces valvules ne peuvent donc étant soulevées fermer leurs passages; aussi voit-on qu'elles ne les ferment pas dans un cœur soufflé & desséché dans lequel ces valvules se trouvent cependant soulevées autant qu'elles le puissent être: elles ne peuvent donc pas seules & par elles-mêmes empêcher le reflux du sang.

D'ailleurs comme il n'y a pas de communication immédiate d'une oreillette à l'autre, l'air soufflé par les veines ou par les arteres ne peut les enfler toutes deux en même tems sans entrer dans les ventricules, & passer de ceux ci dans les oreillettes: ce qu'on n'aura pas de peine à comprendre qu'il puisse faire, si l'on fait reflexion que toutes les cavitez du cœur communiquent ensemble par des ouvertures qui ne peuvent être fermées par les valvules.

Troisièmement. *M. Mery fait sortir l'artere aorte & son*

*prétendu canal de communication des Oreillettes droites, de l'endroit où la veine cave se décharge ; mais cela est absolument faux, à moins qu'il n'ait disséqué des Tortues d'un autre monde : car dans celles de ce pays cy, je le défie de faire voir qu'aucune artère sorte d'une des oreillettes ou ventricules droits ou gauche, comme il lui plaît de l'appeller.*

Tout ce que suppose M. Buisserie dans cette période est faux. Pour son honneur il devoit citer l'endroit où il a pris ce qu'il avance. Cela lui est impossible. Son défi est donc autant ridicule, que la raison qu'il apporte pour soutenir ses fausses suppositions, est mal imaginée. La voici.

Quatrièmement. *M. Mery n'ayant vu qu'un seul tronc d'artère sortant de la base du cœur, il a cru sans l'avoir examiné, que ce n'étoit que l'artère pulmonaire ; alors pensant qu'il devoit y avoir une artère aorte dans le corps de cet animal, il a trouvé à propos de la faire sortir de l'oreillette droite : mais s'il avoit bien voulu examiner la chose, il auroit trouvé que ce qu'il croit n'être que l'artère pulmonaire, est fait de trois artères distinctes & distinctement ouvertes dans la cavité qu'il appelle le ventricule du milieu.*

Qui saura que j'ay fait mention des deux oreillettes du cœur de la Tortue, que j'ay décrit trois ventricules, & fait sortir l'aorte & le canal de communication du ventricule droit, & l'artère pulmonaire de celui du milieu, ne pourra s'empêcher de prendre M. Buisserie du moins pour un visionnaire. Ce qu'il dit ensuite en est une preuve convaincante.

Cinquièmement. *M. Mery, conté de son opinion, a cru que s'il pouvoit faire croire que l'aorte sortoit de l'oreillette droite, on seroit obligé de lui passer que la valvule qui ferme le trou ovale de cette oreillette, permettant au sang d'y passer pour aller dans l'aorte, celle du trou ovale du fœtus humain qui est destinée de même, doit aussi donner passage au sang de la veine pulmonaire dans la veine cave.*

J'ay placé le trou ovale de la Tortue dans la cloison qui sépare le ventricule gauche du ventricule droit. M. Buisserie veut que je l'aie mis dans la cloison des oreillettes

Et que j'aie pris cependant l'ouverture de l'oreille droite dans le ventricule droit pour ce trou : ce qui est faux. Pour faire croire qu'il ne se trompe pas dans ses conjectures, il en rapporte cette raison.

Sixièmement. *Un esprit prévenu*, dit M. Buiffiere en parlant de moy, ramene toutes choses à son point : si cela n'est pas naturel, du moins il est assez ordinaire. En voici une nouvelle preuve dans la description de M. Mery. Son prétendu canal de communication qu'il dit être dans les Tortuës, est à mon sens une des plus fortes preuves que je pourrois vous en donner : il le fait sortir du même endroit que son aorte, c'est-à-dire de l'oreille droite, & ensuite il le fait communiquer avec la même aorte dans le ventre. Quel rapport a, je vous prie, ce canal imaginaire avec le canal arteriel du fœtus, dont l'unique usage est de décharger le pœmon d'une quantité de sang qui lui seroit à charge, en le transportant de l'artere pulmonaire dans l'aorte, au lieu que son canal puise le sang dans le même endroit que cette même aorte, avec laquelle il le fait communiquer, puise le sien ? Il n'y a là aucune ressemblance. Si M. Mery faisoit sortir son canal de l'artere pulmonaire, & ensuite l'insérer dans l'aorte, l'illusion seroit moins grossiere, & les ignorans y pourroient trouver quelque parallele ; mais dans sa maniere il est inutile : car supposé qu'il y eût un tel canal dans les Tortuës, tout ce qu'on pourroit dire seroit que l'aorte puiseroit le sang par deux troncs differens qui se réunissent dans la suite.

Qu'un homme trop passionné est peu capable de faire de serieuses reflexions sur ce qu'il écrit : M. Buiffiere a avancé que je n'ay vû qu'un seul tronc d'artere sortir de la base du cœur, que j'ay pris pour l'artere pulmonaire, & il dit ici que je fais partir mon aorte, & mon prétendu canal de communication du même endroit. Quelle contradiction ! Après cela pour soutenir que ce canal, qui se joint à la branche postérieure de l'aorte, ne sert pas dans la Tortuë à décharger le pœmon, comme fait dans le fœtus l'artere de communication, il dit pour le prouver, que dans la Tortuë ce canal puise le sang dans le même endroit que l'aorte, au lieu que l'artere de communi-



cation du fœtus le puise dans le tronc de l'artere du pœumon ; d'où il conclut que mon prétendu canal de la Tortuë n'a pas dans cet animal le même usage qu'a dans le fœtus l'artere de communication, qui est de décharger le pœumon.

Pour donner quelque vrai semblance à son argument, il auroit dû faire voir que tout le sang qui sort du cœur circule par les pœumons de la Tortuë, comme il fait par ceux de l'homme adulte. Or cela est faux par ses propres faits. Il n'y a selon lui, qu'un seul ventricule dans le cœur de la Tortuë, d'où partent ces trois troncs d'arteres, l'aorte ascendante, l'aorte descendante, & l'artere pulmonaire. Le sang sortant de cet unique ventricule, se partage donc en trois parties en entrant dans ces arteres : il n'y a donc que la partie du sang qui passe dans l'artere pulmonaire, qui puisse circuler par les pœumons de cet animal, puisque des deux autres l'une est portée aux parties antérieures par l'aorte ascendante, l'autre aux parties postérieurs par l'aorte descendante, & que toutes les deux reviennent sans circuler dans les pœumons par les veines caves dans ce ventricule d'où elles sont parties, pour recommencer leur circulation comme auparavant. L'aorte descendante empêche donc que tout le sang qui sort du cœur, ne circule par les pœumons de la Tortuë, comme il fait par ceux de l'homme adulte. Cette artere sert donc à décharger les pœumons de cet animal, comme fait le canal arteriel ceux du fœtus humain. Ces deux conduits ont donc le même usage, bien que dans la Tortuë l'aorte descendante reçoive le sang du ventricule droit du cœur de cet animal, & que dans le fœtus le canal de communication le reçoive de l'artere du pœumon. Il ne faut qu'un peu de jugement pour reconnoître, après cet éclaircissement, la justesse de ce parallèle, qui ne regarde que l'usage de ces deux arteres, non pas leur situation, dont j'ay marqué la difference. Enfin M. Buissiere acheve sa seconde description, qu'il m'attribue, par deux erreurs & une fausse supposition.

Séptièmement.

Septièmement. *Il faut, dit-il, que M. Mery ait pris une des branches de l'aorte descendante pour un canal de communication, parce qu'en effet cette artere s'étant partagée en deux branches, elle viennent se rejoindre dans le ventre pour ne faire plus qu'un seul tronc*

M. Buiffiere suppose faux, quand il pretend que j'ay pris une des branches de l'aorte descendante pour un canal de communication. Il se méprend doublement, en soutenant que les deux arteres qui portent le sang aux parties posterieures du corps de la Tortuë, sont les branches de son aorte descendante. Car 1°. celle du côté droit est une branche de son aorte ascendante. 2°. Celle du côté gauche fait un tronc particulier, qui sort du ventricule droit, & va après avoir produit, comme j'ay déjà dit, l'artere cœliaque & la mesenterique, se réunir à la branche posterieure de l'aorte; & c'est par cette raison que j'ay appelé cette artere canal de communication, & non-pas une des branches de l'aorte. M. Buiffiere après avoir rempli de faux faits, qu'il a lui-même imaginez, la description qu'il m'attribuë, s'écrie ainsi.

Voiez la quatrième figure, qui représente l'aorte avec ses branches & le canal de communication séparé du cœur.

Huitièmement. *Après cela, Monsieur, quelle foy doit on ajouter aux faits de M. Mery, puisqu'il ne les établit que suivant que sa prévention & sa fantaisie le souhaitent? Il s'est imaginé que puisque dans le cœur du fœtus il y a un trou ovale & un canal de communication, qu'il devoit y avoir un pareil canal dans les Tortuës, puisqu'il y a deux trous ovales dans le cœur; je m'étonne qu'il n'y en ait pas mis deux, un pour chaque trou ovale: il le pouvoit assurément, l'artere aorte descendante a deux branches qui pourroient être chacune canal de communication dans son sens, puisqu'elles se communiquent l'une à l'autre.*

Le Memoire que j'ay joint à l'examen des faits de M. du Verney, détruit si visiblement toutes les erreurs que m'impute M. Buiffiere, que pour peu qu'il soit sensible à l'honneur, il doit se repentir de les avoir imaginées, plus encore d'avoir ajouté à toutes les fausses suppositions cette insultante ironie par laquelle il finit sa pitoïable Critique.

Lorsque je me représente , dit-il , l'étrange prévention de M. Mery en faveur de l'usage qu'il prétend donner au trou ovale dans le fœtus , & les efforts qu'il fait pour le prouver par les choses mêmes qui lui sont le plus contraires , je ne puis m'empêcher de rappeler en ma mémoire la pensée d'un des beaux génies de la France , qui pour prouver que tous les hommes sont frappez à quelque coin , comparoit le cerveau à un grand Royaume divisé en plusieurs Provinces , gouvernées chacune par l'esprit , sous les ordres du bon sens & de la raison qui en sont le Roy & la Reine. Dans ce Royaume , dit-il , il y a toujours quelqu'une de ses Provinces qui se revoltent contre leur Roy. Pendant que le Roy & la Reine se promènent dans les Provinces fidelles , tout y est tranquille , le bon sens & la raison y sont obéis ; mais dès qu'ils veulent mettre seulement le pied dans la Province rebelle , tous les sujets se revoltent , courent aux armes , & chassent la raison & le bon sens de leur territoire. Je crains fort que le trou ovale ne soit la Province revoltée de M. Mery.

Il est bien plus à craindre pour M. Buiffière que le Public , qui verra tous ses faits supposez & faux , détruits par d'autres faits tous vérifiez par trois Commissaires nommez exprès par l'Académie Royale des Sciences pour les examiner , ne juge que la passion qui s'est émue dans son cœur en voulant combattre mon sentiment , n'ait tellement échauffé dans son cerveau ses esprits animaux , que son bon sens & sa raison en soient tombez dans un délire passager , pendant lequel il s'est imaginé lire dans mon Ouvrage une description du cœur de la Tortue de mer qu'aucun homme de sens froid ne peut y découvrir , & voir dans le cœur de cet animal des caractères qu'il n'y trouvera plus , quand ses esprits reprenant leur première tranquillité , il recouvrera le jugement.

Qu'il ne croie pas que cette juste réponse , que je ne lui fais qu'afin de l'engager à être plus modeste & plus sincère à l'avenir , soit l'effet du chagrin qu'aient pu me causer ses injures ; je ne sens pour lui dans mon cœur qu'un mouvement de compassion , qui m'auroit fait garder sur

sa dernière Lettre, plus digne d'une piquante satire que d'une critique modérée, un silence éternel pour lui épargner la confusion & le mépris que doivent lui attirer toutes ses fausses suppositions reconnues, si la conjoncture où je me trouve aujourd'hui avec M. du Verney ne m'avoit contraint de donner deux descriptions, l'une du cœur de la Tortuë de mer, l'autre de celui de la Tortuë de terre, pour mettre ma réputation à couvert de la critique de ce fameux Anatomiste. Elles pourront toutes deux servir aussi à tirer le Public de l'incertitude dans laquelle pourroient le jeter, & les rêveries de M. Buisserie, & les variations de M. du Verney.

Mais si tout autorisées qu'elles sont du Certificat de l'Académie Royale des Sciences, elles ne sont pas capables de faire revenir M. Buisserie de son égarement, & qu'il lui reste cependant quelque envie d'en sortir, qu'il consulte le Docteur Shawell Medecin & membre de la Société Royale de Londres son confrere & son ami, il pourra l'assurer qu'en me rendant sa ridicule Lettre imprimée, je lui fis remarquer sur le champ qu'elle n'est remplie d'un bout à l'autre que d'observations chimeriques, toutes différentes des faits que je lui démontray dans les cœurs de deux Tortuës de mer, qu'il prit soin de bien examiner. Un tel témoin ne pouvant lui être suspect, il ne peut pas le recuser.

## DESCRIPTION

### *Du cœur d'une Tortuë de mer.*

**L**Es parties vitales de cette Tortuë étoient renfermées avec les naturelles dans une même cavité. Les poumons en occupoient la partie supérieure toute entière. Ils étoient attachés au dos depuis le col jusqu'à la queue, le cœur étoit placé sur le devant, & les parties naturelles

sur le derriere. Il n'y avoit point de diaphragme qui les séparât les unes d'avec les autres.

Le cœur de cette Tortuë étoit néanmoins renfermé dans un pericarde, au fonds duquel il étoit attaché par trois petits ligamens charnus. Ce pericarde étoit plein d'une liqueur claire & transparente comme l'eau la plus pure, dans laquelle baignoit le cœur de cet animal. Sa figure étoit conique, il avoit deux pouces de long sur un pouce six lignes de large ou environ. Au dedans il étoit partagé en trois ventricules, l'un étoit placé à droit, l'autre à gauche, & le troisième au milieu sous le ventricule droit.

Le ventricule gauche étoit séparé du droit par une cloison charnuë, qui avoit vers la base du cœur une ouverture ovale assez semblable à celle qui se trouve dans la cloison qui divise les oreillettes du cœur du fœtus humain. Cette cloison étoit d'ailleurs toute percée d'un grand nombre de petits trous par lesquels, de même que par l'ouverture ovale, ces deux ventricules communiquoient ensemble.

Il avoit sur cette ouverture ovale deux valvules abbatuës; mais comme en cet état elles ne la fermoient pas entierement, elles ne pouvoient qu'en partie empêcher le sang de passer de l'un de ces ventricules dans l'autre par ce trou.

Le ventricule droit communiquoit encore avec le moyen par une autre ouverture. Celle-ci avoit cinq à six lignes de long sur trois à quatre de large au milieu de sa longueur. Dans ce passage de l'un à l'autre, il n'y avoit aucune valvule; & comme ce second trou de communication avoit quasi autant de longueur que le ventricule du milieu avoit de profondeur, on peut ne considérer celui-ci que comme une continuation du ventricule droit, dont il n'étoit distingué que par un petit rétrécissement. Les fibres dont ces trois ventricules étoient construits au dedans, n'étant pas étroitement serrées les unes contre les autres, formoient dans leur capacité une espece d'é-

ponge charnuë. Le ventricule gauche étoit égal à celui du milieu : mais le ventricule droit paroïssoit lui seul aussi grand que les deux autres pris ensemble.

Trois troncs d'arteres sortoient de la base du cœur de cette Tortuë. Deux de ces arteres avoient leurs embouchures dans le ventricule droit, & la troisième dans le ventricule du milieu. Ces trois vaisseaux n'avoient chacun que deux valvules sigmoïdes à leurs ouvertures.

Les deux troncs d'arteres qui partoient du ventricule droit, avoient leurs diametres à peu près égaux ; ils étoient l'un & l'autre composez de deux plans de fibres charnuës très visibles couchez l'un sur l'autre. Les fibres du plan extérieur étoient disposées suivant la longueur de ces deux arteres, celles du plan intérieur paroïssent circulaires.

Ces deux plans de fibres n'étoient pas sensibles dans le troisième tronc d'artere qui tiroit son origine du ventricule du milieu : mais la capacité de celui-ci étoit seule presque aussi grande que celle des deux autres prises ensemble, d'ailleurs ses membranes avoient moins d'épaisseur.

Des deux troncs d'arteres qui sortoient du ventricule droit placez à côté l'un de l'autre, le droit s'avancant en devant se divisoit aussi-tôt en deux grosses branches. La première tirant en ligne droite vers le col se partageoit en deux autres, & celles-ci en deux rameaux chacune, deux desquels s'étendoient dans les nageoires de devant : ceux-ci faisoient les axillaires, les deux autres placez entre les premiers se portoient à la tête, & formoient les carotides.

La seconde branche se recourbant du côté droit, passoit sous la branche droite de la trachée artere, après quoy elle se glissoit entre les poulmons pour gagner le derrière du corps. En faisant ce chemin, elle donnoit des rameaux aux reins, à la vessie, aux parties de la generation, & aux nageoires postérieures. Par cette distribution d'arteres, il me fut aisé de juger que ce premier tronc étoit

celui de l'aorte, quoiqu'il parût du ventricule droit. Sa capacité étoit un peu plus grande que celle de l'artere que je vais décrire.

Le tronc gauche formoit de son côté la même courbure que faisoit à droit la branche postérieure de l'aorte, & faisoit la même route. Ce tronc n'envoïoit aucun rameau dans les parties antérieures du corps de cette Tortue. Il se divisoit seulement au-delà du foie en trois branches, dont la première tenoit lieu de cœliaque, la seconde de mésentérique, la troisième passant de gauche à droit, alloit se réunir à la branche postérieure de l'aorte, comme fait le canal arteriel de communication dans le fœtus humain. Et c'est par cette raison que j'ay donné à cette seconde artere le nom de canal de communication, afin de la distinguer du tronc de l'aorte.

Le troisième tronc qui tiroit son origine du ventricule du milieu, faisoit le corps de l'artere pulmonaire. Ce tronc se partageoit en deux branches considérables, qui formoient à droit & à gauche des courbures semblables à celles de la branche postérieure de l'aorte, & du canal de communication. L'une & l'autre passaient sous les branches de l'âpre artere, pour se rendre l'une au pœmon droit, & l'autre au gauche. Le circuit de ce troisième tronc étoit presque égal à celui de l'aorte & du canal de communication pris ensemble. Ces trois arteres étoient jointes les unes aux autres par leurs membranes extérieures, depuis le cœur jusqu'à leur division en branches.

Toutes les racines des veines de chaque pœmon s'unissant ensemble, formoient à la sortie des pœmons une veine de chaque côté, dont la capacité étoit moitié plus petite que celle des deux arteres pulmonaires ; ce qui mérite attention. Ces deux veines alloient se rendre à l'oreillette gauche, à l'embouchure de laquelle elles se joignoient ensemble par leur extrémité, sans former après leur union un canal qui eût seul la capacité de ces deux veines prises ensemble, ainsi elles ne formoient point de tronc, chacune d'elles versoit immédiatement le sang

qu'elle portoit dans la capacité de cette oreillette.

Les veines qui rapportoient au cœur le sang de toutes les autres parties du corps, faisoient la même chose, de sorte qu'il n'y avoit point de tronc unique à qui seul on peut véritablement imposer le nom de veine cave. Car quoy qu'en apparence elles formassent toutes par leur union un canal courbe joint aux oreillettes par sa partie convexe, au foie par sa partie concave, & dont le milieu répondoit à l'ouverture de l'oreille droite; cependant ce canal dans cet endroit paroissoit un peu plus étroit que dans ses parties laterales. Ces deux parties faisoient donc deux troncs distincts, puisque dans l'endroit de leur union ils ne formoient pas un conduit qui eût seul la capacité des deux joints ensemble. Le sang de l'un & de l'autre couloit immédiatement dans l'oreillette droite. Les veines axillaires qui s'ouvroient dans ces deux troncs, étoient remplies de fibres charnuës, qui formoient par leur entrelasement une espece de tresse d'une structure admirable, dont on voïoit quelques rudimens dans le confluent des deux veines caves.

L'oreillette droite avoit à son embouchure deux valvules, qui formoient entr'elles une ouverture ovale longue de sept à huit lignes, & large dans son milieu de trois à quatre. Cette ouverture faisoit la communication des veines, dont je viens de parler, avec cette oreillette.

Ces deux valvules sont d'autant plus dignes de remarque, qu'il n'y en avoit aucune à l'embouchure de l'oreillette gauche avec les veines pulmonaires.

Des deux oreillettes du cœur la droite étoit la plus grande, sa capacité paroissoit double de celle de l'oreillette gauche, ce qui est à observer, aussi-bien que la différence qui se trouve entre la capacité des veines & des arteres pulmonaires, pour déterminer à peu près la quantité du sang qui passe par ces vaisseaux, & la vitesse différente.

Ces deux oreillettes étoient remplies de fibres charnuës, qui étant liées les unes aux autres en divers sens, for-



moient une espece de reseau , & même de petites cellules assez profondes. Par le dehors ces oreillettes étoient jointes ensemble ; mais au dedans elles étoient séparées par une cloison qui n'avoit pas demie ligne d'épaisseur. Cette cloison étoit en partie charnuë , & en partie membraneuse.

Sa partie membraneuse faite en forme de demi-lune , tombant perpendiculairement sur la base du cœur , la partageoit , en s'unissant à elle , en deux ; de sorte qu'elle divisoit l'embouchure du ventricule droit d'avec celle du ventricule gauche.

A la partie membraneuse de cette cloison étoient attachées & suspendues deux valvules faites en forme de croissant. Ces valvules étant abaissée , l'une dans le ventricule droit & l'autre dans le gauche , fermoient en partie , comme j'ay déjà fait remarquer , le trou ovale , qui faisoit la communication de ces deux ventricules. En cet état ces valvules formoient entr'elles une cavité : étant enlevées elles décrivoient un plan parallele à la base du cœur ; mais en cette situation elles ne pouvoient boucher qu'environ la moitié des ouvertures des oreillettes aux ventricules , parce qu'elles étoient faites , comme je viens de dire , en forme de croissant.

De ces deux valvules , celle qui occupoit l'entrée du ventricule droit , n'avoit point de compagne : mais celle qui étoit placée à l'embouchure du ventricule gauche , étoit accompagnée de deux autres beaucoup plus petites qu'elle ; celles-ci n'avoient pas la liberté de se soulever qu'avoit l'autre , parce qu'elles étoient attachées à des colonnes charnuës , qui les lioient interieurement à la paroi du ventricule gauche.

Si l'on compare cette description avec l'extrait que M. du Verney a mis à la tête de sa Critique , on reconnoîtra aisément que mon but n'a point été de donner dans cet extrait une description du cœur de la Tortuë , comme se l'est imaginé cet Anatomiste ; mais seulement de faire voir que le sang des veines du pōumon peut tenir  
dans

dans le cœur du fœtus humain la même route qu'il prend dans celui de cet animal en passant par le trou ovale.

Quiconque d'ailleurs la confrontera avec l'extravagante description que m'attribuë M. Buiffiere, jugera sans peine qu'il en est lui-même l'Auteur. On peut donc lui appliquer avec justice ces paroles du Sage : *Os stulti confusioxi proximum est.*

## DESCRIPTION

*Du cœur d'une grande Tortuë terrestre de l'Amerique, avec des reflexions sur celle de M. du Verney.*

DAns le tems que je croyois avoir fini avec M. du Verney, je reçûs une Tortuë terrestre de l'Amerique de même espece, & presque'aussi grande que celle dont il nous a donné ses remarques dans les Memoires de l'Academie. Pag. 127.  
&c. 1699.

Cette occasion toute propre à éclaircir les doutes que j'avois proposez à cette sçavante Compagnie sur les dernieres observations de cet ingenieux Anatomiste, m'engagea à reprendre le scalpel pour chercher dans cet animal même si les parties du cœur qu'il dit y avoir trouvées, & que j'ay conjecturé n'y pas être, s'y rencontrent effectivement, ou si elles ne sont qu'imaginaires.

Le certificat que m'a donné l'Academie sur le rapport de trois Commissaires qu'elle nomma pour examiner les parties que j'ay découvertes au cœur de cette Tortuë, faisant foy de leur existence; la description que je vais en faire pourra servir au Lecteur à discerner ce qu'il y a de vrai d'avec ce qu'il y a de faux dans celle de M. du Verney.

Et comme le même certificat porte encore que les Figures que j'ay fait faire de ces parties sont conformes au naturel, elles pourront aussi lui servir à démêler ce qu'il y a

de réel d'avec ce qu'il y a d'imaginaire dans les dernières peintures que nous en a données ce fameux Anatomiste.

Pour rendre cette recherche plus facile, je garderay le même ordre qu'a suivi M. du Verney dans sa dernière description, & feray en passant de courtes reflexions sur les observations qu'elle renferme; ce qui servira à faire remarquer plus aisément toutes les erreurs qui s'y rencontrent.

La figure du cœur *A* de la Tortuë terrestre de l'Amerique, que la première figure représente renversé en avant, & les oreillettes & les veines dans leur situation naturelle, ressemble à un rein un peu applati en dessus & en dessous, de sorte qu'il est beaucoup plus large que long. Sa base est, comme il est marqué dans la seconde figure, un peu concave, & est naturellement tournée du côté de la tête de cet animal.

Memoir.de  
l'Academie  
de 1699.  
pag. 288.

Les parties vitales & les naturelles de cette Tortuë sont renfermées dans une même cavité, parce qu'il n'y a point de diaphragme qui les sépare. M. du Verney n'a donc pas, ce me semble, raison de dire, la Tortuë marchant toujours sur ses quatre pieds, que le cœur de cet animal est *situé au haut de la poitrine au dessus du foie*. Il est naturellement placé sur le devant de cette cavité, qui contient ensemble toutes ces parties; ce qui n'empêche pas que le cœur ne soit seul & en particulier renfermé dans un péricarde.

J'ay observé dans la Tortuë terrestre de l'Amerique sept veines proche le cœur, représentées dans la première figure; sçavoir, les deux caves *BB*, les deux axillaires *CC*, la coronaire du cœur *D*, & deux autres veines *EE*, à qui je donne le nom d'hépatiques, parce qu'elles tirent seulement leur origine du foie. Les quatre premières sont fort considérables, les trois autres le sont beaucoup moins.

Les deux veines caves sortent toutes deux des parties postérieures du corps de la Tortuë, dont elles rapportent le sang au cœur. Passant par le foie de cet animal, l'une à droit & l'autre à gauche, elles reçoivent un grand nombre de racines de veines de ce vilcère.

Ces deux vaisseaux ne forment point de tronc particulier dans l'endroit de leur concours. Là au contraire ils paroissent avoir un peu moins de capacité qu'avant leur union, quoyque dans cet endroit viennent se rendre la veine coronaire du cœur & l'hépatique gauche. L'axillaire & l'hépatique droite s'ouvrent dans la veine cave droite à un pouce de distance de l'oreillette droite: mais l'axillaire gauche ne se joint que de côté à la veine cave gauche, tout proche l'entrée de cette oreillette. Ce sont les deux axillaires, auxquelles se joignent les jugulaires, qui rapportent au cœur le sang de toutes les parties antérieures: toutes ces veines paroissent simplement membraneuses, leur surface interieure est aussi lisse & polie que l'exterieure. De la structure connue de ces veines, je tire deux consequences contre la description que M. du Verney en a faite.

La premiere est qu'il n'a pas pû voir *autour du cœur de ces animaux une espece de réservoir d'une figure oblongue & assez semblable à celle d'un outre enflé, formé par le concours de plusieurs veines.* La seconde consequence est qu'il est faux que ce prétendu réservoir soit *tapissé par dedans de fibres charnuës qui se croisent, & s'entrelacent à peu près comme celles qui se voient au dedans des oreillettes du cœur de l'homme.* Il n'est pas non-plus que *la veine cave soit tapissée de même de la longueur d'environ un pouce, & les embouchures des autres vaisseaux.*

La premiere figure qui represente les sept veines que je viens de décrire, étant attestée conforme au naturel par Messieurs les Commissaires nommez par l'Academie pour les confronter ensemble, est une preuve décisive, 1°. Que le grand réservoir que M. du Verney dit être formé de l'assemblage de ces veines, n'existe point dans la Tortuë terrestre de l'Amerique. 2°. Que la rapisserie de fibres charnuës peinte dans ma neuvieme figure, n'existant que dans les veines axillaires de la Tortuë de mer, il est evident que la remarque qu'en a faite cet adroit Anatomiste dans sa derniere description, est certaine.

pag. 229  
Fig. 2. 4. 5.  
6. 7. 10. 13.

pag. 229.

pag. 229.

Voyez l'article 12. du rapport de Messieurs les Commissaires.

ment tirée des observations que j'ay faites sur ces veines dans cet animal en 1685.

Les deux veines pulmonaires *FF* que représentent la huitième figure, ne forment point, non plus que les deux caves, un tronc particulier en se joignant ensemble : au contraire le lieu de leur union paroît plus rétréci qu'aucun autre endroit. Il est donc faux, 1°. *Qu'elles viennent toutes deux former un second réservoir beaucoup plus petit que le premier*, comme le fait voir M. du Verney dans la quatrième & huitième figure.

Memoir. de  
l'Academie  
pag. 230.  
1679.

Et parce que la surface interieure de ces deux veines n'est pas moins lisse que l'est celle des veines caves, il est encore faux, 2°. *Que le bassin de son petit réservoir soit aussi garni par dedans de fibres charnuës*. Les deux réservoirs que nous représente cet habile Anatomiste dans huit figures qu'il en a fait faire, & la tapisserie de fibres charnuës qu'il leur donne, sont donc enfin purement imaginaires. Voila donc les doutes que j'ay proposez à l'Academie dans l'examen de ces deux réservoirs certainement résolus.

pag. 230.

Les deux oreillettes *GG* du cœur de la Tortue terrestre de l'Amerique, ne représentent par leur dehors dans la première & seconde figure, qu'un seul sac aveugle couché transversalement sur la base du cœur; mais ce sac est au dedans divisé par une cloison *I*, figure 3<sup>me</sup> & 5<sup>me</sup>, en deux cavitez de grandeur différente. Cette cloison est charnuë dans sa partie supérieure, charnuë dans sa partie inférieure.

La capacité de l'oreillette gauche *HH*, représentée dans la troisième figure, est de moitié plus petite que celle de l'oreillette droite *KK*, comme il paroît dans la cinquième figure. Dans l'une & dans l'autre on remarque un très-grand nombre de fibres charnuës.

Dans l'angle que forme l'oreillette gauche avec la cloison *I* qui la separe de la droite, on voit une ouverture *L*, figure troisième, par laquelle les deux veines pulmonaires déchargent leur sang dans la capacité de l'oreillette gauche. Cette ouverture étant plus étroite au dedans

qu'au dehors, c'est une des raisons qui empêche que le sang de ces deux veines ne retourne d'où il vient.

Mais parce que l'embouchure des deux veines caves ne se trouve pas placée de même dans l'angle que forme la même cloison avec l'oreillette droite que cet angle pourroit rétrécir, la nature a donné à cette oreillette deux valvules *MM*, figure cinquième, qui ne laissant entr'elles qu'une assez petite fente, produisent le même effet, c'est-à-dire, qu'elles s'opposent au retour du sang de l'oreillette droite dans les veines caves.

M. du Verney place ces deux valvules à l'embouchure de son grand réservoir; mais puisqu'il n'existe pas, il est visible qu'elles appartiennent à l'oreillette droite dont elles occupent l'entrée.

J'ay remarqué dans le cœur de la Tortuë terrestre de l'Amérique que j'ay disséquée, quatre ventricules qui communiquent les uns avec les autres par trois détroits qui en font la séparation. Pour faire une juste description des uns & des autres, je me régleray sur le cours du sang qui les traverse.

Le premier ventricule *P*, figure troisième, que j'appelle ventricule gauche, tant à cause de sa situation, que parce qu'il reçoit le sang de l'oreillette gauche, communique avec le second *q*, figure cinquième, par le premier détroit *R*, à qui je donne le nom de trou ovale; parce qu'il ressemble assez à celui du fœtus humain placé dans la cloison qui sépare les oreillettes de son cœur l'une d'avec l'autre, & qu'il a le même usage.

L'embouchure du ventricule gauche est garnie de trois valvules sigmoïdes *NNN*. Celle du ventricule droit n'en a qu'une *O*. Ces valvules font dans la Tortuë l'office des valvules triglochines du cœur de l'homme. M. du Verney nous dit cependant dans sa dernière description, qu'il n'y a qu'une valvule à l'entrée du ventricule gauche; il s'est donc mépris de deux

Le second ventricule *Q*, figure cinquième, que je nomme ventricule droit, parce qu'il est situé à droit, & qu'il

reçoit le sang de l'oreillette droite, communiqué avec le troisiéme S, figure sixième, par le second détroit T. On voit au dessus de ce passage dans le ventricule droit, une valvule charnuë V, faite en forme de croissant. Cette valvule ne peut fermer qu'une petite partie de ce détroit : elle a été jusqu'ici inconnuë à M. du Verney. La valvule O abbatuë sur le trou ovale, & qui permet en cet état au sang de l'oreillette droite d'entrer dans le ventricule droit, n'a pas échappé à son exactitude : mais malgré elle, de ces cinq valvules, trois ne sont point venuës à la connoissance de cet attentif Anatomiste.

Le troisiéme ventricule S, figure sixième, communique avec le quatriéme X, figure septième, par le troisiéme détroit T.

Ces quatre ventricules communiquant ensemble, & le gauche & le droit n'ayant point d'arteres pour remporter le sang qu'ils reçoivent des oreillettes, il est aisé de voir qu'il faut nécessairement que le sang des veines pulmonaires passe du ventricule gauche dans le ventricule droit, & que s'y mêlant avec le sang des veines caves, ils entrent ensemble dans le troisiéme & quatriéme, pour prendre la route des arteres qui partent de ces deux ventricules. Je ne diray rien de plus de sa circulation, le reste est facile à comprendre.

Memoir. de  
l'Ac. 1693.  
pag. 139.  
Au défaut  
des Memoi-  
res voyez  
l'extrait qui  
est dans l'e-  
xamen des  
faits de M.  
du Verney.

J'ajoutérai seulement que ces quatre ventricules communiquant ensemble & ne faisant que l'office d'un seul, ils ne doivent être comptez que pour un seul ventricule, comme je l'ay fait remarquer dans les Memoires de l'Académie en parlant des trois ventricules du cœur de la Tortuë de mer. On aura recours à ces Memoires, si l'on veut en apprendre plus en détail les raisons.

A entendre parler M. du Verney, il n'y a que trois cavitez dans le cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique : mais si on s'en rapporte au cœur même de cet animal, on y en trouvera quatre sans compter les oreillettes. Cet éclairé Anatomiste ne s'est donc pas moins mépris sur le nombre des ventricules que sur celui de leurs valvules, à

l'égard desquelles j'ay une reflexion à faire avant que de passer aux arteres. La voici.

Des trois valvules *NNN* qui sont placées à l'entrée du ventricule gauche *P*, figure troisième, celle du milieu & la valvule *O* située à l'entrée du ventricule droit *Q*, figure cinquième, ne peuvent en s'abaissant de côté & d'autre sur le trou ovale *R* le fermer qu'en partie, & en se relevant ne boucher aussi qu'en partie les passages des oreillettes à ces deux ventricules dans la Tortuë de terre comme dans la Tortuë de mer.

M. du Verney prétend cependant que ces deux valvules ferment entierement, quand elles sont soulevées, les embouchures des oreillettes avec les ventricules, & que quand elles s'abaissent, elles ne s'opposent nullement au passage du sang du ventricule gauche par le trou ovale dans le ventricule droit; mais ni l'un ni l'autre ne s'accorde avec l'experience. C'est ce que j'ay prouvé dans l'examen des faits de ce judicieux Anatomiste. Ces deux valvules sont attachées à la partie membraneuse de la cloison des oreillettes, qui tombant sur la base du cœur, sépare l'embouchure du ventricule gauche d'avec celle du ventricule droit.

De la base du cœur *A*, figure seconde, sortent trois troncs d'arteres, sçavoir l'aorte 1, le canal de communication 2, & l'artere pulmonaire 3. L'aorte & le canal de communication tirent leur origine du troisième ventricule *S*, figure sixième. L'artere pulmonaire 3 prend naissance du quatrième ventricule *X*, figure septième. Ces trois arteres n'ont chacune que deux valvules sigmoïdes à leurs embouchures, sur lesquelles on n'a point mis de lettres, parce qu'elles sont très-reconnoissables.

M. du Verney convient avec moy qu'il sort trois arteres considerables de la base du cœur. Mais quant à l'origine de ces trois arteres, ses observations sont fort differentes des miennes, en ce qu'il dit que deux de ces arteres s'ouvrent dans la premiere cavité du cœur, qui par ses propres remarques fait le ventricule droit, puisqu'elle reçoit le sang de l'oreillette droite

Memoir. de  
l'Academie  
page 233.  
1629.

page 233.

page 232.



pag. 234.

Or je trouve qu'il ne part aucune artere de cette cavité, & que les deux arteres qui, selon lui, composent l'aorte, mais dont une fait, selon moi, le canal de communication, loin de s'ouvrir dans la première cavité du cœur, comme il le pretend, sortent du troisième ventricule, & que la troisième artere, qui est celle du pōmon, sort immédiatement du quatrième ventricule, & non-pas de la troisième cavité du cœur, comme il le soutient. Cette méprise ne vient que de ce qu'il n'a pas apperçû dans la Tortuë terrestre de l'Amerique les quatre ventricules que j'ay démontré à l'Academie dans le cœur de cet animal. Venons maintenant à la division de nos trois arteres.

Le tronc de l'aorte seconde & quatrième figure. à un pouce de distance du cœur ou environ, se partage en deux branches considerables : l'une se tourne en arriere, & l'autre se porte en avant. La branche posterieure 4 se courbant de gauche à droit croise la branche anterieure 5, après-quoy elle continuë son chemin du côté de la queue, & donne des rameaux à toutes les parties posterieures du corps de la Tortuë.

La branche anterieure 5 s'avancant du côté de la tête, se divise en deux rameaux, qui se subdivisent chacun en deux autres, qui font les arteres axillaires 88 & les carotides 99, qui se jettent dans toutes les parties anterieures.

M. du Verney fait sortir le tronc de l'aorte avec toutes ses branches que je viens de décrire de l'artere pulmonaire. Voici la description qu'il en a donnée dans les Memoires de l'Academie.

pag. 234.  
1699.

*La troisième artere, qui est celle du pōmon, sort immédiatement de la troisième cavité du cœur. C'est cette même troisième artere qui fait le premier tronc de l'aorte. Vers l'endroit où elle commence son contour, elle jette une branche considerable, qui d'abord se partage à droit & à gauche en deux autres, dont la plus grosse fait l'axillaire, & la plus petite la carotide; & parce qu'elle fournit du sang à toutes les parties superieures, je l'appelle l'aorte ascendante. Elle descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le pōmon; je parle, dit-il, par rapport à l'animal*

*l'animal marchant, comme j'ay toujours fait jusqu'ici, & comme je feray dans toutes les descriptions suivantes.*

Par la figure quatrième qui représente seulement l'aorte, ses principales branches, & le canal de communication ponctué dans son commencement, il est aisé de voir que cette division de l'aorte n'est pas juste, & qu'elle renferme une équivoque qu'il n'est pas aisé de démêler; car il devoit nous dire, pour ne nous point embarrasser, si c'est cette branche qu'il vient de décrire, ou le tronc de l'aorte sortant de l'artere pulmonaire, qui descend ensuite au côté droit du cœur couchée sur le pœumon. Or ce n'est ni l'une ni l'autre. En effet, il est évident que le tronc de l'aorte 1, se partage d'abord à un pouce de distance du cœur en deux grosses branches 4 & 5, d'où sortent tous ses rameaux. Ce n'est donc ni le tronc de l'aorte, ni cette branche décrite par M. du Verney; mais la branche 4 qui descend, pour me servir des termes impropres de M. du Verney, *par rapport à l'animal marchant.*

Je dis impropres, parce que dans cette situation ces deux branches, ni ne montent, ni ne descendent; mais l'une fait son chemin en avant, & l'autre en arriere par des lignes paralleles à celle que décrit le corps de l'animal marchant. Cet Anatomiste si réglé s'éloigne donc de sa regle, & ne l'a nullement suivie en décrivant les parties de la Tortuë, puisqu'il est évident qu'elle ne marche pas le corps élevé sur ses pattes de derriere comme fait l'homme sur ses pieds. Posture qu'il faudroit que cet animal gardât en marchant, si M. du Verney avoit suivi sa regle.

Le second tronc d'artere 2, 2, 2, 2, figure quatrième, que j'appelle canal de communication, parce qu'il décharge une partie du sang qu'il reçoit du cœur dans la branche postérieure 4 de l'aorte, se recourbant aussi en arriere, mais du côté gauche, croise d'abord cette branche, & après avoir produit l'artere cœliaque 6, & la mesenterique 7, il s'unit à elle, & s'ouvre dans sa capacité.

L'artere des pœumons 3, figure première, qui fait le troisième tronc représenté ouvert dans la figure septième.

me, se divise en deux branches considerables qui se croisent dès leur naissance ; de sorte que la droite passe dans le p<sup>ou</sup>mon gauche, & la branche gauche dans le p<sup>ou</sup>mon droit.

Les troncs de ces trois arteres sont d'inégale capacité. Celle du canal de communication 2, est un peu plus petite que celle de l'aorte 1, figure sixième ; mais celle de l'artere pulmonaire 3, figure septième, est elle seule presque aussi grande que celle de l'aorte & du canal de communication prises ensemble dans la Tortuë terrestre de l'Amerique ; il en est de même dans la Tortuë de mer.

Dans la Tortuë de terre les arteres pulmonaires ont une capacité égale à celle des veines des p<sup>ou</sup>mons. Dans la Tortuë de mer les veines pulmonaires ont beaucoup moins de capacité que les arteres des p<sup>ou</sup>mons. Je tâcheray quelque jour de rendre raison de ces differences ; & de celles qui arrivent au mouvement du sang en passant par ces vaisseaux.

M. du Verney nous a parlé si differemment de la capacité des arteres du cœur de la Tortuë terrestre de l'Amerique, qu'il est impossible d'en connoître le rapport par tout ce qu'il nous en a dit.

Au reste, quelque grande que soit la difference qu'on peut remarquer entre mes observations & celles de ce fameux Anatomiste, ses figures & les miennes, elle paroîtra petite à quiconque prendra la peine de la comparer avec celle qui se trouve entre ses anciennes & ses nouvelles découvertes. Cette dernière difference est si énorme, qu'on s'imagine en faisant une serieuse attention sur tous les faits qu'il dit avoir remarquez dans le cœur de ses deux Tortuës terrestre de l'Amerique, ne rien voir que de faux ou de monstrueux dans ses observations. La même chose paroît dans toutes les figures qu'il en a jusqu'icy données dans les Memoires de l'Academie : elles n'ont nul rapport au naturel que j'ay fait voir à cette illustre Compagnie.

Pour se disculper il a beau nous dire aujourd'huy que

Fi

Figure 4.<sup>e</sup>

1<sup>o</sup>

2<sup>o</sup>

8

AA. 4

HH. 1

9.

L. Os

vi

m

HN.

P. Ve

9c

R. 2.

Th

5. la

7. la

8. la

1. Tronc de l'A.

2222. Canal de communication

44. Branche  
postérieure  
de l'Aorte.

5. Branche  
antérieure  
de l'Aorte.

6. la Cœliacque

7. la Mésentérique

que.

88. les Axillaires

99. les Carotides

Figure

Partie de la veine  
Coronnaire  
Embouchure des  
veines de  
l'oreillette  
droite.  
les deux  
veines  
poumon  
res.  
GG. les

Figure 8.<sup>e</sup>

AA. le Cœur

GG. les Oreillettes

X. 4<sup>me</sup> Ventre

Y. 3<sup>me</sup> detroit

333. Artere  
mon avec

6. la Cœliacque

7. la Mésentérique

Figure

Figure 9<sup>e</sup> repré-  
sente le Tissue de Fibres  
des veines ax.  
de la Tortue d.



j'ay été plus fidelement que lui servi par M. de Chastillon Dessinateur des Ouvrages de l'Academie. Car voici la juste réponse que peut lui faire cet Homme d'un merite si distingué dans sa Profession pour se mettre à couvert de ce reproche. J'ay fait vos Figures, M. du Verney, conformes à vôtre Description : celles de M. Mery conformes ou Naturel ; de là vient leurs differences. Je vous ay servi tous deux comme vous l'avez désiré ; ainsi vôtre plainte est tout-à-fait injuste.

Aussi ay-je oüi dire qu'il travaille à faire reformer ses Figures, & qu'il se prepare à nous donner une cinquième Description des parties du cœur de la Tortuë pour nous instruire mieux qu'il n'a fait jusqu'ici de la verité.

Cela étant, il y a lieu de croire que pour peu qu'il fasse de reflexion sur le rapport de Messieurs les Commissaires nommez par l'Academie pour verifier les faits que j'ay découverts dans les cœurs des Tortuës de terre & de mer, il se déterminera à abandonner toutes les erreurs dont ses Descriptions sont remplies.

D'ailleurs si ce laborieux Anatomiste veut bien quitter pour quelques instans les Insectes auxquels il s'applique avec une assiduité infatigable, & prendre un moment de repos pour lire en se délassant le jugement qu'a prononcé cette sçavante Compagnie en faveur du nouveau Systême de la Circulation du sang du Fœtus par le trou ovale ; qui peut douter, la connoissance de la verité étant l'unique fin qu'il se propose dans toutes ses recherches, qu'il ne se résolve à la fin à abandonner l'ancien, qu'il n'a apparemment soutenu jusqu'à present, que pour me donner lieu de prouver plus évidemment la fausseté de l'opinion d'Harvée sur le passage du sang par ce trou ?

*Fin des Memoires.*















